

# 基于非线性输入控制实现受扰混沌系统同步

邓 玮, 孙君曼, 崔光照, 吴振军, 方 洁

(郑州轻工业学院电气信息工程学院河南省信息化电器重点实验室, 河南 郑州 450002)

**摘 要:** 针对一类受扰混沌系统的同步控制, 采用具有扇区非线性输入的自适应滑膜变结构控制器, 设计了相应的控制律和自适应律。在该控制器的作用下, 实现了驱动系统和响应系统的同步控制, 且不受扇区非线性输入、参数失配及外部干扰的影响, 具有有很强的鲁棒性。所设计的控制策略简单, 易于实现, 而且没有强加在系统上的限制条件, 因此应用范围较广。理论分析和数值仿真证明了该方法的有效性。

**关键词:** 混沌同步; 自适应控制; 滑膜变结构; 输入非线性

**中图分类号:** TM 132      **文献标志码:** A

## Synchronization of chaotic systems with perturbations based on input nonlinearity control

DENG Wei, SUN Jun-man, CUI Guang-zhao, WU Zhen-jun, FANG Jie

(Henan Key Lab of Information-based Electrical Appliances, School of Electrical Information Engineering, Zhengzhou Univ. of Light Industry, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** A method based on adaptive sliding mode variable structure controller with inputs sector nonlinearity is presented for synchronization of a class of chaotic system with perturbations. A control law and a adaptation mechanism are designed. The drive system and response system achieve synchronous control with this controller even if there exist inputs sector nonlinearity, perturbations and parameter mismatch. The controller is simple and easy to implement. Moreover, no restrictive assumption is imposed on the system. Thus, the applicability range of the proposed method becomes broad. Theoretical analysis and simulation results illustrate the validity.

**Keywords:** chaotic synchronization; adaptive control; sliding mode variable structure; input nonlinearity

## 0 引 言

自 20 世纪 90 年代 Pecora 和 Carroll 利用驱动-响应法<sup>[1]</sup>实现混沌同步以来, 国内外掀起了研究混沌同步问题的热潮。目前, 已提出了多种实现混沌同步的方法, 例如驱动-响应同步法<sup>[1]</sup>、自适应同步法<sup>[2-4]</sup>、脉冲同步法<sup>[5-6]</sup>、观测器同步法<sup>[7-8]</sup>和滑膜变结构同步法<sup>[7-9]</sup>等。上述同步方法讨论的多为两个同结构确定混沌系统在不同初值时的同步, 且其控制输入一般为线性的, 然而实际物理过程中却含有一些不光滑的非线性环节, 如摩擦、死区、饱和、间隙等。这种非线性的影响在实现过程中往往是不可忽略的, 它的存在降低了系统的性能, 甚至使系统出现不稳定的特征, 因此研究非线性控制输入更接近工程实际<sup>[10]</sup>。文献[7]用自适应变结构观测器方法实现了一类具有扇区非线性输入的混沌系统的同步, 但同步的系统需要满足两个假设条件: 非线

性系统的参数矩阵要求是 Brunowsky 矩阵; 非线性函数需满足 Lipschitz 条件。文献[9]用自适应滑膜控制实现了一类受扰混沌系统的同步, 设计的控制输入为线性的, 然而由于物理的限制, 控制输入中存在非线性, 这可能导致系统性能严重下降, 降低响应速度, 而且如果控制器设计得不够好, 还可能引起对原始行为律的混沌干扰<sup>[11]</sup>。

本文在文献[7,9]的基础上, 研究了具有扇区非线性输入的一类受扰且参数失配混沌系统的同步, 给出了用于实现此类混沌系统同步的自适应变结构控制策略和自适应律, 没有强加的假设条件, 因此应用范围较广。通过对文献[12]提出的四维自治系统的仿真研究, 验证了该方法的有效性。

