

# 无人飞行器 Ad hoc 网络中基于容错的中继节点配置

陈 凌<sup>1</sup>, 梁加红<sup>1</sup>, 胡志伟<sup>1</sup>, 吴 冰<sup>2</sup>

(1. 国防科学技术大学机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;

2. 防化研究院信息研究中心, 北京 102200)

**摘要:** 针对无人飞行器 Ad hoc 网络的容错设计需求, 采用增加中继节点的方法实现。在二维平面同构网络中, 将容错问题转化为边长受限条件下最少数量 Steiner 点的 Steiner 树问题。提出了两种基于最小成本子图的中继节点配置算法, 以求解最少数量的中继节点及其位置, 使改变后的网络拓扑图为顶点 2-连通, 实现容错。第一种为多项式时间的 8-近似算法; 第二种为随机近似算法, 采用文化基因算法, 搜索需要新增加的最小成本强化边组合。仿真结果表明了所提算法的有效性, 当网络规模较小和中等时, 随机近似算法得到的中继节点数量较少, 平均情况下性能较优。

**关键词:** 无人飞行器; Ad hoc 网络; 容错; Steiner 树问题

**中图分类号:** TP 393

**文献标志码:** A

**DOI:** 10. 3969/j. issn. 1001-506X. 2012. 01. 33

## Fault tolerant relay node placement in UAVs Ad hoc networks

CHEN Ling<sup>1</sup>, LIANG Jia-hong<sup>1</sup>, HU Zhi-wei<sup>1</sup>, WU Bing<sup>2</sup>

(1. College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China; 2. Information Research Center, Academy of Chemical Defense, Beijing 102200, China)

**Abstract:** One approach to realize the fault tolerant unmanned aerial vehicle (UAV) Ad hoc network is to deploy the number of relay nodes. In the 2-dimensional plane homogeneous network, this problem is modeled by an NP-hard network optimization problem named Steiner tree problem with minimum number of Steiner points and bounded edge length (STP-MSPBEL). Two relay node placement algorithms based on the minimum cost spanning subgraph of a complete graph are proposed to get the smallest number of additional relay nodes and their locations, then the induced topology graph is vertex-biconnected. The first one is a polynomial time 8-approximation algorithm. And the second one is a random approximation algorithm, in which the memetic algorithm is developed to get a cheapest possible set of additional edges. Simulation results show that the proposed algorithms are effective and the average relay nodes required in the second algorithm is less than that in the first one when the network scale is small or middle.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle (UAV); Ad hoc network; fault tolerant; Steiner tree problem

## 0 引 言

无人飞行器(unmanned aerial vehicle, UAV)因其结构简单、造价低廉和人员零伤亡等优点,在军事领域发挥着越来越重要的作用。多架无人飞行器组成的 UAV Ad hoc 网络不需要预先搭建通信基础设施,不囿于以控制基站为中心的星形网络结构;多点中继的通信模式突破了以往飞行器只能在基站通信范围内工作的局限,有效地扩展了侦察作战距离和 UAV 网络应用范围。在复杂战场环境中, UAV Ad hoc 网络的容错能力很重要。当 UAV 节点失效

时,通过节点转发的信息就会丢失,节点所处路由也因此中断。当网络中任意两个节点间都有 2 条顶点不相交的路径时,称为顶点 2-连通,即任意一个节点失效后网络仍然连通,这样的网络就具备了容错性,因此顶点 2-连通是网络容错设计的基本目标<sup>[1]</sup>。

Ad hoc 网络中实现顶点 2-连通主要有几种方法:调整节点发射功率、移动节点和增加中继节点。在无线传感器网络应用中常采用调整节点发射功率的方法,改变节点间的边实现 2-连通,优化目标常为最小化发射功率或最大化生命周期<sup>[2-3]</sup>。当节点移动可控时,也可以将节点移动到彼

此的通信范围内建立新的边,改变网络拓扑实现 2-连通<sup>[4-5]</sup>。调整功率的方法消耗节点能量过多,缩短了网络生命周期,当节点间距离较大时,可能出现即使以最大功率工作也无法连通的情况。移动节点的方法符合 UAV 的特点,但是要求节点完全可控的假设过于严格,不易实现,并且影响节点执行预定的任务。如 UAV 节点在传感器分层通信网络中担任高层骨干网络时,UAV 节点有固定的覆盖区域,通常假设不可控或较少移动。在这样的网络中维护网络连通、进行网络拓扑修复是一个难题。比较合理实用的方法是引入辅助中继节点的方法,中继节点具备移动能力,可以按照特定策略迁移到指定位置修复或改变网络拓扑实现网络优化,达到网络容错的目的。

