

具有无穷分布时延的非线性离散系统容错控制

杜黎龙¹, 张建华¹, 顾 洲²

- (1. 华北电力大学控制与计算机工程学院, 北京 102206;
2. 南京师范大学能源与机械工程学院, 江苏 南京 210042)

摘要: 针对具有无穷分布时延的离散型的基于 T-S 模糊模型的非线性系统, 通过对执行器故障特征分析, 提出了新的满足故障区间概率分布的执行器故障模型。研究了执行器故障情况下的容错控制问题。根据 Lyapunov 稳定性理论和线性矩阵不等式方法, 给出了故障分布依赖的均方稳定的容错控制器解的存在条件。最后, 通过算例验证了本方法的有效性。

关键词: 容错控制; 故障分布依赖; 无穷分布时延

中图分类号: TP 273

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.02.27

Fault tolerant control for nonlinear discrete-time systems with infinite distributed delay

DU Li-long¹, ZHANG Jian-hua¹, GU Zhou²

- (1. School of Control and Computer Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China;
2. School of Energy & Mechanical Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing 210042, China)

Abstract: Aiming at the nonlinear discrete system featuring infinite distributed delay and T-S fuzzy model, a new actuator fault model with interval-probabilistic distribution is proposed by analysing actuator fault features. By applying Lyapunov stability theory and linear matrix inequality (LMI) technology, the sufficient condition is given for the existence of fault tolerant control (FTC) based on fault-distribution and delay dependence with mean square stableness. An illustrative example is exploited to show the effectiveness of the proposed design procedures.

Keywords: fault tolerant control (FTC); fault-distribution-dependent; infinite distributed delay

0 引言

时延现象在控制系统中普遍存在, 尤其在分布参数系统中更不可避免, 是导致系统控制品质变差的主要根源之一, 甚至使系统变得不稳定。近年来, 对具有分布时延的研究成为热点问题^[1-4], 文献[1]研究了具有分布参数的线性连续系统的指数稳定问题; 文献[2]研究了存在分布时延的复杂网络系统的状态估计和同步问题; 文献[3]研究了具有分布时延的神经网络系统的镇定问题; 文献[4]研究了具有多项式非线性形式的分布式无线传感网络的 H_1 滤波器设计。然而, 上述文献都是基于系统控制组件为正常的假设条件下进行研究的, 在实际情况下, 系统的控制组件发生故障是一种常见现象, 如果不能采取有效措施, 将恶化系统的控制性能, 甚至破坏系统的稳定性。

一般情况下, 如果采用状态反馈, 则控制器输入可表示为: $u(k) = Kx(k)$, 但如果考虑执行器故障, 则控制器的输入模型表示为: $u^f(k) = \alpha u(k)$, 其中 $u^f(k)$ 为考虑执行器故障的控制输入, α 为故障尺度因子。根据尺度因子的不同, 已有文献将执行器故障建模, 主要有以下 2 种: ① $\alpha \in \{0, 1\}$, $\alpha = 0$ 表示执行器“卡死”, $\alpha = 1$ 表示执行器“完好”, 如文献[5]等; ② $\alpha \in [\underline{\alpha}, \bar{\alpha}]$, 表示执行器的故障发生在某一区间, 如文献[6-9]等。然而通常情况下, α 在不同区间取值的概率是不一样的, 也即在每个子区间发生故障的概率是不同的。本文将针对这类情况, 建立一种新颖的保守性较小的执行器故障模型。

目前, 对具有无穷分布时延的非线性离散系统的研究尚不多见。本文将利用 T-S 模糊模型建模方法, 研究考虑执行器故障情形的具有无穷分布时延的非线性离散系统容错控制问题。

收稿日期: 2011-02-25; 修回日期: 2011-06-02。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2011CB710706); 国家自然科学基金(60974029)资助课题

作者简介: 杜黎龙(1976-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为时滞系统分析与控制。E-mail: dulilong@sdic.com.cn

1 问题描述

考虑下述由 IF-THEN 结构形式描述的时滞 T-S 模糊模型:

R^i if $\theta(k)$ is $N_j^i (j = 1, 2, \dots, n)$, then

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{1di} \mathbf{x}(k - \tau(k)) +$$

$$\mathbf{A}_{2di} \sum_{d=1}^{\infty} \mu_d \mathbf{x}(k-d) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k) \quad (1)$$

$$\mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\phi}(k), k = -d_2, \dots, -d_1 + 1, -d_1$$

式中, $i=1, 2, \dots, r$, r 为模糊规则数; R^i 描述非线性系统的第 i 条模糊推理规则。

$\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n$ 为状态向量, $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入, $\boldsymbol{\phi}(k)$ 为在 $[d_1, d_2]$ 上连续的实值向量函数, $\tau(k)$ 表示状态时延, 且满足 $d_1 \leq \tau(k) \leq d_2$; W_j^i 为模糊集合, $\theta_j(k)$ 为模糊前件变量 $\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_{1di}, \mathbf{A}_{2di} (i \in \{1, 2, \dots, r\} \triangleq S)$ 和 \mathbf{B}_i 为具有合适维数的已知常值矩阵, μ_d 为收敛常数, 且满足:

$$\bar{\mu} := \sum_{d=1}^{\infty} \mu_d \leq \sum_{d=1}^{\infty} d\mu_d < +\infty$$