## 1 系统描述

考虑  $n$  维混沌系统

$$\dot{x} = F(x, p) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbf{R}^n$  和  $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \rho)=(F_1(\mathbf{x}, \rho), F_2(\mathbf{x}, \rho), \dots, F_n(\mathbf{x}, \rho))^T \in \mathbf{R}^n$  分别为系统(1)的状态向量和非线性函数,且

$$F_i(\mathbf{x}, \rho) = f_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m p_{ij} g_{ij}(\mathbf{x}), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中,  $f_i(\mathbf{x})$  和  $g_{ij}(\mathbf{x})$  为非线性函数,  $p_{ij} \in \mathbf{R}^m$  ( $i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m$ ) 为混沌系统(1)的未知参数。

将系统(1)看作驱动系统,考虑外界扰动,响应系统为

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{F}(\mathbf{y}, \rho) + \mathbf{d}(t) + \phi(\mathbf{u}(t)) \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{y}=(y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in \mathbf{R}^n$  和  $\mathbf{F}(\mathbf{y}, \rho)=(F_1(\mathbf{y}, \rho), F_2(\mathbf{y}, \rho), \dots, F_n(\mathbf{y}, \rho))^T \in \mathbf{R}^n$  分别为系统(3)的状态向量和非线性函数,  $\mathbf{d}(t)=(d_1(t), d_2(t), \dots, d_n(t))^T \in \mathbf{R}^n$  为外界扰动,且对任意时间  $t$ , 满足  $\|\mathbf{d}_i(t)\| \leq \bar{k}_i < \infty$  ( $i=1, 2, \dots, n$ )。其中, 每一个  $\bar{k}_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) 无需提前知道, 它由自适应控制率来实现。  $\mathbf{u}=(u_1, u_2, \dots, u_n)^T \in \mathbf{R}^n$  为控制输入。实际上, 由于物理上的限制, 控制输入存在非线性。这些非线性用函数  $\phi(\mathbf{u})$  表示, 这是在向量  $[\beta_1, \beta_2]$  之间的连续函数, 即

$$\beta_2 \mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) \geq \mathbf{u}^T(t) \phi(\mathbf{u}(t)) \geq \beta_1 \mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) \quad (4)$$

式中,  $\beta_1$  和  $\beta_2$  是非零正常数, 且  $\phi(0)=0$ 。标量非线性函数如图 1 所示。

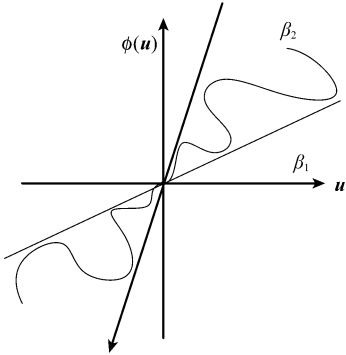


图 1 扇区  $[\beta_1, \beta_2]$  内的非线性标量函数  $\phi(\mathbf{u})$

结合式(2),受扰的响应系统(3)重新写为

$$\dot{\mathbf{y}} = f_i(\mathbf{y}) + \sum_{j=1}^m p_{ij} g_{ij}(\mathbf{y}) + d_i(t) + \phi(\mathbf{u}_i(t)) \quad (5)$$

$i = 1, 2, 3, 4$

设响应系统(3)和驱动系统(1)的状态误差为

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{x}$$

误差向量为  $\mathbf{e}=(e_1, e_2, \dots, e_n)^T$ , 其中

$$e_i = y_i - x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

则误差系统为

$$\dot{e}_i = f_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m p_{ij} (g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})) + d_i(t) + \phi(\mathbf{u}_i(t)), \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (6)$$

选取合适的控制输入  $\mathbf{u}_i$ , 使得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = 0$$

## 2 滑膜面的选取与控制器设计

定义滑膜面为<sup>[9]</sup>

$$s_i = e_i + \int_0^t c_i e_i(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

当系统发生滑膜运动时,需满足如下条件

$$s_i = e_i + \int_0^t c_i e_i(\tau) d\tau = 0 \quad (8a)$$

$$\dot{s}_i = \dot{e}_i + c_i e_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8b)$$