本文研究如何以最少数量的中继节点使 UAV Ad hoc 网络获取顶点 2-连通属性,具体描述为一个优化问题:给定一个简单连通而非顶点 2-连通的 UAV Ad hoc 网络,采用增加中继节点的方法改变网络拓扑,求解最少数量的中继节点及其相应的配置位置,使改变后的网络为顶点 2-连通。为简化描述,如无特指,文中 2-连通指顶点 2-连通。

## 1 网络模型与相关工作

文中假设某种形式的中心基站可获取全局信息并控制中继节点的配置;考虑平面同构网络,中继节点与网络节点性能一致;节点使用全向天线,最大通信距离  $R$ ,处于相互通信范围内的节点间可进行双向通信。给定 UAV Ad hoc 网络,可用唯一的单位圆图<sup>[6]</sup>表示其通信拓扑:顶点  $v \in V$  对应 UAV 节点,欧氏距离小于  $R$  的顶点之间有边  $e \in E_0$  连接,对应节点间的双向通信,顶点和边组成无向图  $G_0 = (V, E_0)$ 。采用增加中继节点的方法实现网络容错可转化为边长受限条件下最少数量 Steiner 点的 Steiner 树问题(Steiner tree problem with minimum number of Steiner points and bounded edge length, STP-MSPBEL)。其定义为,在限制边长上界的情况下最小化 Steiner 点数量,即给定二维欧氏平面上的简单连通图和一个正常数  $R$ ,按习惯称图中固有顶点为端点,新增辅助节点为 Steiner 点。优化目标为寻求最少数量的 Steiner 点集  $V_s$  及其配置位置,使得原有点集  $V$  和  $V_s$  及其诱导生成的边组成的图  $G_f = (V \cup V_s, E_0 \cup E_s)$  为 2-连通,且图中每条边的长度都不超过  $R$ 。

**注 1** 本文遵循惯例沿用了 Steiner 树的定义,但图的连通度并不局限于简单连通。

STP-MSPBEL 问题源于经典 Steiner 树问题,也称瓶颈 Steiner 树问题。最早在文献[7]中研究波分复用光纤网络(wavelength division multiplexing optical network)时定义并证明其 NP 完全性,假设平面同构网络,连通度需求为简单连通,文中基于端点间的最小生成树(minimum spanning tree, MST),提出了近似比为 5 的近似算法。文献[8]证明了文献[7]中算法近似比的确切值为 4,并利用端点结构信息构造以 Steiner 点为中心的“4-star”来连通分割的分支,提出了一种 3-近似算法。文献[9]提出了利用“3-star”的 3-近似算法,并利用随机近似算法将平均性能下的近似比提高到 2.5。文献[10]研究了异构网络中更具一般性的中继节点配置问题,当中继节点的通信距离大于端点时,得到了 7-近似算法。文献[11]将连通度需求从简单连通扩展

到  $k$ -连通,对于给定的  $k$ ,提出了  $O(1)$ -近似算法。文献[12]提出了获取边/顶点 2-连通的 10-近似算法。文献[13]总结并研究了同构和异构、平面和分层网络的多种组合情况下的近似算法<sup>[13]</sup>。

分层网络研究中的区别在于对底层端点分布、高层骨干节点覆盖率和通信距离的假设不同,构建连通网络的技术与平面同构网络中没有区别。当最终形成网络为  $k$ -连通时,各种研究从实质上来看都是在端点生成的完全图中构造  $k$ -连通子图,然后在需新增的边中放置中继节点,区别在于对完全图中边的成本设定不同。在通信范围外的端点之间的直接连线上放置中继节点的研究范式得到了业界肯定,并称之为 Steiner 化方法。本文沿用了这种研究范式,采用最小成本 2-连通子图的最新研究进展,利用网络的结构特性进行算法改进,得到了较好的效果。

## 2 中继节点配置算法框架

本文提出的近似算法分为 3 个阶段:首先构造由初始简单连通图中固有端点生成的完全图,并对新增的边赋予成本值;然后在完全图中求解最小成本 2-连通子图;最后基于构造最小成本 2-连通子图所需新增的边,均匀配置中继节点来实现,最终形成的图为 2-连通。

