文章编号:1001-506X(2012)02-0333-04

多源不确定信息融合中的冲突证据快速合成方法

权　文，王晓丹，史朝辉，白东颖
(空军工程大学导弹学院，陕西 三原 713800)

摘　要: D-S 证据组合规则在处理高冲突信息时，会得出与直觉相反的结论以及证据组合时计算量呈指数增长等问题。针对组合规则的不足，许多改进方法已提出，但各个方法都仍存在其局限性，如 Murphy 方法在很大程度上解决了冲突证据问题，并未解决计算量指数爆炸问题。基于对 Murphy 方法深入研究，归纳出相同证据的组合规律，给出了 Murphy 方法快速表达式，从而提出了一种快速的 Murphy 组合规则(fast Murphy combination rule, FMCR)。实验表明，新的组合规则在处理高冲突和多源不确定信息融合问题方面都是有效的，在保持 Murphy 组合规则计算正确性同时，显著地提高了计算速度。

关键词: D-S 理论；指数爆炸问题；高冲突；多源不确定信息融合

中图分类号: TP 212.9　　**文献标志码**: A　　**DOI**: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.02.22

Fast combination method of conflict evidences in multi-source uncertain information fusion

QUAN Wen, WANG Xiao-dan, SHI Zhao-hui, BAI Dong-ying
(*Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China*)

Abstract: The combination rule of conflict evidences and the required heavy computational load have been the important issues in Dempster-Shafer (D-S) theory. Many improved methods have been proposed, but each of them has their limitations. For example, the Murphy method, though efficient for solving the conflict evidence to a great extent, still leaves the heavy computational load open. On the basis of the research to the Murphy method, the combination law of identical evidences is discovered, and then a fast Murphy combination rule (FMCR) and the related expression are proposed. Experiments show that the new rule can effectively deal with high conflicting evidence and multi-source uncertain information fusion problems with an improvement in speed and accuracy.

Keywords: D-S theory; index exploration problem; high conflict; multi-source uncertain information fusion

0　引　言

多传感器信息融合是近年来发展起来的多源信息处理新技术，是目前研究热点之一。它充分利用多个传感器资源，将各种传感器在空间和时间上的互补与冗余信息依据某种优化准则组合起来，达到最佳协同作用的效果。但实际应用中，各传感器提供的信息一般是不完整、不精确、模糊的，甚至有时是矛盾的，即包含大量的不确定性。

作为经典的主观贝叶斯方法的推广，证据理论是由 Dempster[1] 于 1967 年研究多值映射方面问题时提出的，适合于无先验信息的融合，具有利用证据积累以缩小假设集合的特殊能力。用信任区间代替概率，使 D-S 理论提供了一种明确考虑导致观测数据未知原因的方法，这在军事战场环境下是非常重要的，因为由于敌人的对抗措施可能会导致观测失效。因此证据理论成为处理多传感器不确定信息融合的一个较为广泛采用的有效工具。

然而在实际应用中，D-S 理论在处理高冲突问题时，常常得出有悖常理的结论，其根本原因在于 D-S 组合规则仅适用于高置信度、低冲突度命题，却无法有效处理信任度趋近于 0 的情况。对此国内外众多学者对其改进，提出了许多解决方法[3-13]。概括起来可分为两种，一种观点认为组合规则有问题，需要修改组合规则，典型的有 Yager 方法[3]、Lefevre 方法[4]、孙全方法[5]等；另一种观点为组合规则没有问题，是证据源出了问题，典型的如 Murphy 方法[6]、Jousselem 方法[7]、郭建全方法[8]等。其中，Murphy 于 2000 年对 D-S 组合规则的改进，是专门针对高冲突证据

收稿日期:2011－04－28；**修回日期**:2011－08－10。
基金项目:国家自然科学基金(60975026)资助课题
作者简介:权文(1983－)，女，博士研究生，主要研究方向为智能信息处理、机器学习。E-mail:937182228@qq.com