由式(8b)得

$$\dot{e}_i = -c_i e_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

显然, 选取  $c_i > 0$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ), 式(9)渐近稳定, 即从任意初始条件出发, 恒满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}(t)\| = 0$$

当受控系统在滑膜面上运动时, 系统对参数失配和外部干扰具有强鲁棒性。

为了确保滑膜运动, 设计控制输入为

$$\mathbf{u}_i = -\gamma_i \rho_i \text{sign}(s_i) \quad (10)$$

式中, 常数  $\gamma_i > \frac{1}{\beta_{1i}}$ ;

$$\rho_i = |f_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x}) + c_i e_i| + \sum_{j=1}^m \hat{p}_{ij} |g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})| + \hat{k}_i \quad (11)$$

自适应律为

$$\dot{\hat{p}}_{ij} = |g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})| |s_i| \quad (12a)$$

$$\dot{\hat{k}}_i = |s_i| \quad (12b)$$

**定理** 考虑驱动系统(1)及其含有扇区非线性输入的响应系统(3), 若采用式(10)控制律及式(12)自适应律, 则驱动系统(1)及其响应系统(3)的轨道误差将趋于滑动曲面(7)上的同步平衡点。

**证明** 令

$$q_{ij} = \hat{p}_{ij} - |p_{ij}|$$

$$k_i = \hat{k}_i - \tilde{k}_i,$$

$$i = 1, 2, \dots, n; \quad j = 1, 2, \dots, n$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V(t) = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n s_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij}^2 + \sum_{i=1}^n k_i^2 \right)$$

对  $V(t)$  取关于时间  $t$  的导数, 得

$$\dot{V}(t) = \sum_{i=1}^n s_i \dot{s}_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m q_{ij} \dot{q}_{ij} + \sum_{i=1}^n k_i \dot{k}_i =$$

$$\sum_{i=1}^n s_i (\dot{e}_i + c_i e_i) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\hat{p}_{ij} - |p_{ij}|) \dot{\hat{p}}_{ij} +$$

$$\sum_{i=1}^n (\hat{k}_i - \tilde{k}_i) \dot{\hat{k}}_i = \sum_{i=1}^n s_i (f_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^m p_{ij} (g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})) + d_i(t) + \phi(\mathbf{u}_i) + c_i e_i) +$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\hat{p}_{ij} - |p_{ij}|) |g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})| |s_i| +$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n (\hat{k}_i - \tilde{k}_i) |s_i| \leq \sum_{i=1}^n |s_i| |f_i(\mathbf{y}) - f_i(\mathbf{x}) + c_i e_i| + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |p_{ij}| |g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})| |s_i| + \sum_{i=1}^n |s_i| |d_i(t)| - \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |p_{ij}| |g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})| |s_i| + \\ & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |\hat{p}_{ij}| |g_{ij}(\mathbf{y}) - g_{ij}(\mathbf{x})| |s_i| + \\ & \sum_{i=1}^n |\hat{k}_i| |s_i| - \sum_{i=1}^n \tilde{k}_i |s_i| + \sum_{i=1}^n \phi(\mathbf{u}_i) s_i \leq \sum_{i=1}^n |s_i| |f_i(\mathbf{y}) - \\ & f_i(\mathbf{x}) + c_i e_i| + \sum_{i=1}^n |\hat{k}_i| |s_i| + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m |\hat{p}_{ij}| |g_{ij}(\mathbf{y}) - \\ & g_{ij}(\mathbf{x})| |s_i| + \sum_{i=1}^n \phi(\mathbf{u}_i) s_i = \sum_{i=1}^n \rho_i |s_i| + \sum_{i=1}^n \phi(\mathbf{u}_i) s_i \end{aligned} \quad (13)$$

又因为

$$\mathbf{u}_i^T(t) \phi(\mathbf{u}_i(t)) \geq \beta_{1i} \mathbf{u}_i^T(t) \mathbf{u}_i(t)$$