整个算法的核心在于完全图中最小成本 2-连通子图的计算,这也是 NP 难题<sup>[14]</sup>。当求解该问题的子算法近似比为  $\alpha$  时,可得整个算法的近似比为  $4\alpha$ 。目前求解最小成本 2-连通子图时性能最好的近似算法近似比为  $2^{[15]}$ ,则整个算法的近似比为 8。一些研究利用随机搜索算法对这类经典组合优化问题进行求解,取得了较好效果。由于随机搜索算法内在的不确定性,不能从理论上得到常数近似比,但在仿真实验中发现,在较小和中等网络规模情况下往往能得到最优解。本文利用文化基因算法进行求解,减少了所需新增边的数量,平均性能较好。

### 2.1 基于最小成本 2-连通子图的算法框架

本文沿用 Steiner 化的中继节点配置框架,为了连通处于通信范围之外的端点,中继节点配置于端点间的直接连线上。为便于问题描述,算法严格限制中继节点只能与形成边的中继节点和连接的端点进行连接(避免了中继节点放置时,处于其通信范围内的其他节点诱导生成边,这些边对于增强网络的连通性是冗余的)。基于最小成本 2-连通子图的中继节点配置算法的具体流程如下:

**步骤 1** 给定初始图  $G_0 = (V, E_0)$ ,其中  $V$  是端点集, $E_0$  代表在通信范围内的端点间形成的边集,对于任意  $u, v \in V$ ,当  $\|u - v\| \leq R$  时, $e(u, v) \in E_0$ 。初始图为简单连通。

**步骤 2** 构造完全图  $G_c = (V, E_c)$ ,在原有端点中,所有通信范围外的端点间都添加边,这些边可用于增强初始图的连通度,称之为强化边集  $E_A$ ,有  $E_A = E_c / E_0$ 。

**步骤 3** 为每一条强化边  $e \in E_A$  都按  $\text{cost}(e) = \lceil \|e\|_2 / 2R \rceil + 1$  赋予成本值。其中,  $\|e\|_2$  为边连通的端点之间的欧氏距离; $\lceil (\cdot) \rceil$  代表不大于  $(\cdot)$  的整数。边的成本对应连通端点所需的新增中继节点数量。

**步骤 4** 利用近似算法或随机算法求解强化边集子  $E_a \subseteq E_A$ ,使得强化图  $G_a = (V, E_a \cup E_0)$  为顶点 2-连通,且

$\sum_{e \in E_s} \text{cost}(e)$  最小。

**步骤 5** 对需新增的强化边集  $E_s$  通过 Steiner 化获取,即根据成本值,在强化边上均匀配置相应数量的中继节点。

**步骤 6** 在中继节点的通信范围内的端点和中继节点之间添加中继节点诱导生成的边,此时得到的图  $G_R = (V \cup V_R, E_0 \cup E_R)$  为顶点 2-连通,其中  $V_R$  为新增的中继节点,  $E_R$  为中继节点诱导生成的边。

### 2.2 算法的近似比

求解最小成本 2-连通子图时,如果采用具有常数近似比的近似算法进行计算,整个算法也具有常数近似比。

在 STP-MSPBEL 问题中,新增的辅助节点称为 Steiner 点。为表示区别,当采用基于最小成本 2-连通子图方法求解时,称实现新增强化边的辅助节点为 Steiner 点,取放置于两个端点直接连线“中”之意,实为 Steiner 点的一种。为简化描述,本文将在块树中寻找 Steiner 点与中继节点之间关系,进而得出本文提出算法的近似比。

首先介绍块树的概念,块树是对初始图的一种简洁的描述形式,其中割点的删除直接导致块树的分割。文中采用改进的块树<sup>[16]</sup>对初始图进行简化描述。给定简单连通初始图  $G_0 = (V, E_0)$ ,如图 1(a)所示,不包括 Steiner 点  $S1 \sim S3$ ,可用无向块树  $T_0 = (V_T, E_T)$ 来表示,如图 1(b)中实线及连接顶点组成的树。块树包含两类顶点:一类是割点;另一类是块点。割点  $v_i$  和块点  $v_b$  通过边  $e_{v_i-v_b} \in E_T$  连接,树中的边表示了初始图中连接割点和顶点的多条边。与标准块树不同,改进的块树中割点可直接相连。