T-S 模糊系统经过清晰化后的输出模型如下:

$$\mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i [\mathbf{A}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{1di} \mathbf{x}(k - \tau(k)) + \mathbf{A}_{2di} \sum_{d=1}^{\infty} \mu_d \mathbf{x}(k-d) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k)] \quad (2)$$

$$\mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\phi}(k), k = -d_2, \dots, -d_1 - 1, -d_1 \quad (3)$$

式中

$$h_i = \frac{\omega_i(\theta(k))}{\sum_{i=1}^r \omega_i(\theta(k))}, \omega_i(\theta(k)) = \prod_{j=1}^K W_j^i(\theta_j(k))$$

$W_j^i(\theta_j(k)), \theta_j(k)$ 属于模糊集合 W_j^i 的隶属度, $\omega_i(\theta(k)) > 0$, 则

$$0 \leq h_i(\theta(k)) \leq 1, \sum_{i=1}^r h_i(\theta(k)) = 1 \quad (4)$$

注 1 在系统(1)中引入了离散分布时延, 分布时延在连续系统中已得到广泛应用^[2,8,10]。就笔者所知, 目前还没有文献对具有分布时延的离散型非线性系统的容错控制问题进行研究。

当不考虑系统故障时, 对系统(2)采用模糊状态反馈控制器有如下形式:

$$\mathbf{u}(k) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^r h_j \mathbf{K}_j \mathbf{x}(k)$$

但考虑系统的执行器故障时, 系统的控制输入 $\mathbf{u}(k)$ 将有如下形式:

$$\mathbf{u}^F(k) = \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^r h_j \beta_i(k) \mathbf{R}_i \mathbf{K}_j \mathbf{x}(k) \quad (5)$$

其中尺度因子矩阵 \mathbf{R}_i 满足

$$0 \leq \underline{\mathbf{R}}_i = \text{diag} \{r_{i1}, \dots, r_{im}\} \leq \mathbf{R}_i =$$

$$\text{diag} \{r_{i1}, \dots, r_{im}\} \leq \bar{\mathbf{R}}_i = \text{diag} \{\bar{r}_{i1}, \dots, \bar{r}_{im}\}$$

$$\mathbf{U}_{i=1}^q [\underline{r}_{ij}, \bar{r}_{ij}] = [\underline{r}_{ij}, \bar{r}_{ij}], i = 1, 2, \dots, q; j = 1, 2, \dots, m \quad (6)$$

q 表示故障子区间的个数, 于是 \mathbf{R}_i 可表述为

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{i0} + \mathbf{R}_{i1} \Delta \mathbf{J}_i \quad (7)$$

$$\Delta \mathbf{J}_i = \text{diag} \{j_{i1}, \dots, j_{im}\}, -1 \leq j_{ij} \leq 1 \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{R}_{i0} = \text{diag} \{r_{i01}, \dots, r_{i0m}\} Z$$

$$\mathbf{R}_{i1} = \text{diag} \{r_{i11}, \dots, r_{i1m}\}$$

$$r_{i0j} = \frac{r_{ij} + \bar{r}_{ij}}{2}$$

$$r_{iij} = \frac{\bar{r}_{ij} - r_{ij}}{2}, i = 1, \dots, q; j = 2, \dots, m$$

$\beta_i(k)$ 为满足 Bernoulli 分布序列, 有

$$\text{Prob} \{\beta_i(k) = 1\} = \text{E}\{\beta_i(k)\} = \beta_i$$

$$\text{Prob} \{\beta_i(k) = 0\} = 1 - \text{E}\{\beta_i(k)\} = 1 - \beta_i$$

式中, $\beta_i = \text{E}\{\beta_i(k)\}$ 为一常数, 且满足 $\sum_{i=1}^q \beta_i = 1$ 。此时增益矩阵 \mathbf{K}_j 即为本文待求的容错模糊控制器。

注 2 已有文献都是针对单一故障进行建模, 而模型(5)则可以描述以下故障现象:

(1) 发生故障的类型不是单一的。

(2) 每类故障子区间可以确定范围, 可以表示为 $[\underline{r}_{ij}, \bar{r}_{ij}]$, 且每类故障发生的概率是可以测定的。

注 3 在考虑具有上述执行器故障现象的控制律(5)中, 每一通道的故障可以分为若干区间, 也即每类故障都有故障上界和下界, 显然故障落在每个区间服从 Bernoulli 分布。且满足 $\sum_{i=1}^q \beta_i = 1$ 。

注 4 在故障模型(5)中, 如果取 $q = 1; \beta_i = 1$, 也即故障区间只有一个, 则故障模型可简化为文献[5-7]的模型。结合式(2)和式(5), 可得如下闭环系统方程:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_j h_j \{ \mathbf{A}_{ij} \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{1di} \mathbf{x}(k - \tau(k)) + \mathbf{A}_{2di} \sum_{d=1}^{\infty} \mu_d \mathbf{x}(k-d) \} \\ \mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\phi}(k), k = -d_2, \dots, -d_1 + 1, -d_1 \end{cases} \quad (9)$$

式中

$$\mathbf{A}_{ij} = \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \sum_{i=1}^q \beta_i(k) \mathbf{R}_i \mathbf{K}_j$$