将式(10)代入上式,得

$$\begin{aligned} & -\gamma_i \rho_i \text{sign}(s_i) \geq \beta_{1i} \gamma_i^2 \rho_i^2 \\ & -\gamma_i \rho_i \text{sign}(s_i) |s_i| \phi(\mathbf{u}_i) \geq \beta_{1i} \gamma_i^2 \rho_i^2 |s_i| \end{aligned}$$

由式(10)和式(11)知  $\rho_i > 0, \gamma_i > 0$

$$\text{sign}(s_i) \phi(\mathbf{u}_i) \leq -\beta_{1i} \gamma_i \rho_i$$

还可得到

$$\text{sign}(s_i) |s_i| \phi(\mathbf{u}_i) \leq -\beta_{1i} \gamma_i \rho_i |s_i|$$

即

$$s_i \phi(\mathbf{u}_i) \leq -\beta_{1i} \gamma_i \rho_i |s_i| \quad (14)$$

将式(14)代入式(13),得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \sum_{i=1}^n \rho_i |s_i| + \sum_{i=1}^n \phi(\mathbf{u}_i) s_i \leq \sum_{i=1}^n \rho_i |s_i| - \\ & \beta_{1i} \gamma_i \rho_i |s_i| = \sum_{i=1}^n \rho_i |s_i| (1 - \beta_{1i} \gamma_i) \end{aligned}$$

由于  $\gamma_i > \frac{1}{\beta_{1i}}$ , 所以有  $\dot{V}(t) < 0$ 。

### 3 仿真举例

为了验证上述方法的正确性和有效性, 本文首先选取文献[12]中构造的四维自治混沌系统进行数值仿真, 其数学模型为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(x_2 - x_1) + x_2 x_3 x_4 \\ \dot{x}_2 &= b(x_1 + x_2) - x_1 x_3 x_4 \\ \dot{x}_3 &= -c x_3 + x_1 x_2 x_4 \\ \dot{x}_4 &= -d x_4 + x_1 x_2 x_3 \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T$  为系统(15)的状态向量,  $(a, b, c, d)^T$  为系统的参数。当参数  $a = 35, b = 10, c = 1, d = 10$  时, Lyapunov 指数是  $\lambda_1 = 3.315 2, \lambda_2 = 0.004 2, \lambda_3 = -4.159 1, \lambda_4 = -35.167 4$ , 此时是混沌系统。

将系统(15)作为驱动系统, 鉴于外界因素的干扰, 响应系统为

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= a(y_2 - y_1) + y_2 y_3 y_4 + d_1(t) + \phi(u_1(t)) \\ \dot{y}_2 &= b(y_1 + y_2) - y_1 y_3 y_4 + d_2(t) + \phi(u_2(t)) \\ \dot{y}_3 &= -c y_3 + y_1 y_2 y_4 + d_3(t) + \phi(u_3(t)) \\ \dot{y}_4 &= -d y_4 + y_1 y_2 y_3 + d_4(t) + \phi(u_4(t)) \end{aligned} \quad (16)$$

式中,  $d(t) = (d_1(t), d_2(t), d_3(t), d_4(t))^T$  为外界干扰, 数值仿真时选取  $d_i(t) = 0.2 \sin(t) (i=1, 2, 3, 4)$ , 误差系统为

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= a(e_2 - e_1) + y_2 y_3 y_4 - x_2 x_3 x_4 + d_1(t) + \phi(u_1(t)) \\ \dot{e}_2 &= b(e_1 + e_2) - y_1 y_3 y_4 + x_1 x_3 x_4 + d_2(t) + \phi(u_2(t)) \\ \dot{e}_3 &= -c e_3 + y_1 y_2 y_4 - x_1 x_2 x_4 + d_3(t) + \phi(u_3(t)) \\ \dot{e}_4 &= -d e_4 + y_1 y_2 y_3 - x_1 x_2 x_3 + d_4(t) + \phi(u_4(t)) \end{aligned} \quad (17)$$