在基于最小成本 2-连通子图的中继节点配置算法中,定义了连通通信范围外端点的强化边成本为连通端点所需的中继节点数量。在块树中,不同块点、割点之间有一条或多条成本不同的强化边。利用典型裁剪规则<sup>[16]</sup>,裁剪掉无效和冗余的强化边,不同块点对之间仅保留成本最小的强化边,但可能仍有多条,此时,可以用一条边来表示块点对之间的多条相同成本的边,而不影响最优解的中继节点数量。经过裁剪组合,块点与强化边形成的图为简单图(块点对之间仅有一条强化边),这样就缩小了求解最小成本 2-连通子图时选强化边集的搜索空间。假设已知最优解,所需中继节点数量最少为  $N_R$ 。对于相同的中继节点数量,最小成本 2-连通子图可能有多个,称之为最小成本 2-连通子图族。

假设已知 STP-MSPBEL 问题的最优解,即新增加 Steiner 点集  $V_s$  及其诱导生成的边  $E_s$  后,使得图  $G_s = (V \cup V_s, E \cup E_s)$  为 2-连通,且  $V_s$  的数量为最少,假设有  $N_s$  个,如图 1(a)所示。将  $G_s$  用块树和 Steiner 点混合的形式进行表示,  $G_s^T = (V_T \cup V_s, E_T \cup E_s^T)$ ,其中  $E_s^T$  包括了 Steiner 点到初始图中割点和端点的边。Steiner 点到割点的边在初始图和块树中没有变化;初始图中 Steiner 点到某一块点的边(可能有多条)在块树中则由 Steiner 点到这个块点的一条边来表示,如图 1(b)所示。从增强连通性的角度而言,Steiner 点到割点的边是没有作用的,只是割点处于 Steiner 点的通信范围内而诱导生成的边,如图 1(a)中  $S1$  到割点 2 和割点 3 的边。在  $G_s^T$  中,可以将 Steiner 点到割点的边删除而不影响图的连通性。

在简单连通图中,某些端点之间仅有一条顶点不相交的路径,而且经过某个割点,这也是删除割点会分割原图的原因;如果端点之间有 2 条顶点不相交的路径,则这些端点同属一个块点,块的定义也有图的 2-连通分支之意。使简单连通图获取 2-连通属性,从本质上而言,就是因为图中没有 2 条顶点不相交路径的端点之间提供冗余路径,达到连通割点的不同切割分支,使得割点的删除不会导致图分割的目的,符合 2-连通图中任意删除一个端点而不会导致图分割的定义。Steiner 点与中继节点都是连通端点的不同实现形式,区别在于中继节点配置于强化边上,仅能连通 2 个端点;而 Steiner 点可配置于任意位置,往往能起到一个 Steiner 点同时连通多个端点的作用。如图 1(a)中,  $S2$  连通了端点 5, 8 和 15;如果利用强化边则需要 3 条不同的边,这样至少需要 3 个中继节点。

在最小 Steiner 树中,忽略 Steiner 点,仅保留其连通的端点形成的边,形成的图包含最小成本 2-连通子图,假设已知并去除了冗余边,则形成的图至少同构于最小成本 2-连通子图族中某一个体,可得  $N_s \leq N_R$ ,但这样得不到算法的近似比。本文通过 MST 为桥梁来获取中继节点与 Steiner 点之间的关系。

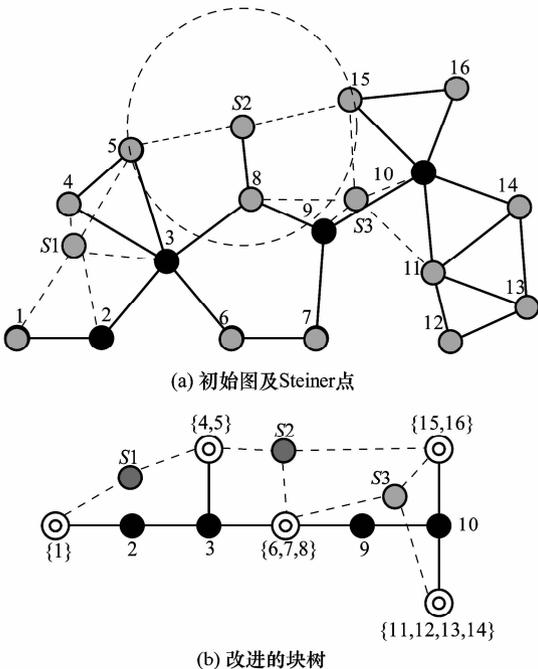


图 1 初始图与块树

●: 割点; ⊙: 块点; ○: Steiner 点; —: 固有边; - - -: 新增边。

在块树和 Steiner 点混合形式的表示中,Steiner 点连通了割点的不同的切割分支,即不同的块点,将割点去掉以后,这些块点通过 Steiner 点仍然连通,如图 2 所示。此时,如果再进一步去掉 Steiner 点,则块点都是孤立的,不连通了。