为便于分析, 定义

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)$$

为便于下节容错模糊控制器的设计, 首先引入如下引理:

引理 1^[10] 设 \mathbf{X} 为对称矩阵, \mathbf{U}, \mathbf{W} 为适维常值矩阵, \mathbf{V} 为时变适维矩阵且满足 $\mathbf{V}^T \mathbf{V} \leq \mathbf{I}$, 标量 $\epsilon > 0$, 则

$$\mathbf{X} + \mathbf{U} \mathbf{V} \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \mathbf{V}^T \mathbf{U}^T < 0 \quad (10)$$

的充分必要条件为

$$\mathbf{X} + \epsilon \mathbf{U} \mathbf{U}^T + \epsilon^{-1} \mathbf{W}^T \mathbf{W} < 0 \quad (11)$$

引理 2^[8] 对于半正定矩阵 $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 和向量 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n$ 和

标量 $\alpha_i > 0 (i = 1, 2 \dots)$, 则 $(\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i x_i)^T M (\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i x_i) \leq (\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i) \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i x_i^T M x_i$

引理 3^[11] 若 $0 < \tau_m \leq \tau(k) \leq \tau_M$ 和 $x(k) \in \mathbf{R}^n$, 令 $y(k+1) = x(k+1) - x(k)$, 对于任意的正定对称矩阵 $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 有

$$-(\tau_M - \tau_m) \sum_{i=k-\tau_M}^{k-\tau_m-1} y^T(i) \mathbf{R} y(i) \leq \begin{bmatrix} x(k-\tau_m) \\ x(k-\tau_M) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -\mathbf{R} & * \\ \mathbf{R} & -\mathbf{R} \end{bmatrix} x(k-\tau_m) x(k-\tau_M)$$

2 主要结果

本节的主要目标是针对建立的考虑执行器故障的闭环系统模型(9)设计容错模糊控制器, 其中定理 1 给出了在已知故障信息和控制器增益情形下的系统稳定性条件, 为定理 2 的容错模糊控制器的设计奠定基础。

定理 1 给定时延的上下界 τ_1, τ_2 , 每个故障子区间界信息 $r_{ij}, \bar{r}_{ij} (i=1, \dots, q; j=1, \dots, m)$ 及其概率信息 β_i 和控制器增益 \mathbf{K}_j , 如果存在对称正定矩阵 $\mathbf{P}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}_i, \mathbf{S}_i (i=1, 2)$, 及适维矩阵 $\mathbf{M}_{ij}, \mathbf{N}_{ij} (i, j \in \mathbf{S})$, 使得线性矩阵不等式(12)~(13)成立, 则闭环系统(9) 指数均方稳定。

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{11} & * \\ \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{21} & \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{11} + \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{11} & * & * \\ \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{21}(l) & \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{22} & * \\ \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{21} & 0 & \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{22} \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

式中

$$\bar{\mathbf{E}}_{ij}^{11} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{ij}^{11} & * & * & * & * \\ \mathbf{G}_{ij}^{21} & \mathbf{G}_{ij}^{22} & * & * & * \\ \mathbf{G}_{ij}^{31} & \mathbf{G}_{ij}^{32} & \mathbf{G}_{ij}^{33} & * & * \\ -\mathbf{M}_{1ij}^T & \mathbf{G}_{ij}^{42} & \mathbf{G}_{ij}^{43} & \mathbf{G}_{ij}^{44} & * \\ \mathbf{A}_{2di}^T \mathbf{P} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\mu} \mathbf{Q} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{ij}^{21}(l) = [\mathbf{A}_{ij}^T \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{31T}(l)]^T, \quad \bar{\mathbf{E}}_{ij}^{22} = \text{diag}\{-\bar{\mathbf{S}} - \mathbf{S}_2\}$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{11} = \mathbf{P} \mathbf{A}_{ij} + \mathbf{A}_{ij}^T \mathbf{P} + \mu \mathbf{Q} - \mathbf{S}_1 + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2$$

$$\mathbf{A}_{ij} = \mathbf{A}_i - \mathbf{I} + \sum_{l=1}^q \beta_l \mathbf{B}_l \mathbf{R}_l \mathbf{K}_j$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{21} = \mathbf{S}_1 + \mathbf{N}_{1ij}^T$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{22} = -\mathbf{S}_1 - \mathbf{R}_1 + \mathbf{N}_{2ij} + \mathbf{N}_{2ij}^T$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{31} = \mathbf{A}_{1d}^T \mathbf{P} + \mathbf{M}_{1ij}^T - \mathbf{N}_{1ij}^T$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{32} = \mathbf{N}_{3ij} + \mathbf{M}_{2ij}^T - \mathbf{N}_{2ij}^T$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{33} = \mathbf{M}_{3ij} + \mathbf{M}_{3ij}^T - \mathbf{N}_{3ij} - \mathbf{N}_{3ij}^T$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{42} = \mathbf{N}_{4ij} - \mathbf{M}_{4ij}^T$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{43} = \mathbf{M}_{4ij} - \mathbf{N}_{4ij}^T - \mathbf{M}_{3ij}^T$$

