

干涉式 L 形阵的二维高精度方向估计

陈根华, 陈伯孝, 杨明磊, 郑桂妹

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 为了提高常规 L 形阵测角精度, 结合干涉测量理论与常规 L 形阵波达方向估计技术, 提出了以干涉式 L 形阵来实现阵列孔径扩展, 提高测角精度的方法。由于干涉阵的基线长度远大于半波长, 合成方向图出现栅瓣, 导致测角模糊。采用双尺度旋转不变子空间解模糊算法, 以短基线得到的粗估计为参考, 解长基线得到的精估计的模糊, 从而得到高精度无模糊的方向估计。在分析干涉式 L 形阵的波达方向估计性能时, 采用近似法计算方向余弦估计的均方根误差下界, 同时分析了干涉阵的基线模糊门限与信噪比门限之间的关系。仿真结果验证了干涉式 L 形阵的有效性及其方向估计的高精度性能。

关键词: 干涉式 L 形阵; 基线; 解模糊; 模糊门限

中图分类号: TN 911.7

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2012.01.04

High accuracy 2-D direction finding using interferometric-like L-shaped array

CHEN Gen-hua, CHEN Bai-xiao, YANG Ming-lei, ZHENG Gui-mei

(National Laboratory of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of direction finding with the conventional L-shaped array, an interferometric-like L-shaped array is proposed, which is based on the interferometry theory and the techniques of direction of arrival (DOA) estimation of conventional L-shaped array. The interferometric-like L-shaped array leads to aperture extension and higher accuracy of DOA estimation. The interferometric-like array with the baselines greater than a half-wavelength results in the grating lobes in the combined array beam pattern and ambiguity in DOA estimation. A dual-size estimation of signal parameters via rotational invariance techniques (ESPRIT) based algorithm is used to resolve the ambiguities, where the short baseline yields unambiguous but high-variance direction cosine estimates to disambiguate low-variance but cyclically ambiguous estimates from the longer baseline, then lower variance and non-ambiguous estimates are achieved. The lower bound of mean square error of direction cosine is approximately calculated. The relation of the baseline ambiguity threshold and the signal to noise ratio threshold is analyzed. Simulation results demonstrate the effectiveness and high accuracy of this interferometric-like L-shaped array.

Keywords: interferometric-like L-shaped array; baseline; disambiguation; ambiguity threshold

0 引言

常规 L 形阵列由于阵元数少且比其他阵列具有更高的测角精度^[1-3], 一直备受关注。目前, L 形阵列二维波达方向(direction of arrival, DOA)估计的方法主要有导向矢量分离法^[1]、互相关法^[3]及不需要特征值分解的传播法^[4]等, 但以上算法都要求常规 L 形阵的两个轴向的阵元间距必须小于或等于入射信号的半波长^[1,3-4]。也就是说, 以上算法都是在孔径不变的条件下, 通过不同的算法来提高二维 DOA 估计的精度。众所周知, 阵列的测角分辨率、精度受

到阵列孔径的限制, 通常大的孔径可得到精度更高的角度估计。因此, 以上基于常规 L 形阵 DOA 估计算法的测角精度都从根本上受到阵列孔径的限制。

为了提高测角精度, 可以保持阵元数不变, 通过非均匀布阵或扩大阵元间距的均匀布阵及采用自回归滑动平均 (autoregressive and moving average, ARMA) 模型法^[5]或高阶累积量法^[6]来扩展阵列的孔径。根据空域 Nyquist 采样定理, 非均匀布阵与阵元间距大于入射信号半波长的均匀布阵会产生栅瓣, 导致测角模糊^[7-8]。即使在有先验信息的前提下, 也不能保证 100% 的解模糊^[9], 同时非均匀布阵

收稿日期: 2011-05-31; 修回日期: 2011-10-07。

基金项目: 国家自然科学基金(61001209); 中央高校基本科研业务费专项资金(JY10000902010); 航空科学基金(20100181010)资助课题

作者简介: 陈根华(1980-), 男, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为雷达阵列信号处理。E-mail: cghnd@126.com

也不利于工程上天线设计的模块化。高阶累积量与 ARMA 模型法很明显地增加了计算复杂度,从而影响了 DOA 估计实时性^[5-6]。然而,在干涉测量理论中,DOA 的测量精度与干涉器基线成正比,通常使基线长度足够长以满足高精度和高分辨率的要求^[9-10]。根据干涉测角原理,当基线大于入射信号的半波长时,出现相位缠绕,导致测角模糊。在干涉测量技术中,有很多的解模糊算法,如 5 阵元解模糊算法^[9]、单脉冲解模糊算法等^[10]。

结合干涉测量理论与常规 L 形阵列结构,本文提出了干涉式 L 形阵的阵列结构及其孔径扩展方法。将常规 L 形阵的每个轴向阵列分成两个独立的子阵,使得两个子阵的基线距离远大于半波长,从而得到干涉式 L 形阵。通过增大干涉式 L 形阵的两个轴向基线长度,实现孔径的有效扩展,从而提高了测角精度,同时也利于工程上的天线设计的模块化实现。由于基线长度远大于半波长,导致测角模糊,而双尺度旋转不变子空间 (estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT) 算法可以有效地解模糊。因此,为了提高测角的精度与实时性,本文拟采用二维双尺度酉 ESPRIT 算法来进行 DOA 估计^[11-14]。本文提出了干涉式 L 形阵的二维 DOA 估计算法,给出了计算机仿真结果,分析了其性能。仿真结果表明干涉式 L 形阵有效扩展了物理孔径,提高了 DOA 估计精度以及分辨率,降低了信噪比(signal to noise ratio, SNR)门限。

