

一种变幅载荷下裂纹扩展预测模型

飞行强度研究所 王志智 聂学州

一、引言

目前关于预测变幅载荷下裂纹扩展模型有几十种。近年来提出的一些改进后的新模型除考虑拉伸超载的“迟滞效应”外，还考虑了压缩载荷的“加速效应”。如 Willenborg/Chang^[1]，MPYZ^[2]等模型。这些模型在一定范围内都能够预测变幅载荷下裂纹扩展。但这些模型目前还都是以线弹性断裂力学为基础，以应力强度因子范围 ΔK 为描述参量，对于裂纹尖端产生大范围屈服甚至全屈服时这些模型是否适用是值得怀疑的。本文试图建立一种以循环 J 积分作为描述参量，适用于线弹性，大范围屈服甚至全屈服的预测变幅载荷下裂纹扩展模型作为工程估算之用。

二、疲劳裂纹扩展速率表达式

要建立起预测变幅载荷下裂纹扩展模型，必须解决两个问题。一是要有一种合适的描述常幅载荷下裂纹扩展速率的计算公式，二是要有一种考虑载荷之间相互作用的

计算方法。我们知道，无论是拉伸超载还是压缩载荷对后续载荷的影响都是对后续载荷平均应力的影响。因此描述常幅载荷下裂纹扩展速率的计算公式应该考虑平均应力的影响。可以推广 Walker^[3]公式，得到一种裂纹扩展速率表达式

$$da/dN = C_1(1-R)^{m_1}(\Delta J)^{n_1} \quad (1)$$

$\Delta J > \Delta J_{th}, R \geq 0$

$$da/dN = C_2(1-R)^{m_2}(J_{max})^{n_2} \quad (2)$$

$J_{max} > \Delta J_{th}, R < 0$

$$da/dN = 0 \quad (3)$$

$\Delta J \leq \Delta J_{th}$

$$\Delta J_{th} = (\Delta K_{th})^2/E' \quad (4)$$

$= ((1-R)\Delta K_{th0})^2/E'$

式中 C_1, m_1, n_1 和 C_2, m_2, n_2 分别为根据正的和负的不同应力比时的试验数据采用二元线性回归法求得的常数， ΔJ_{th} 为 ΔJ 的门槛值， ΔK_{th} 为 ΔK 的门槛值， ΔK_{th0} 为 $R=0$ 时的 ΔK 的门槛值， E' 对于平面应变为 $E/(1-\nu^2)$ ，对于平面应力为 E 。 ΔJ 和 J_{max} 可推广Shih^[4]等人关于弹塑性 J 积分估算公式得到，对于中心裂纹板有

$$\Delta J = \frac{(\Delta K)^2}{E'} + \alpha \sigma_0 \epsilon_0 a \left(\frac{c}{b}\right) h\left(\frac{a}{b}, n\right) \left(\frac{\Delta p}{p_0}\right)^{n+1} \quad (5)$$

1985年11月17日收到。

$$J_{max} = \frac{(K_{max})^2}{E'} + \alpha \sigma_0 \varepsilon_0 a \left(\frac{c}{b}\right) h \left(\frac{a}{b}, n\right) \left(\frac{p_{max}}{p_0}\right)^{n+1} \quad (6)$$

式中 ΔK 为应力强度因子范围， $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ ； σ_0 ， ε_0 ， n 分别为纯幂型循环应力应变关系 $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^n$ 中的屈服应力，屈服应

变，硬化指数； α 是个材料常数； a ， b ， c 分别为半裂纹长度，半板宽，半剩余韧带，且有 $c = b - a$ ； Δp 为载荷范围， $\Delta p = p_{max} - p_{min}$ ； p_0 为极限载荷，对于平面应变

$$p_0 = \frac{4c \pm \sigma_0}{\sqrt{3}}$$

对于平面应力 $p_0 = 2ct\sigma_0$ ， t 为板厚；无量纲函数 h 可查阅文献(4)。

三、载荷相互作用模型

为了建立载荷相互作用模型，首先我们提出两点假设：

(1) 如果拉伸超载使得试件进入全屈服状态，则后续载荷拉伸超载的影响可以忽略；

(2) 拉伸超载或压缩载荷对后续载荷影响只表现在弹性部分，对于全塑性部分的影响可以忽略。

下面就来分析这两个假设的合理性。我们知道拉伸超载对后续载荷的影响主要是卸载后裂尖周围弹性变形对塑性变形的压缩作用。这样如果拉伸超载使得整个试件进入全屈服，则这种压缩作用就可近似忽略，对后续载荷的影响也就可以近似忽略；因此第一个假设是合理的。

根据(5)和(6)式，式中的第一项是线弹性部分，第二项是全塑性部分，经过叠加就

可适用于整个弹塑性范围。显然如果线弹性部分占主要部分在全塑性部分可忽略时，那么根据假设(2)给出的模型就和线弹性断裂力学中给出的载荷相互作用模型相同。如果全塑性部分占主要部分而线弹性部分可以忽略时，那么根据假设(2)给出的模型显然是符合假设(1)的。因此我们认为上述两点假设是合理的。