(典型的如 Zadeh[9] 悖论)提出的，并取得了令人满意的效果。算法基本思想为首先对系统中 N 个证据进行平均，再用得到的平均证据进行 $N-1$ 次 D-S 组合。此算法虽然在很大程度上避免了高冲突情况出现，但最大的问题是 D-S 组合规则计算量随着证据的增加呈指数增长。例如，系统有 K 个不同的基本概率分配(basic probability assignment, BPA)，则焦元数为 2^k+K-1，也就是说，如果 $K=20$，则会产生 $1.048\ 576\times10^7$ 个焦元[10-11]。而 Murphy 方法计算量较 D-S 组合规则不仅没有减少，还增加了计算平均值这一步骤，工程实用性差。本文正是针对 Murphy 方法的这一缺陷而提出的。

1 D-S 基本理论

D-S 理论不仅提供了表达证据(对命题的判决信息)的方法—信度(基本概率分配)、信任度(对命题的支持度)、似然度(对命题的不反对程度)，还给出了证据合成的重要工具—组合规则。关于证据理论的详细基本理论相关文献中均有描述，本文不再赘述。这里只给出 Dempster 组合规则。

定义 1 设 $m_1(\cdot)$ 和 $m_2(\cdot)$ 是 2^Θ 上的两个相互独立的 BPA，定义组合后的 BPA：$m(\cdot)=[m_1\oplus m_2](\cdot)$ 为

$$\begin{cases} m(\phi)=0 \\ m(A)=\dfrac{\sum\limits_{\substack{X,Y\subset 2^\Theta \\ X\cap Y=A}} m_1(X)m_2(Y)}{1-\sum\limits_{\substack{X,Y\subset 2^\Theta \\ X\cap Y=\phi}} m_1(X)m_2(Y)},\ \forall(A\neq\phi)\in 2^\Theta \end{cases} \tag{1}$$

式中，$\sum\limits_{\substack{X,Y\subset 2^\Theta \\ X\cap Y=\phi}} m_1(X)m_2(Y)$ 为两证据间的冲突度，记为 k_{12}，若 $k_{12}\neq1$，则确定一个基本概率分配函数；若 $k_{12}=1$ 时，则认为 m_1，m_2 矛盾，不能对 BPA 进行组合。

式(1)所给出的组合规则满足结合律和交换律，适用于多个证据的组合。

2 一种快速的 Murphy 组合方法

通过深入研究可以发现，Murphy 方法在第一步骤之后得到的平均证据值，被当作 $n-1$ 个相同的证据值进行了证据组合，既然是相同的证据，相同的组合规则，那么组合结果势必满足一定的规律。对大量随机证据进行实验，得到了预期的结果。

为了明确表达此规律，使用科学归纳推理，从简到难，证据表述如下：

(1) 假设辨识框架 $\Theta=\{A,B,C,\cdots,T\}$，决策系统采集到 n 组独立的证据，按照 Murphy 方法对所有证据进行了平均，得到均值证据 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_T$，再进行 $n-1$ 次经典 D-S 证据组合，基本概率分配如下：

	A	B	C	$\cdots$	T
m_1	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_T
m_2	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_T
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m_n	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_T

则以计算命题 A 为例，满足

$$m_{12\cdots n}(A)=\frac{x_1^n}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{i=1}^{T}(x_i^2-x_i^n)} \tag{2}$$

证明

(1) 当 $n=2$ 时

对证据 m_1 和 m_2 按照 D-S 组合规则进行合成：

$$M_{12}(A)=\frac{x_1^2}{1-x_1(x_2+x_3+\cdots+x_T)-\cdots-x_T(x_1+x_2+\cdots+x_{T-1})}$$

$$=\frac{x_1^2}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j}=m_{12}(A)$$

即等式正确；

(2) 假设 $n=\lambda$ 时

$$M_{12\cdots\lambda}(A)=\frac{x_1^\lambda}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{i=1}^{T}(x_i^2-x_i^\lambda)}=m_{12\cdots\lambda}(A)$$

成立，则当 $n=\lambda+1$ 时，对 $\lambda+1$ 个证据按照 D-S 组合规则进行合成：

$$M_{12\cdots(\lambda+1)}(A)=\frac{x_1\cdot x_1^\lambda}{\Delta-\sum\limits_{i=1}^{T}x_i^\lambda\sum\limits_{j\neq i}x_j}=\frac{x_1\cdot x_1^\lambda}{\Delta-\sum\limits_{i=1}^{T}x_i^\lambda(1-x_i)}=$$

$$\frac{x_1\cdot x_1^\lambda}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{i=1}^{T}[x_i^2-x_i^\lambda+x_i^\lambda(1-x_i)]}=$$

$$\frac{x_1^{\lambda+1}}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{i=1}^{T}[x_i^2-x_i^{\lambda+1}]}=m_{12\cdots(\lambda+1)}(A)$$