$$\mathbf{G}_{ij}^{44} = -\mathbf{R}_2 - \mathbf{M}_{4ij} - \mathbf{M}_{4ij}^T$$

$$\mathbf{A}_{ij} = [\sqrt{\beta_1} \mathbf{S}(\mathbf{A}_i - \mathbf{I} + \mathbf{B}_l \mathbf{R}_l \mathbf{K}_j), 0, \sqrt{\beta_1} \mathbf{S} \mathbf{A}_{1d}, \sqrt{\beta_1} \mathbf{S} \mathbf{A}_{2di}]$$

$$\bar{\mathbf{S}} = \text{diag}\{\mathbf{S} \dots \mathbf{S}\}$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{ij}^{31}(1) = [\mathbf{N}_{1ij}^T \quad \mathbf{N}_{2ij}^T \quad \mathbf{N}_{3ij}^T \quad \mathbf{N}_{4ij}^T \quad 0]$$

$$\bar{\mathbf{E}}_{ij}^{31}(2) = [\mathbf{M}_{1ij}^T \quad \mathbf{M}_{2ij}^T \quad \mathbf{M}_{3ij}^T \quad \mathbf{M}_{4ij}^T \quad 0]$$

证明 建立 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$\mathbf{V}(k) = \sum_{i=1}^4 \mathbf{V}_i(k)$$

$$\mathbf{V}_1(k) = x^T(k) \mathbf{P} x(k)$$

$$\mathbf{V}_2(k) = \sum_{d=1}^{\infty} \mu_d \sum_{i=k-d}^{k-1} x^T(i) \mathbf{Q} x(i)$$

$$\mathbf{V}_3(k) = \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} x^T(i) \mathbf{R}_1 x(i) + \sum_{i=k-\tau_2}^{k-1} x^T(i) \mathbf{R}_2 x(i)$$

$$\mathbf{V}_4(k) = \tau_1 \sum_{i=\tau_1}^{k-1} y^T(j) \mathbf{S}_1 y(j) + \sum_{i=\tau_2}^{\tau_1-1} \sum_{j=k+i}^{k-1} y^T(j) \mathbf{S}_2 y(j)$$

则 $\mathbf{V}(k)$ 沿系统(9)的前向差分并对其取期望得到

$$\mathbf{E}\{\Delta \mathbf{V}_1(k)\} = \mathbf{E}\left\{ \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i h_j \cdot \right.$$

$$\left. \begin{aligned} & [x^T(k) (\mathbf{P} \mathbf{A}_{ij} + \mathbf{A}_{ij}^T \mathbf{P}) x(k) + \\ & 2x^T(k) \mathbf{P} (\mathbf{A}_{1d} x(k - \tau(k)) + \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \mathbf{A}_{2di} \sum_{d=1}^{\infty} \mu_d x(k-d) + y^T(k) \mathbf{P} y(k) \right\}$$

$$\mathbf{E}\{\Delta \mathbf{V}_2(k)\} = \bar{m} x^T(k) \mathbf{Q} x(k) -$$

$$\sum_{d=1}^{\infty} \mu_d x^T(k-d) \mathbf{Q} x(k-d)$$

$$\mathbf{E}\{\Delta \mathbf{V}_3(k)\} = x^T(k) (\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2) x(k) -$$

$$\sum_{i=1}^2 x^T(k - \tau_i) \mathbf{R}_i x(k - \tau_i), \quad i = 1, 2$$

$$\mathbf{E}\{\Delta \mathbf{V}_4(k)\} = y^T(k) [\tau_1^2 \mathbf{S}_1 + (\tau_2 - \tau_1) \mathbf{S}_2] y(k) -$$

$$\tau_1 \sum_{i=k-\tau_1}^{k-1} y^T(i) \mathbf{S}_1 y(i) - \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau_1-1} y^T(i) \mathbf{S}_2 y(i)$$

根据引理 2, 可知

$$-\sum_{d=1}^{\infty} \mu_d x^T(k-d) \mathbf{Q} x(k-d) \leq$$

$$-\frac{1}{\mu} \left(\sum_{d=1}^{\infty} \mu_d x(k-d) \right)^T \mathbf{Q} \left(\sum_{d=1}^{\infty} \mu_d x(k-d) \right)$$

于是 $\mathbf{E}\{\Delta \mathbf{V}_4(k)\}$ 中, 有

$$\mathbf{E}\{y^T(k) \mathbf{S} y(k)\} \leq$$

$$\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^q h_i h_j \beta_l \xi^T(k) \mathbf{A}_{lij}^T \mathbf{S} \mathbf{A}_{lij} \xi(k)$$

式中

$$\mathbf{A}_{ij} = [\mathbf{A}_i - \mathbf{I} + \mathbf{B}_l \mathbf{R}_l \mathbf{K}_j, \quad 0 \quad \mathbf{A}_{1d} \quad 0 \quad \mathbf{A}_{2di}]$$

利用自由权方法^[12-14], 可得

$$2\xi^T(k) \mathbf{N}_{ij} [x(k - \tau_1) - x(k - \tau(k)) - \sum_{i=k-\tau(k)}^{k-\tau_1-1} y(i)] = 0$$

$$2\xi^T(k) \mathbf{M}_{ij} [x(k - \tau(k)) - x(k - \tau_2) - \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau(k)-1} y(i)] = 0$$