非线性输入取为

$$\begin{aligned} \phi(u_1(t)) &= (0.7 + 0.2 \sin(u_1(t))) u_1(t) \\ \phi(u_2(t)) &= (0.6 + 0.2 \sin(u_2(t))) u_2(t) \\ \phi(u_3(t)) &= (0.5 + 0.3 \sin(u_3(t))) u_3(t) \\ \phi(u_4(t)) &= (0.6 + 0.3 \sin(u_4(t))) u_4(t) \end{aligned} \quad (18)$$

显然  $\beta_{11} = 0.5, \beta_{12} = 0.4, \beta_{13} = 0.2, \beta_{14} = 0.3$ 。滑膜面为

$$\begin{aligned} s_1 &= e_1 + \int_0^t c_1 e_1(\tau) d\tau \\ s_2 &= e_2 + \int_0^t c_2 e_2(\tau) d\tau \\ s_3 &= e_3 + \int_0^t c_3 e_3(\tau) d\tau \\ s_4 &= e_4 + \int_0^t c_4 e_4(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (19)$$

选取控制器为

$$\begin{aligned} u_1 &= -\gamma_1 \rho_1 \text{sign}(s_1) \\ u_2 &= -\gamma_2 \rho_2 \text{sign}(s_2) \\ u_3 &= -\gamma_3 \rho_3 \text{sign}(s_3) \\ u_4 &= -\gamma_4 \rho_4 \text{sign}(s_4) \end{aligned} \quad (20)$$

式中

$$\begin{aligned} \rho_1 &= |y_2 y_3 y_4 - x_2 x_3 x_4 + c_1 e_1| + \hat{a} |e_2 - e_1| + \hat{k}_1 \\ \rho_2 &= |-y_1 y_3 y_4 + x_1 x_3 x_4 + c_2 e_2| + \hat{b} |e_1 + e_2| + \hat{k}_2 \\ \rho_3 &= |y_1 y_2 y_4 - x_1 x_2 x_4 + c_3 e_3| + \hat{c} |e_3| + \hat{k}_3 \\ \rho_4 &= |y_1 y_2 y_3 - x_1 x_2 x_3 + c_4 e_4| + \hat{d} |e_4| + \hat{k}_4 \end{aligned}$$

参数自适应律为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}} &= |e_2 - e_1| |s_1|, \dot{\hat{b}} = |e_1 + e_2| |s_2| \\ \dot{\hat{c}} &= |e_3| |s_3|, \dot{\hat{d}} = |e_4| |s_4| \end{aligned} \quad (21)$$

$$\dot{\hat{k}}_1 = |s_1|, \dot{\hat{k}}_2 = |s_2|, \dot{\hat{k}}_3 = |s_3|, \dot{\hat{k}}_4 = |s_4|$$

选取驱动系统初值<sup>[13]</sup>  $x_1(0) = 2, x_2(0) = 2.5, x_3(0) = 4, x_4(0) = 3.5$ , 响应系统初值取为  $y_1(0) = 1, y_2(0) = 1, y_3(0) = -3, y_4(0) = -3$ 。取参数  $\gamma_1 = 2.1 (\gamma_1 > 1/\beta_{11} = 2), \gamma_2 = 2.6 (\gamma_2 > 1/\beta_{12} = 2.5), \gamma_3 = 5.1 (\gamma_3 > 1/\beta_{13} = 5), \gamma_4 = 3.4 (\gamma_4 > 1/\beta_{14} = 3.33)$ ; 满足  $c_i > 0$ , 取  $c_1 = 0.26, c_2 = 0.42, c_3 = 0.57, c_4 = 0.23$ ; 未知参数初值取为  $\hat{a}(0) = 0.1, \hat{b}(0) = 0.55, \hat{c}(0) = 0.08, \hat{d}(0) = 0.1, \hat{k}_1(0) = 0.03, \hat{k}_2(0) = 0.024,$

$\hat{k}_3(0)=0.072, \hat{k}_4(0)=0.05$ 。系统(15)和系统(16)的误差曲线、滑膜面以及控制输入随时间变化的曲线分别如图2~图4所示。