1 干涉式 L 形阵及其信号模型

如图 1 所示,设干涉式 L 形阵在 XOY 平面上,由 4M-1 个各向同性阵元组成,在 X 和 Y 轴上由两个基线距离分别为 D_x, D_y ($D_x, D_y \gg \lambda/2$) 的干涉阵构成, λ 为入射信号的波长,在 X 轴上有子阵 SX1 和 SX2,在 Y 轴上有子阵 SY1 和 SY2,每个子阵包括 M 个单元,子阵内均为等间隔均匀分布,单元间距分别为 d_x, d_y ($d_x, d_y \ll \lambda/2$),阵列坐标原点阵元作为参考阵元,令 $D_x = D_y, d_x = d_y$ 。

假设有 K 个非高斯的,相互独立的远场窄带信号源入射到该 L 形阵上,第 k 个信号源的方位角与俯仰角分别为 ϕ_k 和 $\theta_k, \phi_k \in [0, 2\pi], \theta_k \in [0, \pi]$ ($k=1, \dots, K$)。

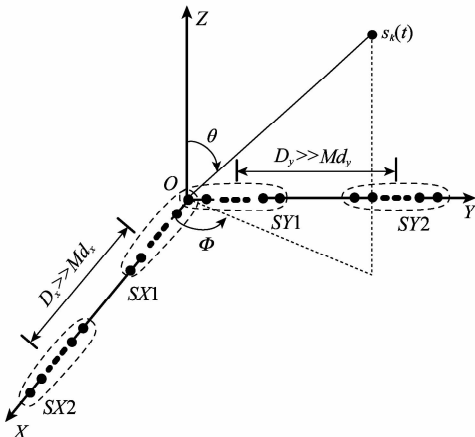


图 1 干涉式 L 形阵示意图

假设有 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_{2M}(t)]^T, \mathbf{Y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_{2M}(t)]^T$ 分别为 X 轴和 Y 轴的干涉子阵的 $2M \times 1$ 维的接收信号矢量,即

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}_x \mathbf{S}(t) + \mathbf{n}_x(t) \tag{1}$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{A}_y \mathbf{S}(t) + \mathbf{n}_y(t) \tag{2}$$

其中

$$\mathbf{A}_x = [\mathbf{a}(u_1), \dots, \mathbf{a}(u_K)] \tag{3}$$

$$\mathbf{A}_y = [\mathbf{a}(v_1), \dots, \mathbf{a}(v_K)] \tag{4}$$

$$\mathbf{S}(t) = [s_1(t), \dots, s_K(t)]^T \tag{5}$$

$$\mathbf{a}(u_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_x(u_k) \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} D_x} \mathbf{a}_x(u_k) \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$\mathbf{b}(v_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_y(v_k) \\ e^{j\frac{2\pi}{\lambda} D_y} \mathbf{a}_y(v_k) \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\mathbf{a}_x(u_k) = [1 e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_x} \dots e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1)d_x}]^T \tag{8}$$

$$\mathbf{a}_y(v_k) = [1 e^{j\frac{2\pi}{\lambda} d_y} \dots e^{j\frac{2\pi}{\lambda} (M-1)d_y}]^T \tag{9}$$

式中, $\mathbf{A}_x, \mathbf{A}_y$ 为 $2M \times K$ 维的导向矩阵, $\mathbf{a}(u_k), \mathbf{b}(v_k)$ 为 X 轴和 Y 轴方向的干涉阵的导向矢量, $\mathbf{a}_x(u_k), \mathbf{b}_x(v_k)$ 为子阵 SX1 与 SY1 的导向矢量。 $\mathbf{S}(t)$ 为 $K \times 1$ 维的相互独立的信号复值矢量, X 轴与 Y 轴的方向余弦分量分别为 $u_k = \sin \theta_k \cos \phi_k, v_k = \sin \theta_k \sin \phi_k$ 。 $\mathbf{n}_x(t)$ 和 $\mathbf{n}_y(t)$ 是与信号统计独立的加性的,零均值的复高斯白噪声,且 $E[\mathbf{n}_x(t)\mathbf{n}_x^H(t)] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2M}, E[\mathbf{n}_y(t)\mathbf{n}_y^H(t)] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2M}, \mathbf{I}_{2M}$ 为 $2M$ 阶单位矩阵, $t=1, \dots, N, N$ 为快拍数, $[\cdot]^T$ 表示转置, $[\cdot]^H$ 表示共轭转置。

基于以上假设,可得到两个干涉阵的协方差矩阵的最大似然估计为

$$\hat{\mathbf{R}}_x = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{X}(t)\mathbf{X}^H(t) \tag{10}$$

$$\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t) \tag{11}$$

根据酉 ESPRIT 算法^[12,14],得到实值的协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{R}}_{xR} = \frac{1}{2} \mathbf{U}_{2M}^H (\hat{\mathbf{R}}_x + \mathbf{\Pi}_{2M} \hat{\mathbf{R}}_x^* \mathbf{\Pi}_{2M}) \mathbf{U}_{2M} \tag{12}$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{yR} = \frac{1}{2} \mathbf{U}_{2M}^H (\hat{\mathbf{R}}_y + \mathbf{\Pi}_{2M} \hat{\mathbf{R}}_y^* \mathbf{\Pi}_{2M}) \mathbf{U}_{2M} \tag{13}$$