式中

$$\xi(k) = [x(k), x(k - \tau_1), x(k - \tau(k))],$$

$$\mathbf{x}(k - \tau_2), \sum_{d=1}^{\infty} \mu_d \mathbf{x}(k - d)]^T$$

另外

$$-2\xi^T(k)N_{ij} \sum_{i=k-\tau(k)}^{k-\tau_1-1} \mathbf{y}(i) \leq (\tau(k) - \tau_1) \xi^T(k)N_{ij}S_2^{-1}N_{ij}^T \xi(k) + \sum_{i=k-\tau(k)}^{k-\tau_1-1} \mathbf{y}^T(i)S_2 \mathbf{y}(k) \quad (14)$$

$$-2\xi^T(k)M_{ij} \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau(k)-1} \mathbf{y}(i) \leq (\tau_2 - \tau(k)) \xi^T(k)M_{ij}S_2^{-1}M_{ij}^T \xi(k) + \sum_{i=k-\tau_2}^{k-\tau(k)-1} \mathbf{y}^T(i)S_2 \mathbf{y}(i) \quad (15)$$

结合式(14)和式(15)并利用 Schur 补引理可知式(12)~式(13)为 $\epsilon(\Delta V(k)) < 0$ 的充分条件。类似文献[9]定理 1 的证明,易知系统(9)指数均方稳定。证毕

下面给出考虑执行器故障的非线性闭环系统(9)的容错控制器设计方法。

定理 2 给定时延的上下界 τ_1, τ_2 , 故障子区间界信息 $r_{ij}, \bar{r}_{ij} (i=1, \dots, q; j=1, \dots, m)$ 及其概率信息 β , 标量 ρ_1, ρ_2 如果存在对称正定矩阵 $\mathbf{X}, \tilde{\mathbf{Q}}, \tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{S}}_i (i=1, 2)$, 及任意合适维数矩阵 $\tilde{\mathbf{M}}_{ij}, \tilde{\mathbf{N}}_{ij} (i, j \in \mathbf{S})$, 使得线性矩阵不等式(16)~(17)成立, 则闭环系统(9)指数均方稳定, 且容错模糊控制器增益为 $\mathbf{K}_j = \mathbf{Y}_j \mathbf{X}^{-1}$ 。

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{11} & * & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{21}(L) & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{22} & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{31} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{32} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{11} + \tilde{\mathbf{G}}_{ji}^{11} & * & * & * & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{21}(L) & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{22} & * & * & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ji}^{21}(L) & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_{ji}^{22} & * & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{31} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{32} & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{33} & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ji}^{31} & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_{ji}^{32} & 0 & \tilde{\mathbf{G}}_{ji}^{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

式中

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{11} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{11} & * & * & * & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{21} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{22} & * & * & * \\ \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{31} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{32} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{33} & * & * \\ -\tilde{\mathbf{M}}_{ij}^T & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{42} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{43} & \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{44} & * \\ \mathbf{X}\mathbf{A}_{2di}^T & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{Q}} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{11} = \mathbf{A}_i \mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}_i^T - 2\mathbf{X} + \sum_{l=1}^q \beta_l \mathbf{B}_l \mathbf{R}_{l0} \mathbf{Y}_j +$$

$$\sum_{l=1}^q \beta_l \mathbf{Y}_j^T \mathbf{R}_{l0}^T \mathbf{B}_l^T + \mu \tilde{\mathbf{Q}} - \rho_1 \mathbf{X} + \tilde{\mathbf{R}}_1 + \tilde{\mathbf{R}}_2$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{21} = \rho_1 \mathbf{X} + \tilde{\mathbf{N}}_{1ij}^T$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{22} = -\rho_1 \mathbf{X} - \tilde{\mathbf{R}}_1 + \tilde{\mathbf{N}}_{2ij} + \tilde{\mathbf{N}}_{2ij}^T$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{31} = \mathbf{X}\mathbf{A}_{1d}^T + \tilde{\mathbf{M}}_{1ij}^T - \tilde{\mathbf{N}}_{1ij}^T$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{32} = \tilde{\mathbf{N}}_{3ij} + \tilde{\mathbf{M}}_{2ij}^T - \tilde{\mathbf{N}}_{2ij}^T$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{33} = \tilde{\mathbf{M}}_{3ij} + \tilde{\mathbf{M}}_{3ij}^T - \tilde{\mathbf{N}}_{3ij} - \tilde{\mathbf{N}}_{3ij}^T$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{42} = \tilde{\mathbf{N}}_{4ij} - \tilde{\mathbf{M}}_{2ij}^T, \tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{43} = \tilde{\mathbf{M}}_{4ij} - \tilde{\mathbf{N}}_{4ij}^T - \tilde{\mathbf{M}}_{3ij}^T$$