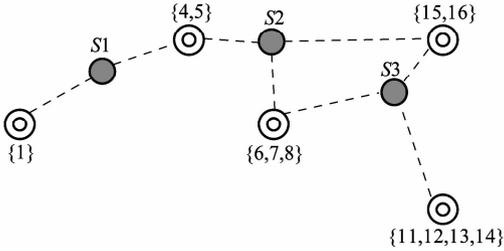


图 2 去除割点示意图

此时可以用基于 MST 的中继节点配置算法来连通这些块点,块点间边成本如前所述,连通这些块点是一个连通度需求为简单连通的 STP-MSPBEL 问题。有以下引理:

**引理 1<sup>[8]</sup>**: 对于一个 STP-MSPBEL 问题,当最终网络为简单连通时,基于 MST 的中继节点配置算法的近似比为 4。即:基于 MST 的方法所需中继节点数量最多为最优解中的 Steiner 点数量的 4 倍。设基于 MST 的中继节点配置算法得到的中继节点数量为  $N_{MST}$ ,则  $N_{MST} \leq 4N_S$ 。

利用基于最小成本 2-连通子图的方法来解决上述问题。回到块树中,基于 MST 的方法是连通了所有 Steiner 点连通的块点。注意到 Steiner 点连通的块点和生成的边中有一些对增强图的连通性而言是冗余的,如图 2 中 S2 和 S3 连接的块点 {6,7,8} 及其诱导生成的边。同理,基于最小成本 2-连通子图的方法也不需要完全连通块树中的所有块点,在最优解中只是连通割点的不同连通分支,消除了割点的影响,如图 3 所示。可以得出结论,基于最小成本 2-连通子图的强化边成本和不大于基于 MST 的方法中边的成本和。显然,实现这些强化边的中继节点数量也不多于基于 MST 方法中的中继节点数量,即  $N_R \leq N_{MST}$ 。

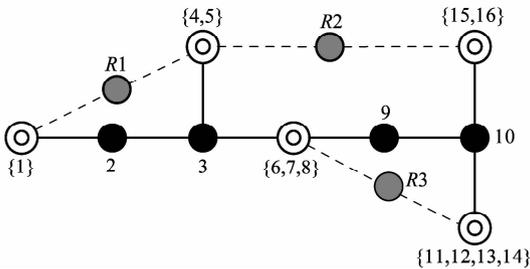


图 3 基于最小成本子图配置中继节点

依据不等式的传递性,可得  $N_R \leq 4N_S$ 。此时,可以得到算法的近似比,有如下定理:

**定理 1** 当求解最小成本 2-连通子图的多项式时间近似算法 A 的近似比为  $\alpha$  时,整个算法的近似比为  $4\alpha$ 。

**证明** 由于求解最小成本 2-连通子图问题是 NP 难题,采用的多项式时间近似算法的近似比为  $\alpha$ ,得到的中继节点数量小于  $\alpha N_R$ 。根据前文所述,如果求解 STP-MSPBEL 问题时采用基于最小成本 2-连通子图的中继节点配置算法,则得到的中继节点数量小于  $4\alpha N_S$ ,即算法的近似比为  $4\alpha$ 。 证毕

下面用一个例子来证明近似比边界的紧性。如图 4 所示,一个割点连接了 5 个端点,有 5 个不同的切割分支,端点到割点的距离等于或略小于最大通信距离  $R$ ,端点之间的距离都大于  $R$ 。该实例中只需增加一个 Steiner 点即可使初始图成为 2-连通,Steiner 点的位置在割点附近(也有可能重合,图中为了演示方便略微分开了)。如果采用基于最小成本 2-连通子图的中继节点配置算法,需要连通割点的某 4 个切割分支,增加 4 条强化边,则需要通过 4 个中继节点来实现,算法近似比为 4。这是 STP-MSPBEL 问题的最坏情况实例,可知近似比边界的紧性。

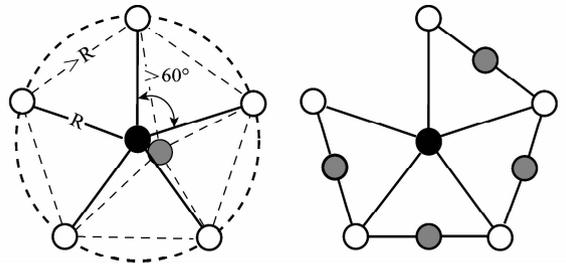


图 4 近似比为 4 的示例

在本文的设定中,边的成本不满足三角不等式,目前性能最好的求解最小成本 2-连通子图的近似算法是文献[15]提出的 SK 算法,算法近似比为 2,可得整个算法近似比为 8。