其中，$\Delta=1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{i=1}^{T}(x_i^2-x_i^\lambda)$，即 $n=\lambda+1$ 时等式成立。

根据数学归纳法，由(1)、(2)知，等式对任意 $n\in\mathbf{R}$，$n>1$ 都成立。 证毕

(2) 对于证据均为单焦元情况，我们已得到 Murphy 方法快速计算公式。但证据理论最大优势—处理不确定信息并未体现出来，因此，针对含有不确定信息的证据组合方法进行推导。假设辨识框架 $\Theta=\{A,B,C,\cdots,T\}$，且含有不确定焦元均值 Q。

	A	B	C	$\cdots$	T	Θ
m_1	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_T	Q
m_2	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_T	Q
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
m_n	x_1	x_2	x_3	$\cdots$	x_T	Q

$$m_{12}(A)=\frac{x_1^2+2x_1Q}{1-2(x_1x_2+x_1x_3)}=\frac{(x_1+Q)^2-Q^2}{1-2(x_1x_2+x_1x_3)} \tag{3}$$

$$m_{12}(B)=\frac{x_2^2+2x_2Q}{1-2(x_1x_2+x_1x_3)}=\frac{(x_2+Q)^2-Q^2}{1-2(x_1x_2+x_1x_3)} \tag{4}$$

$$m_{12}(C)=\frac{x_3^2+2x_3Q}{1-2(x_1x_2+x_1x_3)}=\frac{(x_3+Q)^2-Q^2}{1-2(x_1x_2+x_1x_3)} \tag{5}$$

特别强调的是等式(3)～式(5)的分子为使用组合数学的母函数法得到$(x+Q)^n-Q^n$。

在这种情况下，n 个证据组合，以计算命题 A 为例，满足

$$M_{12\cdots n}(A)=\frac{(x_1+Q)^n-Q^n}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{k=2}^{n-1}\left[\sum\limits_{i=1}^{T}x_i\left(\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}[(x_j+Q)^k-Q^k]\right)\right]}$$

证明

(1) 当 $n=2$ 时

对证据 m_1 和 m_2 按照 D-S 组合规则进行合成：

$$M_{12}(A)=\frac{(x_1+Q)^2-Q^2}{1-x_1(x_2+x_3+\cdots+x_T)-\cdots-x_T(x_1+x_3+\cdots+x_{T-1})}=\frac{(x_1+Q)^2-Q^2}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j}=m_{12}(A)$$

即等式正确；

(2) 假设 $n=\lambda$ 时

$$M_{12\cdots\lambda}(A)=\frac{(x_1+Q)^\lambda-Q^\lambda}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{k=2}^{\lambda-1}\left[\sum\limits_{i=1}^{T}x_i\left(\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}[(x_j+Q)^k-Q^k]\right)\right]}=m_{12\cdots\lambda}(A)$$

成立，则当 $n=\lambda+1$ 时，对 $\lambda+1$ 个证据按照 D-S 组合规则进行合成：

$$M_{12\cdots(\lambda+1)}(A)=\frac{x_1[(x_1+Q)^\lambda-Q^\lambda]+x_1Q^\lambda+Q[(x_1+Q)^n-Q^n]}{\Delta-\left[\sum\limits_{i=1}^{T}x_i\left(\sum\limits_{j\neq i}(x_i+Q)^n-Q^n\right)\right]}=$$

$$\frac{(x_1+Q)^{\lambda+1}-Q^{\lambda+1}}{1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j-\sum\limits_{k=2}^{\lambda-1}\left[\sum\limits_{i=1}^{T}x_i\left(\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}[(x_j+Q)^k-Q^k]\right)\right]}=m_{12\cdots(\lambda+1)}(A)$$

其中，$\Delta=1-2\sum\limits_{\substack{1\leqslant i,j\leqslant T\\ i\neq j}}x_ix_j$，即 $n=\lambda+1$ 时等式成立。