$$\tilde{\mathbf{G}}_{ij}^{44} = -\tilde{\mathbf{R}}_2 - \tilde{\mathbf{M}}_{4ij} - \tilde{\mathbf{M}}_{4ij}^T$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{ij}^{21} = [\tilde{\mathbf{A}}_{ij}^T \quad \mathbf{M}_{ij}^T]^T, \tilde{\mathbf{E}}_{ij}^{22} = \text{diag} \{-\rho_1 \mathbf{X}, -\rho_2 \mathbf{X}\}$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{ij}^{31} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{1i} \\ \epsilon_{ij} \tilde{\mathbf{W}}_{1i} \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{E}}_{ij}^{32} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{2i} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{E}}_{ij}^{33} = \text{diag} \{-\epsilon_{ij}, -\epsilon_{ij}\}$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_{ij} = [\tilde{\mathbf{A}}_{1ij}^T \cdots \mathbf{A}_{ij}^A \cdots \mathbf{A}_{ij}^T]^T$$

$$\mathbf{A}_{ij} = [\sqrt{\beta_1} \rho_1 (\mathbf{A}_i \mathbf{X} - \mathbf{X} + \mathbf{B}_i \mathbf{R}_{10} \mathbf{Y}_j), 0,$$

$$\sqrt{\beta_1} \rho_1 \mathbf{A}_{1d} \mathbf{X}, 0, \sqrt{\beta_1} \rho_1 \mathbf{A}_{2d} \mathbf{X}]$$

$$\mathbf{M}_{ij}^{31}(1) = [\tilde{\mathbf{N}}_{1ij}^T \quad \tilde{\mathbf{N}}_{2ij}^T \quad \tilde{\mathbf{N}}_{3ij}^T \quad \tilde{\mathbf{N}}_{4ij}^T \quad 0]$$

$$\mathbf{M}_{ij}^{31}(2) = [\tilde{\mathbf{M}}_{1ij}^T \quad \tilde{\mathbf{M}}_{2ij}^T \quad \tilde{\mathbf{M}}_{3ij}^T \quad \tilde{\mathbf{M}}_{4ij}^T \quad 0]$$

$$\tilde{\mathbf{U}} = [\tilde{\mathbf{U}}_{1i} \quad \tilde{\mathbf{U}}_{2i} \quad 0]^T$$

$$\tilde{\mathbf{U}}_{1i} = [\sum_{l=1}^q \beta_l \mathbf{R}_{l1}^T \mathbf{B}_l^T \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$\mathbf{U}_{2i} = [\sqrt{\beta_1} \rho_1 \mathbf{R}_{11}^T \mathbf{B}_1 \cdots \sqrt{\beta_q} \rho_q \mathbf{R}_{q1}^T \mathbf{B}_q^T]$$

$$\tilde{\mathbf{W}} = [\tilde{\mathbf{W}}_{1j}, \mathbf{0}_{n \times (1+q)n}], \tilde{\mathbf{W}}_{1j} = [\mathbf{Y}_j \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

证明 定理 1 中不等式(12) 等价于

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{E}}_{iii}^{11} & * & * \\ \bar{\mathbf{A}}_{ii} & -\bar{\mathbf{S}} & * \\ \bar{\mathbf{E}}_{ii}^{31}(L) & 0 & -\mathbf{S}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{U} \Delta \mathbf{J} \mathbf{W} + \mathbf{W}^T \Delta \mathbf{J}^T \mathbf{U}^T < 0 \quad (18)$$

式中

$$\bar{\mathbf{E}}_{ij}^{11} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{11} & * & * & * & * \\ \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{21} & \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{22} & * & * & * \\ \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{31} & \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{32} & \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{33} & * & * \\ -\mathbf{M}_{1ij}^T & \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{42} & \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{43} & \bar{\mathbf{G}}_{ij}^{44} & * \\ \mathbf{A}_{2di}^T \mathbf{P} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\mu} \tilde{\mathbf{Q}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{G}}_{ij}^{11} = \mathbf{P}(\mathbf{A}_i - \mathbf{I} + \sum_{l=1}^q \beta_l \mathbf{B}_l \mathbf{R}_{l0} \mathbf{K}_j) +$$

$$(\mathbf{A}_i - \mathbf{I} + \sum_{l=1}^q \beta_l \mathbf{B}_l \mathbf{R}_{l0} \mathbf{K}_j)^T \mathbf{P} + \mu \tilde{\mathbf{Q}} - \mathbf{S}_1 + \mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2$$

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}_{ij} &= [\bar{\mathbf{A}}_{1ij} \cdots \bar{\mathbf{A}}_{ij} \cdots \bar{\mathbf{A}}_{qij}]^T \\ \bar{\mathbf{A}}_{ij} &= [\sqrt{\beta_1} \mathbf{S}(\mathbf{A}_i - \mathbf{I} + \mathbf{B}_i \mathbf{R}_{10} \mathbf{K}_j), 0, \sqrt{\beta_1} \mathbf{S} \mathbf{A}_{1d}, 0, \sqrt{\beta_1} \mathbf{S} \mathbf{A}_{2d}] \\ \mathbf{U} &= [\mathbf{U}_{1i} \quad \mathbf{U}_{2i} \quad 0]^T \\ \mathbf{U}_{1i} &= [\sum_{l=1}^q \beta_l \mathbf{R}_{1l}^T \mathbf{B}_l^T \mathbf{P} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \\ \mathbf{U}_{2i} &= [\sqrt{\beta_1} \mathbf{R}_{11}^T \mathbf{B}_1 \mathbf{S} \cdots \sqrt{\beta_q} \mathbf{R}_{1q}^T \mathbf{B}_q \mathbf{S}] \\ \mathbf{W} &= [\mathbf{W}_{1j}, \mathbf{0}_{n \times (1+q)n}] \\ \mathbf{W}_{1j} &= [\mathbf{K}_j \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \end{aligned}$$