### 2.3 基于文化基因算法的随机算法

在研究了最小成本 2-连通子图求解方法的最新进展后,发现利用随机搜索算法进行求解可以取得较好效果,特别在较小和中等网络规模时,往往能获取最优解<sup>[16]</sup>。这样可以提高整个算法的运算性能,本文利用文化基因算法(memetic algorithm, MA)求解最小成本 2-连通子图,减少了所需中继节点数量。

MA 采用基于种群的全局搜索和基于个体的局部优化的混合框架,通过对文化基因的复制、传播和进化来模仿文化进化,同时利用局部优化使每代进化个体达到局部最优,算法效率和性能优于传统遗传算法<sup>[17]</sup>。本文在 MA 中采用基于稳态遗传算法的全局进化策略和基于随机爬山算法的局部优化方法。稳态遗传算法每次更新种群中最差个体,保证最优个体的遗传优势;随机爬山法搜索局部邻域内最优解,保证文化基因严格复制和变异应带来的进展。

(1) 全局进化策略

稳态遗传算法<sup>[18]</sup>在世代替换的过程中一般只更新适应度最差个体,有利于保证局部最优个体保存在种群中并延续下去,可充分发挥局部优化的作用。设定个体的适应值为个体中强化边成本和。首先生成一定规模初始种群,并进行局部优化。在每次进化中过程,利用有放回的  $k$ -锦标赛法选择多个父代配对交叉生成子代,子代依照一定的概率进行变异,并进行局部优化,生成子代中的最优个体替代初始种群中的最差个体。如果子代最优个体已在初始种群中或者次于初始种群中的最差个体,则重新进行进化,如此往复,直到种群收敛或满足终止条件,算法停止。交叉和变异算子参照了文献<sup>[16]</sup>,在此不进行赘述。

(2) 局部优化方法

当删除  $S$  中任意一条边时,会破坏强化图  $G_s = (V, E_0 \cup E_s)$  的 2-连通属性,则个体  $S$  被称为局部最优。当边的删除不会破坏图  $G_s$  的 2-连通属性时,则边  $e \in S$  被称为是冗余的。对个体的局部优化就是检测、删除个体中冗余边的过程。

随机爬山法的思想是在上山移动过程中随机地选择下一步,概率随着上山移动的陡峭程度而变化。基于这种思想,局部优化方法分为两步:首先,检测个体  $S$  中必须保留的边。当一条强化边对于连通割点  $v_i$  的某两个切割分支是唯一的,则称该边是必须保留的。然后,在余下的强化边中随机删除一条,检测该边有助于消除的割点是否仍然被消除,如果某个割点未被消除,则该边不是冗余的,需要保留;如果所有割点都已经被消除,则该边是冗余的,可以删除。重复以上过程,直到没有冗余边,此时个体  $S$  是局部最优。

3 仿真实验与性能分析

为了验证随机算法的可行性并测试算法性能,选取了 SK 算法和 MA 算法作为求解最小成本 2-连通子图的子算法进行对比。

仿真实验场景 1 为 1 000 m×1 000 m 的正方形平面区域,UAV 节点最大数量为 50,可配置于实验区域内任何位置,实验区域内无障碍物,节点的通信距离为 250 m,初始状态中节点配置服从均匀分布,节点形成的网络为简单连通。每一个测试点上利用相同参数仿真 20 次取平均值,避免随机因素的干扰。

图 5 为最大中继节点数量与节点数量之间的关系,图 6 为平均中继节点数量与节点数量之间的关系。当节点数量从 10 增加到 50 时,两图中的中继节点数量都是首先增大,当达到一定阈值以后,逐渐减少。原因在于图中块数量随着节点数量增加而变化,如图 7 所示。当节点数量较少时,节点间距较小,块的数量少,获取 2-连通属性时需增加的中继节点较少;当节点数量增多时,网络直径增大,节点间距增大,块的数量增多,需要更多的中继节点以获取 2-连