式中, $\mathbf{\Pi}_{2M}$ 为 $2M \times 2M$ 维交换矩阵,即反对角线元素为 1,其他元素为 0; $(\cdot)^*$ 表示共轭; \mathbf{U}_{2M} 为 $2M \times 2M$ 维稀疏酉矩阵^[11],且

$$\mathbf{U}_{2M} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_M & \mathbf{jI}_M \\ \mathbf{\Pi}_M & -\mathbf{jI}_M \end{bmatrix} \tag{14}$$

对实值协方差矩阵进行特征值分解 (eigenvalue decomposition, EVD) 后得到

$$\hat{\mathbf{R}}_{xR} = \mathbf{E}_{xS} \mathbf{\Lambda}_{xS} \mathbf{E}_{xS}^H + \sigma_n^2 \mathbf{E}_{xN} \mathbf{E}_{xN}^H \tag{15}$$

$$\hat{\mathbf{R}}_{yR} = \mathbf{E}_{yS} \mathbf{\Lambda}_{yS} \mathbf{E}_{yS}^H + \sigma_n^2 \mathbf{E}_{yN} \mathbf{E}_{yN}^H \tag{16}$$

式中, \mathbf{E}_{xS} 和 \mathbf{E}_{yS} 为 $2M \times K$ 维信号子空间; \mathbf{E}_{xN} 和 \mathbf{E}_{yN} 为 $2M \times (2M-K)$ 维的噪声子空间; $\mathbf{\Lambda}_{xS}$ 和 $\mathbf{\Lambda}_{yS}$ 为 K 个大特征值构成的对角矩阵。

2 二维 DOA 估计与解模糊

干涉式 L 形阵很明显在每个轴向上具有两种不同的基线距离,分别为子阵内阵元间的短基线(d_x, d_y)与子阵间的长基线(D_x, D_y),适合采用多尺度 ESPRIT 算法^[14]。利用短基线空间不变性可以得到精度低但无模糊的 DOA 估计,称为粗估计;而根据长基线空间不变性可以得到精度高但周期模糊的 DOA 估计,称为精估计。目前常以粗估计作为参考,解精估计的模糊^[11,13],从而得到高精度无模糊的精估计。

本文采用双尺度酉 ESPRIT 算法进行二维 DOA 估计。酉 ESPRIT 算法在保留 ESPRIT 算法的简单性和高分辨率的同时又减少了计算量,且双尺度便于并行计算,实现实时处理^[12]。

2.1 方向余弦粗估计(u^c, v^c)

在 X 轴方向上,子阵 SX1 的前 $M-1$ 个阵元与后 $M-1$ 个阵元构成完全相同的两个子阵,满足所谓的空间移不变性。由于利用干涉阵中全部阵元的信息有利于实现噪声对消和物理孔径的充分利用,因此将子阵的移不变性扩展到整个干涉阵。根据酉 ESPRIT 算法^[12],当 K 个信号入射到该阵列时,得到干涉阵的移不变关系,即

$$\mathbf{K}_{c1} \mathbf{D}_x \boldsymbol{\Omega}_x^c = \mathbf{K}_{c2} \mathbf{D}_x \quad (17)$$

式中, $\mathbf{K}_{c1} = \text{Re}(\mathbf{U}_{2(M-1)}^H \text{bdiag}^2(\mathbf{J}_{c2}) \mathbf{U}_{2M})$, $\mathbf{K}_{c2} = \text{Im}(\mathbf{U}_{2(M-1)}^H \cdot \text{bdiag}^2(\mathbf{J}_{c2}) \mathbf{U}_{2M})$, $\mathbf{J}_{c1} = [\mathbf{I}_{(M-1) \times (M-1)} \quad \mathbf{0}_{(M-1) \times 1}]$, $\mathbf{J}_{c2} = [\mathbf{0}_{(M-1) \times 1} \quad \mathbf{I}_{(M-1) \times (M-1)}]$ 为 $(M-1) \times 1$ 维的子阵选择矩阵, $\text{bdiag}^2(\mathbf{J}_{c1})$, $\text{bdiag}^2(\mathbf{J}_{c2})$ 为 $2(M-1) \times 2M$ 维干涉阵选择矩阵,表示为

$$\text{bdiag}^2(\mathbf{J}_{c1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{c1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{c1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\text{bdiag}^2(\mathbf{J}_{c2}) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{c2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_{c2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$\boldsymbol{\Omega}_x^c = \text{diag}[\tan \frac{\mu_k^c}{2}]_{k=1}^K$; $\mathbf{D}_x = [\mathbf{d}(u_1^c), \dots, \mathbf{d}(u_K^c)]$, $\mathbf{d}(u_k^c) = \mathbf{U}_{2M}^H \mathbf{a}(u_k^c)$ 为干涉阵的实值导向矢量,空间频率 $\mu_k^c = \frac{2\pi}{\lambda} d_x u_k^c$, u_k^c 为入射信号的方向余弦。

当没有噪声或快拍数趋于无穷时,由导向矩阵 \mathbf{D}_x 张成的空间与 \mathbf{E}_{sx} 相等,因而存在一个 $K \times K$ 维的非奇异矩阵 \mathbf{T}_{xc} ,使得 $\mathbf{D}_x = \mathbf{E}_{sx} \mathbf{T}_{xc}$,将其代入式(17)得到

$$\mathbf{K}_{c1} \mathbf{E}_{sx} \boldsymbol{\Psi}_x^c = \mathbf{K}_{c2} \mathbf{E}_{sx} \quad (20)$$

由最小二乘法得 X 轴上移不变旋转方程为

$$\boldsymbol{\Psi}_x^c = [(\mathbf{K}_{c1} \mathbf{E}_{sx})^H (\mathbf{K}_{c1} \mathbf{E}_{sx})]^{-1} [(\mathbf{K}_{c1} \mathbf{E}_{sx})^H (\mathbf{K}_{c2} \mathbf{E}_{sx})] \quad (21)$$