根据数学归纳法，由(1)、(2)知，等式对任意 $n\in\mathbf{R}, n>1$ 都成立。　　证毕

3　数值算例

引用文献[14]中例子，并与 D-S 方法、Murphy 方法进行对比，来验证快速 Murphy 组合规则(fast murphy combination rule, FMCR)的有效性和高效性。

例 1　假设在多传感器信息融合系统中，系统的辨识框架为 $\Theta=\{a,b,c\}$，a,b,c 分别代表战斗机、地面攻击机、轰炸机，系统使用电子支援措施(electronic support measure, ESM)、红外(infrared, IR)、光电(electro-optic, EO)三种传感器，由射频(radio frequency, RF)、脉宽(pulse width, PW)、IR 及 EO 确定的基本概率赋值如下：

$$m_{\rm RF}(a)=0.98,\ m_{\rm RF}(b)=0.01,\ m_{\rm RF}(c)=0.01$$
$$m_{\rm PW}(a)=0,\ m_{\rm PW}(b)=0.01,\ m_{\rm PW}(c)=0.99$$
$$m_{\rm IR}(a)=0.90,\ m_{\rm IR}(b)=0,\ m_{\rm IR}(c)=0.10$$
$$m_{\rm EO}(a)=0.90,\ m_{\rm EO}(b)=0,\ m_{\rm EO}(c)=0.10$$

实验环境为 Intel 双核 2.10 GHz，内存 2 GB 的 PC 机，VS2010 软件平台，耗时取 10 次重复实验的平均值。实验结果如表 1 所示。

表 1　三种方法组合结果的比较

组合规则	组合结果(m_1,m_2,m_3,m_4)	耗时/ms
D-S 方法	$m(a)=m(b)=0, m(c)=1$	0.256
Murphy 方法	$m(a)=0.966, m(b)=0, m(c)=0.034$	0.258
FMCR 方法	$m(a)=0.966, m(b)=0, m(c)=0.034$	0.021

从表 1 列出的 3 种组合规则对例 1 的组合结果，可以看出：Murphy 方法在处理高冲突证据时优于 D-S 方法，然而 Murphy 方法计算量较 D-S 方法不仅没有减少，还增加了计算平均值这一步骤，因而比 D-S 方法的平均耗时大 0.002 ms。相比较而言，本文方法 FMCR 不仅组合结果与 Murphy 方法一致，较好地克服了高冲突证据的组合问题，而且显著地减小了计算量，比前两种方法的平均耗时减小了一个数量级。

从时间复杂性来分析，D-S 方法随证据个数的增加，呈指数级时间复杂度[15]，Murphy 方法没有改变这种情况，本文方法采用相同证据快速组合公式，避免了大量冗余计算，有效减小了组合过程中的计算量。

为了进一步验证本文方法的快速性和稳定性，对证据数为 4,8,16,…,256 和 25,50,100,…,1 600 两种序列的证据，分别用 D-S、Murphy 和 FMCR 三种方法进行组合实验，得到采用每种方法组合时的证据数与耗时的关系如表 2～表 3 所示、图 1～图 2 所示。

表 2　三种方法组合证据序列 1 时的耗时　　ms

方法	4	8	16	32	64	128	256
D-S	0.252	0.577	1.246	2.969	6.387	15.049 4	0.209
Murphy	0.263	0.579	1.256	2.985	6.406	15.503 4	1.449
FMCR	0.022	0.022	0.023	0.024	0.026	0.035	0.052

表 3　三种方法组合证据序列 2 时的耗时　　ms

方法	25	50	100	200	400	800	1600
D-S	2.38	4.86	10.62	28.07	118.52	503.63	1 963.62
Murphy	2.52	4.94	10.70	28.40	130.88	543.51	2 128.41
FMCR	0.025	0.025	0.031	0.046	0.071	0.123	0.217

从图 1 和图 2 所描述的三种方法在组合时证据个数与耗时趋势可以看出：D-S 方法和 Murphy 方法随着证据个数的增长，耗时呈指数增长。而本文提出的 FMCR 方法的性能基本稳定，当证据个数为 1 600 时，耗时比前两种方法小了将近 10 000 倍。