为了验证所设计的控制策略对系统参数变化有较强的鲁棒性,设响应系统参数  $a=33.95, b=9.7, c=0.97, d=9.7$ 。驱动系统参数以及控制器各参数均保持不变,且响应系统仍然有外部干扰  $d_i(t)=0.2\sin(t) (i=1, 2, \dots, n)$ , 此时响应系统和驱动系统的误差曲线如图5所示。

由图2~图5可以看出,在控制器的作用下,随着时间的演化,误差  $e_1, e_2, e_3, e_4$  迅速趋于零,所设计的控制策略对外界干扰有很强的鲁棒性。通过仿真研究发现,此控制策略在本文所选的外界干扰一定的情况下,对参数失配  $\pm 3\%$  范围内,误差曲线均可以迅速趋于零。

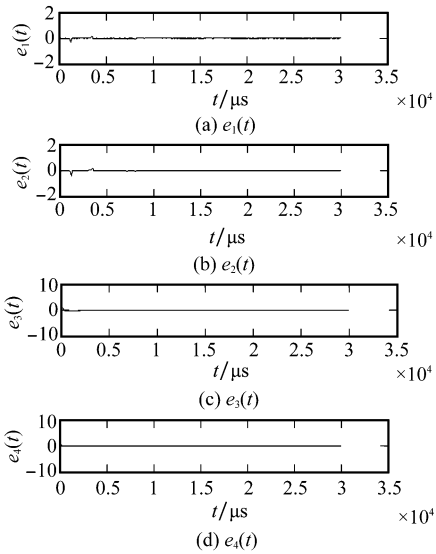


图2 驱动系统(15)与响应系统(16)误差曲线

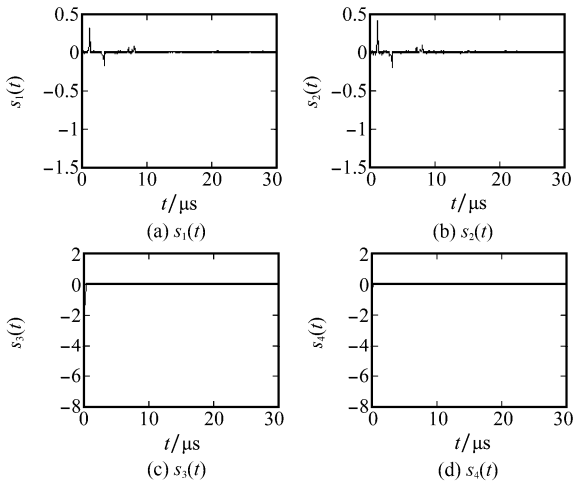


图3 滑膜面  $s_i (i=1, 2, 3, 4)$  随时间变化曲线

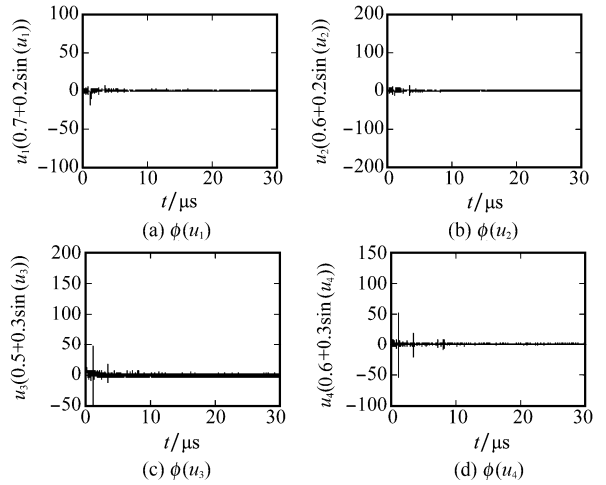


图4 扇区非线性输入  $\phi(u_i) (i=1, 2, 3, 4)$  的动态曲线

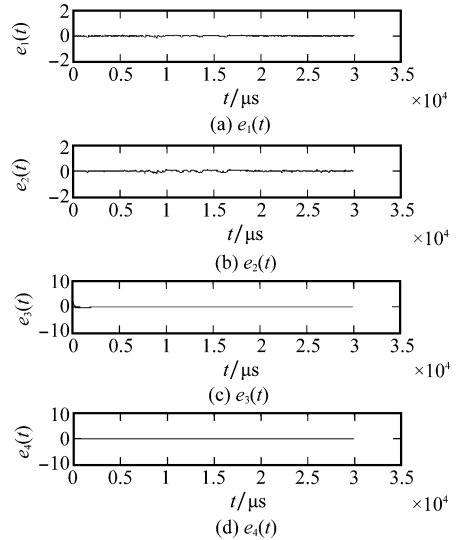


图5 参数失配情况下,驱动系统(15)与响应系统(16)的误差曲线

如果没有非线性输入,即  $\phi(u_i(t))=u_i(t)$ ,只要  $\gamma_i > 1$ , 本文的控制策略同文献[9]。取参数  $\gamma_1=1.27, \gamma_2=1.15, \gamma_3=1.44, \gamma_4=1.19$ ,驱动系统参数以及控制器各参数均保持不变,且响应系统仍有外部干扰  $d_i(t)=0.2\sin(t)$ , 此时系统(15)和系统(16)的误差曲线、滑膜面以及控制输入随时间变化的曲线分别如图6~图8所示。

对比图2~图4和图6~图8可以看出,本文设计的控制策略和文献[9]设计的控制策略均实现了驱动系统与响应系统的同步,但本文考虑了控制输入中存在的非线性,更加符合工程实际。