类似地,可以得到 Y 轴上移不变旋转方程为

$$\boldsymbol{\Psi}_y^c = [(\mathbf{K}_{c1} \mathbf{E}_{ys})^H (\mathbf{K}_{c1} \mathbf{E}_{ys})]^{-1} [(\mathbf{K}_{c1} \mathbf{E}_{ys})^H (\mathbf{K}_{c2} \mathbf{E}_{ys})] \quad (22)$$

对式(21)和式(22)进行 EVD 得到

$$\boldsymbol{\Omega}_x^c = \mathbf{T}_{xc}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_x^c \mathbf{T}_{xc} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_y^c = \mathbf{T}_{yc}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_y^c \mathbf{T}_{yc} \quad (24)$$

式中, $\boldsymbol{\Omega}_x^c = \text{diag}[\gamma_{x,k}^c]_{k=1}^K$, $\boldsymbol{\Omega}_y^c = \text{diag}[\gamma_{y,k}^c]_{k=1}^K$, $\gamma_{x,k}^c = \tan \frac{\mu_k^c}{2}$,

$$\gamma_{y,k}^c = \tan \frac{\omega_k^c}{2}, \mu_k^c = \frac{2\pi}{\lambda} d_x u_k^c, \omega_k^c = \frac{2\pi}{\lambda} d_y v_k^c。$$

因此,方向余弦的粗估计为

$$u_k^c = \frac{\arctan \gamma_{x,k}^c}{\pi d_x / \lambda}, k = 1, \dots, K \quad (25)$$

$$v_k^c = \frac{\arctan \gamma_{y,k}^c}{\pi d_y / \lambda}, k = 1, \dots, K \quad (26)$$

对 $\boldsymbol{\Psi}_x^c$ 和 $\boldsymbol{\Psi}_y^c$ 进行 EVD 时,如果得到特征值为虚数,直接去掉特征值的虚部^[11],再进行方向余弦的计算。因为最小二乘法并不能保证特征值在单位圆上,尽管 ESPRIT 算法可以保证特征值在单位圆上。

2.2 方向余弦精估计(u^f, v^f)

X 轴上的子阵的 SX1 和 SX2 恰好形成两个具有大空间移不变性的完全相同的子阵。当 K 信号入射到该阵列时,得到移不变关系为

$$\mathbf{K}_{f1} \mathbf{D}_x \boldsymbol{\Omega}_x^f = \mathbf{K}_{f2} \mathbf{D}_x \quad (27)$$

式中, $\mathbf{K}_{f1} = \text{Re}(\mathbf{U}_M^H \mathbf{J}_{f1} \mathbf{U}_{2M})$, $\mathbf{K}_{f2} = \text{Im}(\mathbf{U}_M^H \mathbf{J}_{f2} \mathbf{U}_{2M})$, $\mathbf{J}_{f1} = [\mathbf{I}_{M \times M} \quad \mathbf{0}_{M \times M}]$, $\mathbf{J}_{f2} = [\mathbf{0}_{M \times M} \quad \mathbf{I}_{M \times M}]$; $\boldsymbol{\Omega}_x^f = \text{diag}[\tan \frac{\mu_k^f}{2}]_{k=1}^K$, $\mu_k^f = \frac{2\pi}{\lambda} D_x u_k^f$, 由于 D_x 远大于半波长, μ_k^f 可能会产生相位缠绕和周期模糊,从而导致测角模糊。

类似于式(21)和式(22),可得到 X 轴和 Y 轴上的移不变旋转方程为

$$\boldsymbol{\Psi}_x^f = [(\mathbf{K}_{f1} \mathbf{E}_{sx})^H (\mathbf{K}_{f1} \mathbf{E}_{sx})]^{-1} [(\mathbf{K}_{f1} \mathbf{E}_{sx})^H (\mathbf{K}_{f2} \mathbf{E}_{sx})] \quad (28)$$

$$\boldsymbol{\Psi}_y^f = [(\mathbf{K}_{f1} \mathbf{E}_{sy})^H (\mathbf{K}_{f1} \mathbf{E}_{sy})]^{-1} [(\mathbf{K}_{f1} \mathbf{E}_{sy})^H (\mathbf{K}_{f2} \mathbf{E}_{sy})] \quad (29)$$

对式(28)和式(29)进行 EVD 后得到特征值矩阵为

$$\boldsymbol{\Omega}_x^f = \mathbf{T}_{xf}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_x^f \mathbf{T}_{xf} \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\Omega}_y^f = \mathbf{T}_{yf}^{-1} \boldsymbol{\Psi}_y^f \mathbf{T}_{yf} \quad (31)$$

式中, $\boldsymbol{\Omega}_x^f = \text{diag}[\gamma_{x,k}^f]_{k=1}^K$, $\gamma_{x,k}^f = \tan(\frac{\mu_k^f}{2})$, $\boldsymbol{\Omega}_y^f = \text{diag}[\gamma_{y,k}^f]_{k=1}^K$, $\gamma_{y,k}^f = \tan(\frac{\omega_k^f}{2})$, $\mu_k^f = \frac{2\pi}{\lambda} D_x u_k^f$, $\omega_k^f = \frac{2\pi}{\lambda} D_y v_k^f$ 。

从而得到高精度但周期模糊的方向余弦精估计为

$$u_k^f = \frac{\arctan \gamma_{x,k}^f}{\pi D_x / \lambda}, k = 1, \dots, K \quad (32)$$

$$v_k^f = \frac{\arctan \gamma_{y,k}^f}{\pi D_y / \lambda}, k = 1, \dots, K \quad (33)$$