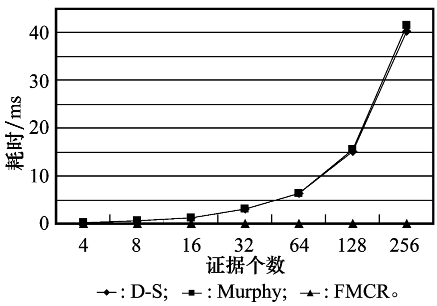

图 1 三种方法组合证据序列 1 时的耗时趋势图

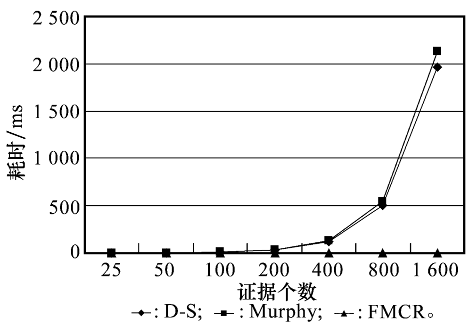

图 2 三种方法组合证据序列 2 时的耗时趋势图

4 结 论

由于 Murphy 并没有减少组合过程中的计算量，限制了其在工程应用中的推广应用。本文在分析 Murphy 组合规则的基础上，归纳出两种情况下 Murphy 方法的快速组合公式，给出了一种快速的 Murphy 组合方法(FMCR)。实验结果表明，FMCR 不但继承了 Murphy 组合规则在处理多源不确定信息融合问题高冲突方面的优势，而且有效减小了组合过程中的计算量，保持了算法的稳定性，具有一定的学术意义和应用价值。

参考文献:

[1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multivalued mapping[J]. *Annals of Mathematical Statistics*, 1967, 38(2): 325-339.

[2] Shafer G. *A mathematical theory of evidence*[M]. New Jersey: Princeton University Press, 1976.

[3] Yager R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. *Information Sciences*, 1987, 41(2): 93-138.

[4] Lefevre E, Colot O, Vannoorenberghe P, et al. A Generic framework for resolving the conflict in the combination of belief structures[C]// *Proc. of the 3rd International Conference on Information Fusion*, 2000: 11-18.

[5] 孙全，叶秀清，顾伟康. 一种新的基于证据理论的合成公式[J]. 电子学报，2000，28(8): 117-119. (Sun Q, Ye X Q, Gu W K. A new combination rules of evidence theory[J]. *Acta Electronica Sinca*, 2000, 28(8): 117-119.)

[6] Murphy C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. *Decision Support Systems*, 2000, 29(1): 1-9.

[7] Jousselem A, Grenier D, Bosse E. A new distance between two bodies of evidence[J]. *Information Fusion*, 2001, 2(2): 91-101.

[8] 郭建全，赵伟，黄松岭. 一种改进的 D-S 证据合成规则[J]. 系统工程与电子技术，2009，31(3): 606-610. (Guo J Q, Zhao W, Huang S L. Modified combination rule of D-S evidence theory[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(3): 606-610.)

[9] Zadeh L. On the validity of Dempster's rule of combination of evidence[R]. Berkely: University of California, 1979.

[10] Han D Q, Han C Z, Yang Y. Multi-class SVM classifiers fusion based on evidence combination[C]// *Proc. of the International Conference on Wavelet Analysis and Pattern Recognition*, 2007: 579-584.

[11] Martin A. Reliability and combination rule in the theory of belief functions[C]// *Proc. of the International Conference on Information Fusion*, 2009: 29-36.

[12] Smets P. The combination of evidence in the transferable belief model[J]. *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, 12(5): 447-458.

[13] Smets P. Analyzing the combination of conflicting belief functions[J]. *Information Fusion*, 2007, 8(14): 387-412.

[14] 蒋雯，张安，邓勇. 基于新的证据冲突表示的信息融合方法研究[J]. 西北工业大学学报，2010，28(1): 27-32. (Jiang W, Zhang A, Deng Y. A novel information fusion method based on our evidence conflict representation[J]. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2010, 28(1): 27-32.)

[15] Sentz K. Combination of evidence in dempster-shafer theory[R]. California: Sandia National Laboratories, 2002.