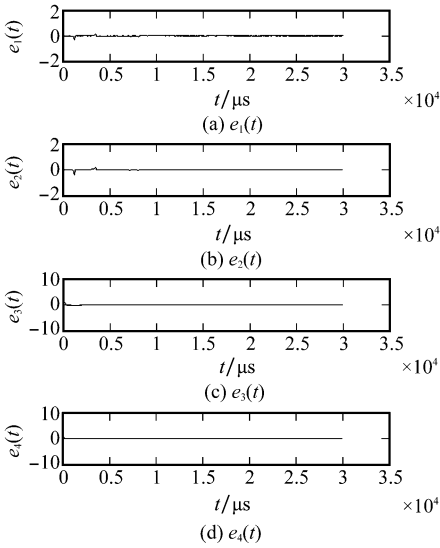


图 6 采用文献[9]控制策略,驱动系统与响应系统的误差曲线

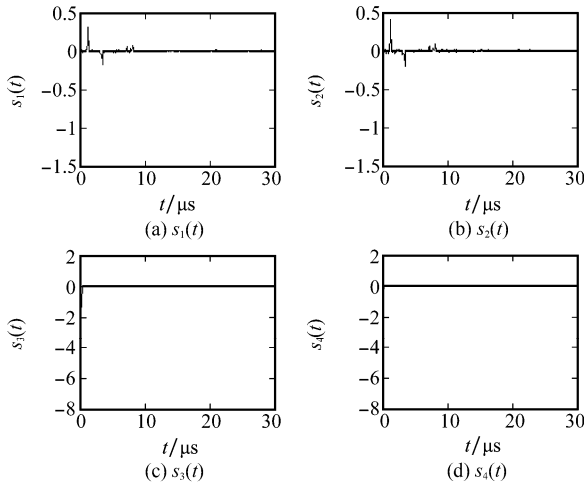


图 7 采用文献[9]控制策略,滑膜面  $s_i$  随时间变化曲线

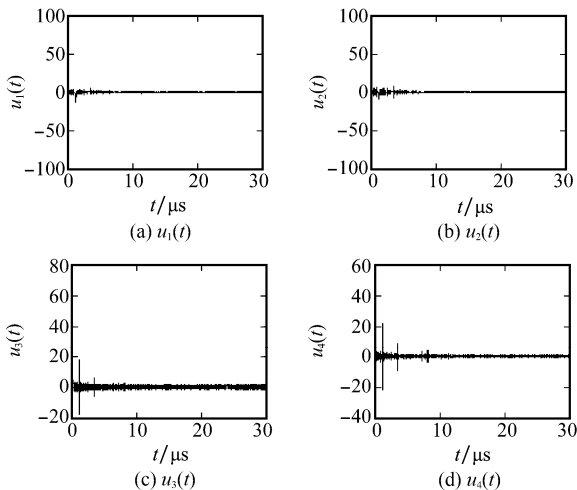


图 8 采用文献[9]控制策略,输入  $u_i$  的动态曲线

### 4 结 论

针对受扰且参数失配的混沌系统,采用具有扇区非线性输入的自适应滑膜变结构控制器,设计了相应的控制律和自适应律,实现了混沌系统的同步控制。设计的控制策略简单、易于实现,不仅对参数失配和外界干扰具有强鲁棒性,而且没有对系统强加限制条件,应用范围广。由于考虑了控制输入的非线性,本文讨论的系统接近于工程实际。通过对文献[12]提出的含有三次非线性交叉乘积项的受扰四维混沌系统在参数匹配和失配两种情况的仿真,验证了驱动系统和响应系统的误差曲线均能快速趋于零,对外界干扰和参数失配具有很强的鲁棒性。但实用的响应系统和驱动系统存在的时滞问题需要进一步研究。

### 参考文献:

- [1] Pecora L M, Carrol T L. Synchronization in chaotic system[J]. *Physics Review Letter*, 1990, 64(8): 821 - 826.
- [2] 王兴元, 武相军. 不确定 Chen 系统的参数辨识与自适应同步[J]. *物理学报*, 2006, 55(2): 605 - 610.
- [3] 蔡国梁, 黄娟娟. 超混沌 Chen 系统和超混沌 Rössler 系统的异结构同步[J]. *物理学报*, 2006, 55(8): 3997 - 4004.
- [4] Zhang Jian, Xu Hongbing, Wang Houjun. Adaptive synchronization of Chua's system with uncertain inputs[J]. *Chinese Physics*, 2006, 15(5): 953 - 957.
- [5] 陈菊芳, 张入元, 彭建华. 脉冲驱动离散混沌系统同步的实验与理论研究[J]. *物理学报*, 2003, 52(7): 1589 - 1594.