应用引理 1 可得

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{ii}^{11} & * & * & * & * \\ \bar{\mathbf{A}}_{ii} & -\bar{\mathbf{S}} & * & * & * \\ \bar{\boldsymbol{\Xi}}_{ii}^{31}(l) & 0 & -\mathbf{S}_2 & * & * \\ \mathbf{U}_{1i} & \mathbf{U}_{2i} & 0 & -\boldsymbol{\epsilon}_{ii} & * \\ \boldsymbol{\epsilon}_{ii} \mathbf{W}_{1i} & 0 & 0 & 0 & -\boldsymbol{\epsilon}_{ii} \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

定义 $\rho = \rho_1 \tau_1^2 + \rho_2 (\tau_2 - \tau_1)$, $\mathbf{S}_1 = \rho_1 \mathbf{P}$, $\mathbf{S}_2 = \rho_2 \mathbf{P}$ 及 $\mathbf{X} = \mathbf{P}^{-1}$, 用 $\text{diag}\{\mathbf{X}, \dots, \mathbf{X}\}$ 左乘右乘不等式(19)可得式(16), 通过类似方法可以证明式(17)为式(13)的充分条件。证毕

3 仿真示例

例 1 考虑 T-S 模糊模型(2)的参数如下:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1.2 & 0.31 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0.21 \\ 0 & 0 & -0.52 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0.8 & -0.38 & 0 \\ -0.2 & 0 & 0.21 \\ 0.1 & 0 & -0.55 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{1d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.21 & 0.1 \\ 0 & 0.13 & 0.11 \\ 0 & 0 & -0.12 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{1d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.41 & 0.5 \\ 0 & 0.23 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & -0.1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{2d1} = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 & -0.1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{2d2} = \begin{bmatrix} 0 & -0.21 & 0 \\ 0.31 & 0.1 & 0 \\ 0 & -0.22 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_1^T &= \mathbf{B}_2^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \mu_d = 2^{-(3+d)} \\ h_1 &= \frac{1}{2} \cos x^2, h_2 = 1 - h_1 \end{aligned}$$

状态时变时延 $\tau(k)$ 满足 $1 \leq \tau(k) \leq 2$ 。

假设执行器 1 和 2 的故障增益区间分布概率如表 1 所示, 其分布图如图 1 所示。

表 1 执行器故障增益偏移概率分布

故障区间	0~0.2	0.2~1
执行器 1 概率分布	0.9	0.1
执行器 2 概率分布	0.9	0.1

依定理 2 可得无故障时的“标准模糊控制器” \mathbf{K}_s 为(也即 $r_{i1} = r_{im} = 1, i=1,2$)

$$\mathbf{K}_{s1} = \begin{bmatrix} -1.2984 & -0.1066 & -1.0389 \\ -0.0371 & -0.0276 & 0.6312 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{s2} = \begin{bmatrix} -1.1364 & 0.4096 & -0.8048 \\ 0.0458 & 0.0950 & 0.5585 \end{bmatrix}$$

假设执行器发生如表 1 的故障时, 由定理 2 可知“容错模糊控制器” \mathbf{K}_r 为

$$\mathbf{K}_{r1} = \begin{bmatrix} -3.9687 & 0.4027 & -2.0809 \\ -0.0316 & -0.1239 & 1.1534 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}_{r2} = \begin{bmatrix} -2.2162 & 0.9972 & -2.7257 \\ 0.0057 & 0.5265 & 1.6001 \end{bmatrix}$$

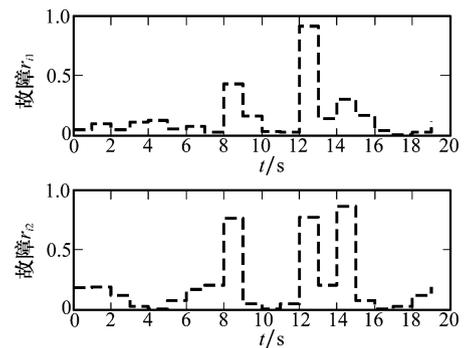
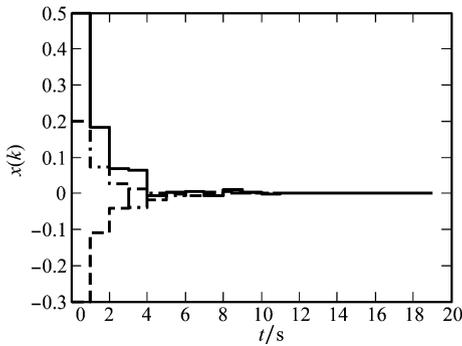
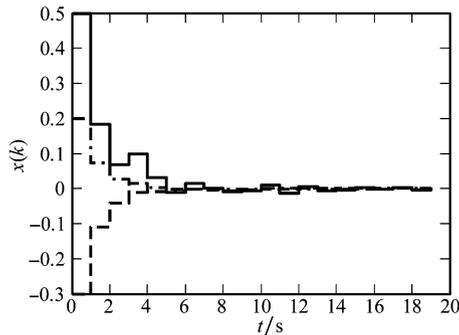
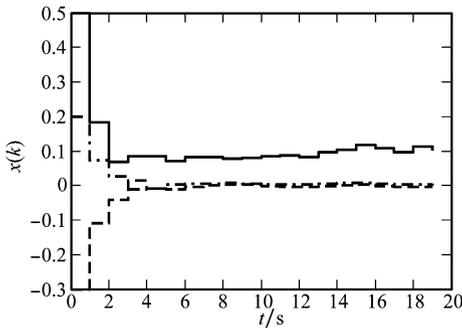
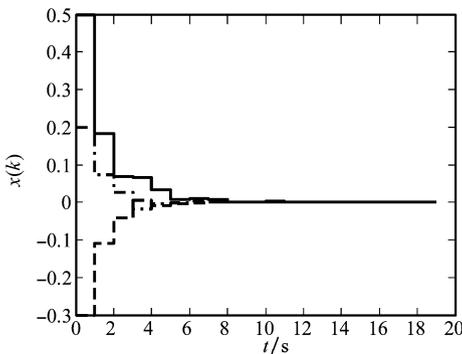