2.3 方向余弦的配对

由于估计 u_k^c 与 v_k^c 时,使用不同的信号矩阵进行 EVD,特征值的排序是任意的,因此二者不能直接配对^[1-3,14]。

常用的配对算法有穷尽搜索法、置换矩阵法^[1-2]、相关

矩阵法^[3],但这些算法计算量大,搜索时间长。本文拟采用投影配对法^[15],该配对算法不需要对矩阵求逆,数值计算稳定,同时运算量小,配对速度快,便于实时处理。

投影配对算法步骤如下^[15]:

步骤 1 取出粗估计得到的特征向量矩阵 T_{xc} 和 T_{yc} ;

步骤 2 将 T_{xc} 向 T_{yc} 投影,得到 $P=T_{xc}^H T_{yc}$,利用 P 中每一行绝对值最大的元素所在的位置构造新的向量 P' ;

步骤 3 将 v_k^c 按 P' 中元素的大小顺序排列,便得到正确的配对 (u_k^c, v_k^c) 。

类似地,将 T_{xf} 投影到 T_{yf} 可以得到正确的配对 (u_k^f, v_k^f) 。

最后需要将属于同一信号源的方向余弦粗估计与精估计再次进行配对。只需对 (u^c, u^f) 或 (v^c, v^f) 进行配对就可以实现。因此,采用相同的配对算法,本文将 T_{xc} 投影到 T_{xf} 即可得到属于同一信号源的 $\{(u_k^c, v_k^c), (u_k^f, v_k^f)\} (k=1, \dots, K)$ 。

投影配对算法对 SNR 较敏感,在高 SNR 的条件下,配对成功概率较高^[4,14],且 SNR 越高,算法失败概率越低。

2.4 解模糊 (u, v)

文献[11]提出基于常规波束形成器解模糊方法;文献[13-14]给出了双尺度 ESPRIT 解模糊算法、基于多重信号分类 (multiple signal classification, MUSIC) 法和测角方法 (method of direction estimation, MODE) 算法解模糊方法。本文采用双尺度 ESPRIT 算法来解模糊。

根据文献[14]的分析,得到高精度但无模糊的方向余弦估计为

$$u_k = u_k^f + l_u^* \frac{\lambda}{D_x} \quad (34)$$

$$v_k = v_k^f + l_v^* \frac{\lambda}{D_y} \quad (35)$$

其中

$$l_u^* = \operatorname{argmin}_{l_u} |u_k^c - u_k^f - l_u \frac{\lambda}{D_x}| \quad (36)$$

$$l_v^* = \operatorname{argmin}_{l_v} |v_k^c - v_k^f - l_v \frac{\lambda}{D_y}| \quad (37)$$

式中, $\lceil \frac{D_x}{\lambda} (-1 - u_k^f) \rceil \leq l_u \leq \lfloor \frac{D_x}{\lambda} (1 - u_k^f) \rfloor$, $\lceil \frac{D_y}{\lambda} \cdot (-1 - v_k^f) \rceil \leq l_v \leq \lfloor \frac{D_y}{\lambda} (1 - v_k^f) \rfloor$, $\lceil \cdot \rceil$, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向上(下)取整。

只有满足以下条件,才能正确地解模糊^[13],即

$$\begin{cases} |u^c - u^f| \leq \frac{\lambda}{2D_x} \\ |v^c - v^f| \leq \frac{\lambda}{2D_y} \end{cases} \quad (38)$$

式中, u^c, v^c 表示目标的真实方向余弦值。

为了保证较高的解模糊正确率^[14],要求粗估计的均方根误差 $\sigma_{u^c} \leq \lambda/2D_x, \sigma_{v^c} \leq \lambda/2D_y$ 。实际应用时,可选择 $\sigma_{u^c} \leq \lambda/6D_x, \sigma_{v^c} \leq \lambda/2D_y$, 则正确率可达 99.74%。

设方向余弦正确配对和解模糊,可以计算方位角与俯仰角分别为

$$\phi_k = \arctan \frac{v_k}{u_k} \quad (39)$$

$$\theta_k = \arcsin \sqrt{u_k^2 + v_k^2} \quad (40)$$

当多个信号源配对完成后,有可能产生错误的配对,会导致两种情况的发生,从而使得性能下降。第一,当目标的俯仰角趋近 90° 时,利用式(40)计算俯仰角时,可能会出现 $\sqrt{u_k^2 + v_k^2} > 1$, 使估计的仰角不是实数而是虚数,从而导致估计失败^[14]。第二,当 $\sqrt{u_k^2 + v_k^2} \leq 1$ 时,仍然可以计算出方位角与俯仰角,但得到的 DOA 是错误的,从而导致估计错误。估计失败不同于相位缠绕误差,当 ϕ_k 靠近 0° 时,容易产生相位缠绕误差,而配对失败将严重降低系统的性能。常用配对失败率来衡量配对算法的性能好坏。

3 干涉式 L 形阵的性能分析

利用对方向估计的均方误差确定所能达到的下界是非常有用的。由于信源的方位角与俯仰角是通过方向余弦估计得到的,因此分析方向余弦 u 估计的均方误差即可。本文重点分析干涉阵的 SNR、基线距离对 u 估计的均方误差的影响。