- [6] Li Yang, Liao Xiaofeng, Li Chuandong, et al. Impulsive control for synchronization of a nonlinear Rössler's chaotic systems[J]. *Chinese Physics*, 2006, 15(12): 2890 - 2893.
- [7] 邓玮, 高金峰. 实现混沌系统同步的自适应变结构观测器方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2007, 29(12): 2136 - 2139. (Deng Wei, Gao Jinfeng. Synchronization of a class of chaotic system using adaptive variable structure observer[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(12): 2136 - 2139.)
- [8] 关新平, 何宴辉, 范正平. 扰动情况下一类混沌系统的观测器同步[J]. *物理学报*, 2003, 52(2): 276 - 280.
- [9] 李秀春, 徐伟, 肖玉柱. 一类受扰混沌系统的自适应滑膜控制[J]. *物理学报*, 2008, 57(8): 4721 - 4728.
- [10] 王兴元, 刘明. 具有扇区非线性和死区的多输入 Lorenz 系统的滑膜控制[J]. *计算物理*, 2007, 24(1): 121 - 126.
- [11] Lin Juisheng, Yan Junjuh, Liao Thelu. Chaotic synchronization via adaptive sliding mode observers subject to input nonlinearity[J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2005, (24): 371 - 381.
- [12] 张宇辉, 齐国元, 刘文良, 等. 一个新的四维混沌系统理论分析与电路实现[J]. *物理学报*, 2006, 55(7): 3307 - 3314.
- [13] 闵富红, 王执铨. 两个四维混沌系统广义投影同步[J]. *物理学报*, 2007, 56(11): 6238 - 6244.