图 1 故障尺度因子

图 1 给出了表 1 列出的故障尺度因子时序图; 从图 2 和图 3 可以看出, 如采用定理 2 设计的容错控制器, 则无论是否发生执行器故障系统都能稳定; 从图 4 和图 5 可以看出如采用标准控制器, 在无故障发生时, 系统具有较好的控制性能, 但如发生如表 1 的执行器故障, 则控制性能明显变差, 甚至不能使系统稳定。

图2 无故障时采用 K 的响应曲线图3 发生表1故障时采用 K 的响应曲线图4 发生表1故障时采用 K 的响应曲线图5 无故障时采用 K 的响应曲线

4 结论

本文研究了具有无穷分布时延的离散型非线性时滞系统的容错控制问题,通过引入一些随机变量建立了新的故障分布模型,运用 Lyapunov 理论和随机理论分析方法,给出了在考虑故障情况下的容错控制设计方法,算例验证了

本方法的有效性。

参考文献:

- [1] Fridman E, Orlov Y. Exponential stability of linear distributed parameter systems with timevarying delays[J]. *Automatica*, 2009,45(1):194-201.
- [2] Liu Y, Wang Z, Liang J, et al. Synchronization and state estimation for discrete-time complex networks with distributed delays[J]. *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, 2008,38(5):1314-1325.
- [3] Chen W, Zheng W. Delay-dependent robust stabilization for uncertain neutral systems with distributed delays[J]. *Automatica*, 2007,43(1):95-104.
- [4] Shen B, Wang Z, Hung Y, et al. Distributed H_∞ filtering for polynomial nonlinear stochastic systems in sensor networks[J]. *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, 2011,58(5):1971-1979.
- [5] Wu H, Zhang H. Reliable mixed L_2/H_∞ fuzzy static output feedback control for nonlinear systems with sensor faults[J]. *Automatica*, 2005,41(11):1925-1932.
- [6] Xia J, Xu S, Zou Y. Robust reliable H_∞ control for nonlinear uncertain stochastic time-delay systems with Markovian jumping parameters[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2008,4(6):410-414.
- [7] Wang Z, Huang B, Burnham K. Stochastic reliable control of a class of uncertain time-delay systems with unknown nonlinearities[J]. *IEEE Trans. on Circuits and Systems: Fundamental Theory and Applications*, 2001,48(5):647-652.
- [8] Wang Z, Wei G, Feng G. Reliable H_∞ control for discrete-time piecewise linear systems with infinite distributed delays[J]. *Automatica*, 2009,45(12):2991-2994.
- [9] Chen J, Liu F. Robust reliable H_∞ control for discrete-time Markov jump linear systems with actuator failures[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2008,19(5):965-973.
- [10] Kuang Y, Smith H, Martin R. Global stability for infinite-delay, dispersive Lotka-Volterra systems: weakly interacting populations in nearly identical patches[J]. *Journal of Dynamics and Differential Equations*, 1991,3(3):339-360.
- [11] Wang Y, Xie L, De S. Robust control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 1992,19(2):139-149.
- [12] Yue D, Tian E, Zhang Y. A piecewise analysis method to stability analysis of linear continuous/discrete systems with time-varying delay[J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2009,19(13):1493-1518.
- [13] Yue D, Han Q. Delay-dependent exponential stability of stochastic systems with time-varying delay, nonlinearity, and Markovian switching[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2005,50(2):217-222.
- [14] Xu S, Lam J. Improved delay-dependent stability criteria for time-delay systems[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2005,50(3):384-387.
- [15] Wu M, He Y, She J, et al. Delay-dependent criteria for robust stability of time-varying delay systems[J]. *Automatica*, 2004,40(8):1435-1439.
- [16] 顾洲,王道波,岳东.故障分布依赖的一类离散线性时滞系统 H_∞ 可靠性控制[J]. *控制与决策*, 2010,25(6):929-933. (Gu Z, Wang D B, Yue D. Fault-distribution-dependent reliable control for a class of discrete-time delayed systems[J]. *Control and Decision*, 2010,25(6):929-933.)