利用干涉阵进行方向估计时,存在 SNR 模糊门限。由于子阵 SX1 和 SX2 的合成方向图出现栅瓣,导致测角的模糊。当 SNR 足够高时,就能正确解模糊,子阵间就能相参合成,充分利用了干涉阵的物理孔径,实现了孔径的扩展,则此时估计均方误差的下界为相参克拉美-罗界 (Cramer-Rao bound, CRB), 表示为 B_C 。当 SNR 低,无法正确解模糊时,子阵间只能非相参合成,只利用了子阵的物理孔径,并没有实现孔径的扩展,则此时估计均方误差的下界为非相参 CRB, 表示为 B_I 。

根据文献[8]中的分析, B_C 和 B_I 分别为

$$B_C \approx \frac{3}{4\pi^2 MN (M^2 d_x^2 / \lambda^2 + 3D_x^2 / \lambda^2) \cdot \text{SNR}} \quad (41)$$

$$B_I \approx \frac{3}{4\pi^2 NM^3 d_x^2 / \lambda^2 \cdot \text{SNR}} \quad (42)$$

式中, N 为快拍数; Md_x 为子阵有效孔径,当 $D_x \gg Md_x$ 时,非相参估计的标准偏差为相参估计的标准偏差的 D_x/Md_x 倍。 u 估计的精度正比于干涉阵的基线与子阵有效孔径之比。而在多尺度 ESPRIT 算法中,估计精度正比于空域分辨率增益^[13],两者说法是一致的。干涉阵基线距离越大,SNR 模糊门限也越高^[8]。

当 DOA 估计出现模糊时,CRB 并没有考虑栅瓣引起的模糊误差,因此常用 WWB (Weiss Weinstein bound) 来分析干涉阵的 DOA 估计均方误差^[8]。当 SNR 一定时,在不同的基线距离下,WWB 具有全局极小点,该极小点对应的基线距离称为基线模糊门限。由于 WWB 没有闭式解且求解比较复杂,文献[18]选择最大后验概率 (maximum a

posteriori, MAP) 准则下的均方误差来近似表示,为干涉阵的设计提供一种简单的近似计算方法。MAP 准则下 u 估计的均方误差为

$$E[(\hat{u} - u)^2] \approx P_0 B_C + \frac{2}{(D_x/\lambda)^2} \sum_{l=1}^L l^2 P_l, l = 1, \dots, L \quad (43)$$

式中, P_0 表示选择主瓣的概率,约为 $1/\lambda/D_x$ 等于栅瓣间的距离; L 为栅瓣的个数; P_l 表示选择第 l 个栅瓣的概率,且

$$P_l = \text{erfc}\left(\frac{2l-1}{2D_x/\lambda \sqrt{B_l}}\right) - \text{erfc}\left(\frac{2l+1}{2D_x/\lambda \sqrt{B_l}}\right)$$

式中, $\text{erfc}(\cdot)$ 为补误差函数。通常主瓣和第一栅瓣对均方误差影响最大。通过计算式(43)可以近似确定干涉阵的基线模糊门限。当基线距离超过门限时,方向估计精度迅速降低。

在设计干涉阵时,需要综合考虑基线模糊门限和 SNR 门限,实现子阵间相参合成和孔径扩展,使干涉阵的性能达到最优。

4 仿真实验

假定在所有实验中, $M=16$,子阵内单元间距为半波长,快拍数都为 $N=100$,每个数据点做 300 次独立的蒙特卡罗实验。

实验 1 验证干涉式 L 形阵的二维方向估计的有效性和高精度性能。在不同的 SNR 条件下,比较了干涉式 L 形阵与相同阵元数的常规 L 形阵的方位角与俯仰角联合估计的均方根误差,本次实验中的两个目标的方向分别为 $(\phi_1, \theta_1) = (52^\circ, 71^\circ), (\phi_2, \theta_2) = (52.5^\circ, 70.5^\circ)$ 。在基线距离 $D_x = D_y = 20\lambda$, SNR=0 时,干涉式 L 形阵的联合方向估计的均方根误差较常规 L 形阵列提高了 6 倍。实验 1 还比较了在基线距离为 20λ 和 30λ 下的联合方向估计均方根误差。理论上,在基线模糊门限内,基线距离越大,均方根误差就越小,精度越高,也就提高干涉式 L 形阵的方向分辨率。实验结果如图 2 所示。

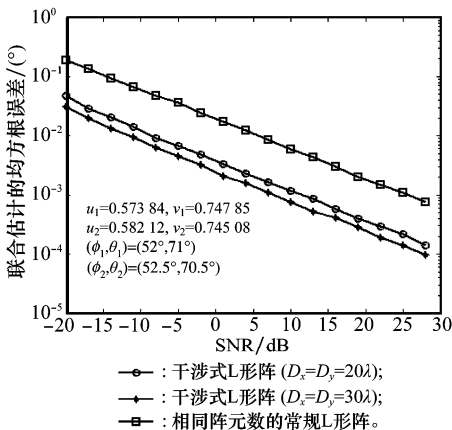


图 2 干涉式 L 形阵联合方向估计精度

实验 2 验证当目标的俯仰角趋近于 90° 时,配对算法在不同 SNR 下配对失败概率。本次实验中的两个目标的

方向分别为 $(\phi_1, \theta_1) = (72^\circ, 88^\circ), (\phi_2, \theta_2) = (70^\circ, 89^\circ)$, 实验结果如图 3 所示。当 SNR 大于 5 dB 时,配对失败率将趋近于 0。由本文的信号模型可知,当俯仰角趋近于 90° 时,也就对应于通常所说的低仰角情况,此时的多径现象很严重,这将进一步提高配对失败率。