通属性;当节点数量增加到一定程度后,网络密度增大,节点间距反而缩小,块数量也随之减少,只需增加少量中继节点即可获取 2-连通属性,此时各类算法性能差别不大。

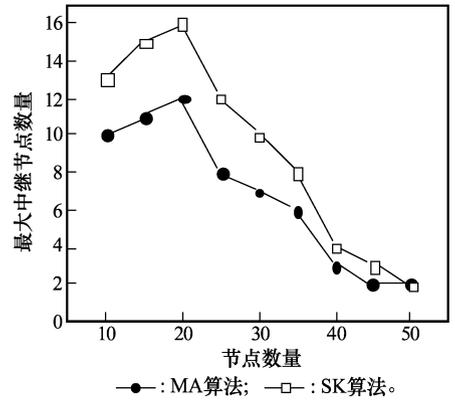


图 5 最大中继节点数量与节点数量之间关系

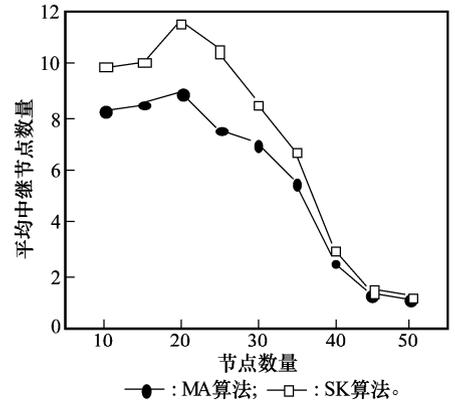


图 6 平均中继节点数量与节点数量之间关系

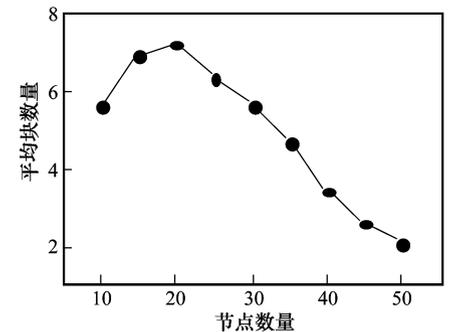


图 7 块数量与节点数量之间关系

从图 5 和图 6 中可以看出,基于 MA 求解最小成本 2-连通子图时的算法性能好于基于 SK 算法时的性能。原因在于当网络规模较小时,基于 MA 的随机近似算法往往能获取求解最小成本 2-连通子图问题的最优解,计算得到的中继节点数量要少于基于 SK 算法时的数量,平均性能提高约 20% 左右。

仿真实验场景 2 中,固定网络节点数量为 30,节点的最大通信距离从 100 m 变化到 400 m。图 8 为不同的节点最

大通信距离与所需新增的中继节点数量之间的关系。中继节点数量是首先增大的,当达到一定阈值以后,逐渐减少。原因仍在于随着通信距离的变化,简单连通的初始图中块的数量变化,与仿真场景 1 类似。

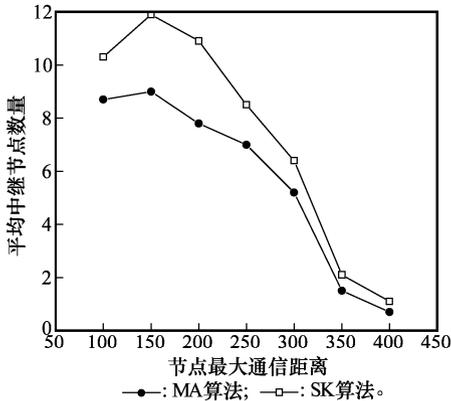


图 8 平均中继节点数量与节点通信距离之间关系

本文提出算法的主要时间开销在于求解最小成本 2-连通子图。如果采用具有常数近似比的多项式时间近似算法进行计算,则整个算法框架也在多项式时间内完成。当具体采用 SK 算法时,以网络节点数量  $n$  为算法输入规模,SK 算法的时间复杂度为  $O((kn)^2)$ ,其中  $k$  为所需图的连通度。这样,本文提出的基于 SK 算法的近似算法的时间复杂度为  $O(4n^2)$ 。

当采用如 MA 算法的随机算法为子算法时,由于算法固有的随机搜索本质,则不能从理论上保证整个算法的计算时间为多项式时间。从相关研究中发现<sup>[16]</sup>,在处理这类组合优化 NP 难题时,当输入规模中等和较小时,随机算法往往能获取最优解,同时计算时间开销较小。如果限定计算时间开销,则随机算法的解的平均质量要好于多项式时间近似算法,这点在图 5 和图 6 中有所体现。