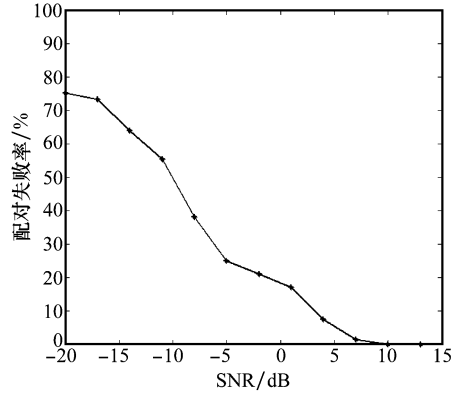


图 3 不同 SNR 条件下配对失败率

实验 3 分析不同基线距离下 u 估计的均方根误差随 SNR 的变化情况。X 轴上干涉阵的阵元数为 32,因此选择阵元数为 32 的等间距均匀线阵 (uniform linear array, ULA) 做比较。图 4 给出实验 3 的仿真结果,在基线距离分别为 20λ 和 30λ 时,干涉阵的 u 估计的精度约为 ULA 的 10 倍,同时还给出了粗估计的精度。很显然,粗估计所利用的孔径最小,精度最低。

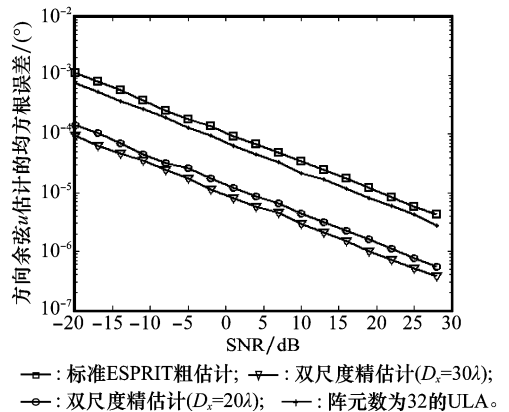


图 4 不同 SNR 条件下方向余弦 u 估计精度

实验 4 比较在 $D_x = 20\lambda$ 时,不同 SNR 条件下各种解模糊算法的性能。如图 5 所示,U-ESPRIT + MUSIC 表示先采用西 ESPRIT 进行精估计,然后直接对精估计采用 MUSIC 算法解模糊。在 SNR 较低时,标准双尺度 ESPRIT 算法的性能较好,当 SNR 达到一定值,所有的解模糊算法性能相当。

实验 5 验证基线 D_x 对方向余弦 u 估计精度的影响。快拍数 $N=10$, SNR=0。由图 6 可见, MUSIC 和双尺度解模糊算法都存在一个全局极小点,极小点所对应的基线距

离即为基线模糊门限,但是双尺度解模糊算法的基线门限要小于 MUSIC 解模糊算法的基线门限。因为 MUSIC 解模糊算法的正确率要高于双尺度解模糊算法^[5,11,14]。随着基线距离的增加,双尺度解模糊算法的正确率越来越低,并且远低于 MUSIC 算法。图 7 给出了在不同 SNR 下的基线模糊门限。随着 SNR 的提高,基线门限也随之增加。因此,实际系统工作的基线距离应小于基线模糊门限。

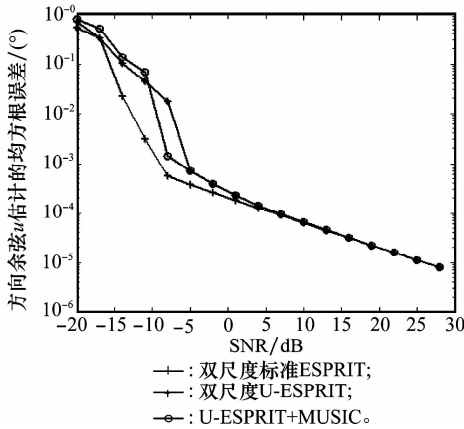


图 5 各种解模糊算法的性能比较

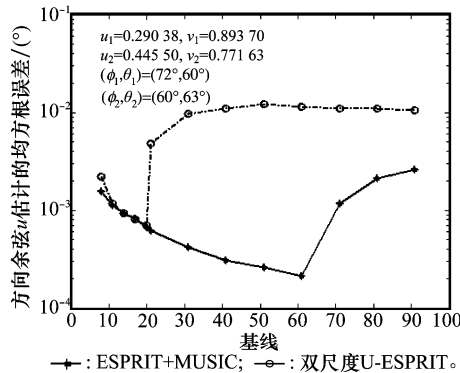


图 6 不同基线下解模糊算法性能比较

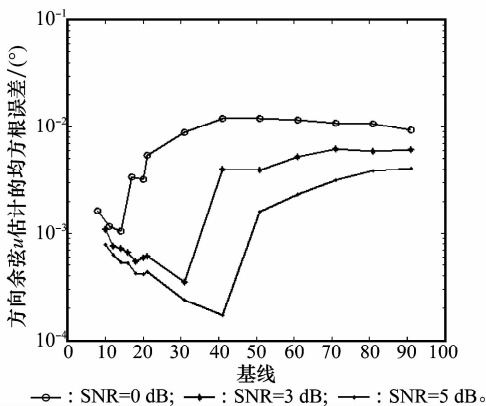


图 7 不同 SNR 下的基线模糊门限

为 0 dB 和 2 dB 的条件下 u 估计的均方根误差。由图 7 中虚线可见,当 SNR 为 0 dB 和 2 dB 时,基线 D_x 模糊门限约为 60λ 和 72λ 。在实验 4 中, MUSIC 解模糊算法的基线门限约为 60λ ,从而实际的仿真结果也验证理论分析的正确性。本实验也从理论上说明了随着 SNR 的增加,干涉阵基线模糊门限也随之增加。图 9 给出在基线距离分别为 40λ 和 50λ 的条件下 SX1 和 SX2 相参合成时的 SNR 模糊门限。当基线为 40λ 和 50λ 时,SNR 门限约为 -1 dB 和 2 dB。可以看出,子阵相参合成的 SNR 门限随着基线距离的增加而提高。