## 4 结束语

2-连通是网络容错设计的基本要求,本文采用增加辅助中继节点的方法,提出了基于最小成本 2-连通子图的近似算法。算法的计算时间瓶颈在于对最小成本 2-连通子图问题的求解,最小成本 2-连通子图问题是 NP 难问题,目前还没有求得准确解的多项式时间算法。当采用具有多项式时间的近似算法求解最小成本 2-连通子图时,本文提出的算法的近似比为 8。当采用 MA 求解最小成本 2-连通子图时,在最大中继节点数量和平均中继节点数量两类性能指标下,算法的性能有所提高。由于 MA 内在的随机搜索本质,从理论上无法获取算法近似比。但在仿真实验中发现,当网络规模中等和较小时,MA 可在较短的时间内获取高质量的近似解,往往能获得最优解,这样就可以进一步减少中继节点数量。本文提出的算法没有考虑实际的通信覆盖要求和节点配置范围的限制,适用性受限。同时节点仅配置于端点的直接连线上,这样的假设较为严格,也限制了算法性能的提高。

## 参考文献:

- [1] Hai L, Wan P J, Jia X H. Fault-tolerant relay node placement in wireless sensor networks[C]// *Proc. of the International Computing and Combinatorics Conference*, 2005; 230 - 239.
- [2] Galinescu C, Wan P J. Range assignment for biconnectivity and  $k$ -edge connectivity in wireless Ad hoc networks[J]. *Mobile Networks and Applications*, 2006, 11(2): 121 - 128.
- [3] Lloyd E L, Liu R, Marathe M V, et al. Algorithmic aspects of topology control problems for Ad hoc networks[J]. *Mobile Networks and Applications*, 2005, 10(1 - 2): 19 - 34.
- [4] Basu P, Redi J. Movement control algorithms for realization of fault tolerant Ad hoc networks[J]. *IEEE Network*, 2004, 18(4): 36 - 44.
- [5] Das S, Liu H, Nayak A, et al. A localized algorithm for biconnectivity of connected mobile robots [J]. *Telecommunication Systems*, 2009, 40(3 - 4): 129 - 140.
- [6] Clark B N, Colboun C J, Johnson D S. Unit disk graphs[J]. *Discrete Mathematics*, 1990, 86(1 - 3): 165 - 177.
- [7] Lin G H, Xue G L. Steiner tree problem with minimum number of Steiner points and bounded edge-length[J]. *Information Processing Letters*, 1999, 69(2): 53 - 57.
- [8] Chen D H, Du D Z, Hu X Dong, et al. Approximations for Steiner trees with minimum number of Steiner points[J]. *Journal of Theoretical Computer Science*, 2001, 262(1 - 2): 83 - 99.
- [9] Cheng X Z, Du D Z, Wang L S, et al. Relay sensor placement in wireless sensor networks[J]. *Wireless Networks*, 2008, 14(3): 347 - 355.
- [10] Lloyd E L, Xue G L. Relay node placement in wireless sensor networks[J]. *IEEE Trans. on Computers*, 2007, 56(1): 134 - 138.
- [11] Bredin J L, Demaine E D, Mohammadtaghi H, et al. Deploying sensor networks with guaranteed capacity and fault tolerance[C]// *Proc. of the Sixth ACM International Symposium on Mobile Ad hoc Networking and Computing*, 2005; 309 - 319.
- [12] Kashyap A, Khuller S, Shayman M. Relay placement for higher order connectivity in wireless sensor networks[C]// *Proc. of the 25th Conference on Computer Communications*, 2006; 1 - 12.
- [13] Zhang W Y, Xue G L, Satyajayant M. Fault-tolerant relay node placement in wireless sensor networks: problems and algorithms[C]// *Proc. of the 26th Conference on Computer Communications*, 2007; 1649 - 1657.
- [14] Eswaran K P, Tarjan R E. Augmentation problem[J]. *SIAM Journal on Computing*, 1976, 5(4): 653 - 665.
- [15] Khuller S, Raghavachari B. Improved approximation algorithms for uniform connectivity problems[J]. *Journal of Algorithms*, 1996, 21(2): 434 - 450.
- [16] Ljubic I, Raidl G R. A memetic algorithm for minimum-cost vertex-biconnectivity augmentation of graphs[J]. *Journal of Heuristics*, 2003, 9(5): 401 - 427.
- [17] Moscato P. *Memetic algorithms: a short introduction* [M]. California: McGraw Hill, 1999; 219 - 234.
- [18] Rasheed K, Davisson B D. Effect of global parallelism on the behavior of a steady state genetic algorithm for design optimization[C]// *Proc. of the Conference on Evolutionary Computation*, 1999; 6 - 9.