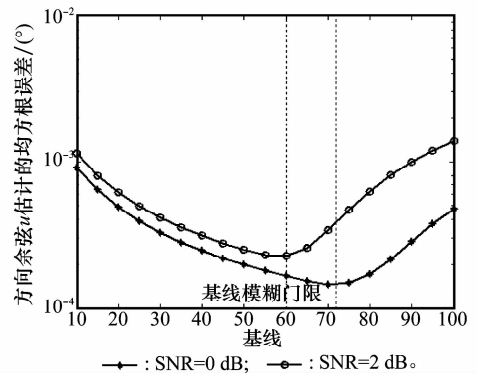


图 8 干涉阵的基线模糊门限

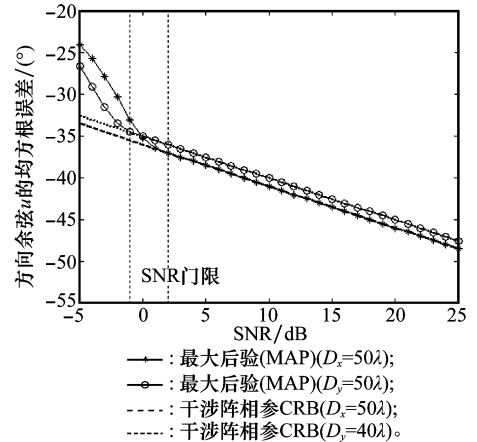


图 9 干涉阵的 SNR 模糊门限

以上仿真实验的结果充分说明了相对于常规 L 形阵,干涉式 L 形阵 DOA 估计的有效性 with 高精度性能,同时也验证了干涉阵的基线模糊门限与 SNR 门限的存在及其相互关系,且与 MAP 准则下的理论分析完全一致。

5 结束语

为了提高 L 形阵 DOA 估计的精度,本文从阵列孔径扩展的角度结合干涉测量与常规 L 形阵 DOA 估计技术,提出了干涉式 L 形阵二维 DOA 估计方法。由于干涉阵的基线距离大于半波长,合成方向图出现栅瓣和测角模糊现象。本文以干涉阵的子阵获得精度低但无模糊的粗估计,再以干涉阵的基线得到精度高但周期模糊的精估计,最后

实验 6 验证干涉阵的基线与 SNR 模糊门限的存在。图 8 给出了在快拍数 $N=10$,阵元间距 $d_x=\lambda/2$,SNR 分别

以粗估计为参考解精估计的模糊,从而得到高精度无模糊的角度估计。本文分析了双尺度酉 ESPRIT 和 MUSIC 算法解模糊的性能,并且得到基线模糊门限对解模糊算法具有敏感性。当阵元数相等时,干涉式 L 形阵的方向估计精度明显高于常规 L 形阵,且提高了分辨率,同时降低了 SNR 门限,为干涉阵列的设计提供了参考。

参考文献:

- [1] Liang J L, Liu D. Joint elevation and azimuth direction finding using L-shaped array[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2010, 58(6): 2136 - 2141.
- [2] Lu G. Automatic pair-matching method for estimating 2-D angle of arrival[C]// *Proc. of the International Conference on Communications, Circuits and Systems*, 2008: 914 - 917.
- [3] Kikuchi S. Pair-matching method for estimating 2-D angle of arrival with a cross-correlation matrix[J]. *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2006, 5(6): 35 - 40.
- [4] Tayem N, Kwon H M. L-shape 2-dimensional arrival angle estimation with propagator method[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 2005, 53(5): 1622 - 1630.
- [5] Wong K T, Zoltowski M D. High accuracy 2D angle estimation with extended aperture vector sensor arrays[C]// *Proc. of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, Signal Processing*, 1996: 2789 - 2792.
- [6] Dogan M C, Mendel J M. Applications of cumulants for array processing—Part I: aperture extension and array calibration[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1200 - 1216.
- [7] Trees H L. *Detection, estimation, and modulation theory—Part IV: optimum array processing*[M]. New York: Wiley, 2002.
- [8] Athley F, Christere N. Direction-of arrival estimation using separated subarrays[C]// *Proc. of the 34th Conference on Signals, Systems, and Computers*, 2000: 585 - 589.
- [9] Jacobs E, Ralston E W. Ambiguity resolution in interferometry[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1981, 17(6): 766 - 780.
- [10] Dybdal R B. Monopulse resolution of interferometric ambiguities[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1986, 22(2): 177 - 183.
- [11] Vasylyshyn V I. Closed-form DOA estimation with multiscale unitary ESPRIT algorithm[C]// *Proc. of the European Radar Conference*, 2004: 2096 - 2099.
- [12] Haardt M, Nossek J A. Unitary ESPRIT: how to obtain increased estimation accuracy with a reduced computational burden[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1995, 43(5): 1232 - 1242.
- [13] Lemma A N, Veen V D. Multiresolution ESPRIT algorithm[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1999, 47(6): 1722 - 1726.
- [14] Wong K T, Zoltowski M D. Direction finding with sparse rectangular dual-size spatial invariance array[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(4): 1320 - 1335.
- [15] Liu T H, Mendel J M. Azimuth and elevation direction finding using arbitrary array geometries[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1998, 46(7): 2061 - 2065.