广义Willenborg模型给出

$$(K_{max})_{eff} = K_{max}^\infty - \phi [K_{max}^{OL} (1 - \Delta a / Z_{OL})^{1/2} - K_{max}^\infty] \quad (7)$$

$$(K_{min})_{eff} = K_{min}^\infty - \phi [K_{min}^{OL} (1 - \Delta a / Z_{OL})^{1/2} - K_{min}^\infty] \quad (8)$$

式中 K^∞ 为对应于后续载荷的应力强度因子， K_{max}^{OL} 为对应于超载最大应力强度因子， Δa 为超载后的裂纹扩展增量， Z_{OL} 为超载延迟区尺寸。因子 ϕ 定义为

$$\phi = \frac{1 - (\Delta K_{tho} / K_{max}^\infty)}{R_{s0} - 1} \quad (9)$$

式中 R_{s0} 为超载截止比。

这样有效应力强度因子范围和应力比为

$$\Delta K_{eff} = (K_{max})_{eff} - (K_{min})_{eff} \quad (10)$$

$$R_{eff} = \frac{(K_{min})_{eff}}{(K_{max})_{eff}} \quad (11)$$

将 ΔK_{eff} 和 $(K_{max})_{eff}$ 代替方程(5)和(6)中的 ΔK 和 K_{max} 得

$$\Delta J_{eff} = \frac{(\Delta K_{eff})^2}{E'} + \alpha \sigma_0 \varepsilon_0 a \left(\frac{c}{b}\right) h \left(\frac{a}{b}, n\right) \left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^{n+1} \quad (12)$$

$$(J_{max})_{eff} = \frac{\{(K_{max})_{eff}\}^2}{E'} + \alpha \sigma_0 \varepsilon_0 a \left(\frac{c}{b}\right) h \left(\frac{a}{b}, n\right) \left(\frac{P_{max}}{P_0}\right)^{n+1} \quad (13)$$

然后将 ΔJ_{eff} , $(J_{max})_{eff}$ 和 R_{eff} 代替方程(1)和(2)中的 ΔJ , J_{max} 和 R 则得到

$$\frac{da}{dd} = C_1(1-R_{eff})^{m_1}(\Delta J_{eff})^{n_1}$$

$$R_{eff} \geq 0 \quad (14)$$

$$da/dN = C_2(1-R_{eff})^{m_2}[(J_{max})_{eff}]^{n_2}$$

$$R_{eff} < 0 \quad (15)$$

为了考虑拉伸超载后立即出现的压缩载荷对延迟作用的降低, 根据Chang^[1]提出的有效延迟区概念, 有效延迟区为
 $(Z_{OL})_{eff} = (1-R_{eff})Z_{OL} \quad R_{eff} < 0 \quad (16)$
 式中 Z_{OL} 为拉伸超载产生的塑性区。塑性区大小为

$$Z_{OL} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{n-1}{n+1} \right) \left(\frac{K_{max}}{\sigma_0} \right)^2$$

平面应力 (17)

$$Z_{OL} = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{n-1}{n+1} \right) \left(\frac{K_{max}}{\sigma_0} \right)^2$$

平面应变 (18)

式中含 n 的因子是考虑应变硬化的影响,

利用方程(3)、(14)和(15)关于裂纹扩展速率计算公式, 采用循环接循环或其它累积损伤方法, 从一给定的初始裂纹长度计算到临界裂纹长度便可得裂纹扩展寿命。

我们试验并计算了LD-5材料中心裂纹板的裂纹扩展寿命。共作了20件试验, 其中14件是不同应力比下的裂纹扩展速率测定试验, 用以求方程(1)和(2)中的常数。应力比 R 分别取-1、0、0.25、0.5和0.71。根据正的和负的应力比下试验数据分别用二元线性回归法进行拟合, 拟合曲线和试验数据如图1和图2所示。作了6件两种谱载下的裂纹扩展寿命试验, 其中4件用A谱, 2件用B谱, 试件形状及尺寸见图3, 载荷谱见图4。我们用本文给出的模型进行了寿命预测计算, 计算时所用常数如下:

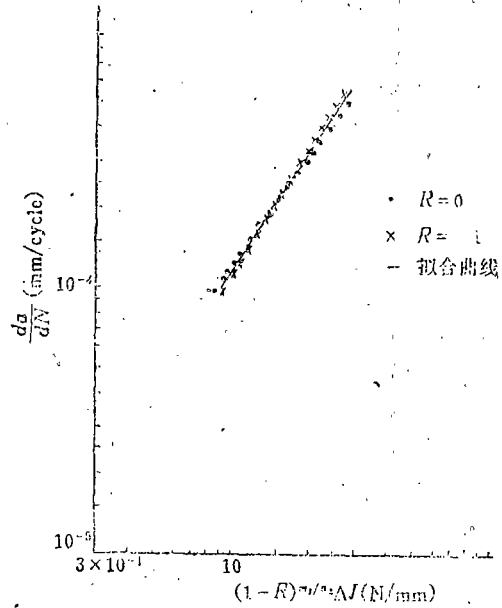


图1 $R > 0$ 时 $\frac{da}{dN} - (1-R)^{m_2/n_2} \Delta J$ 曲线

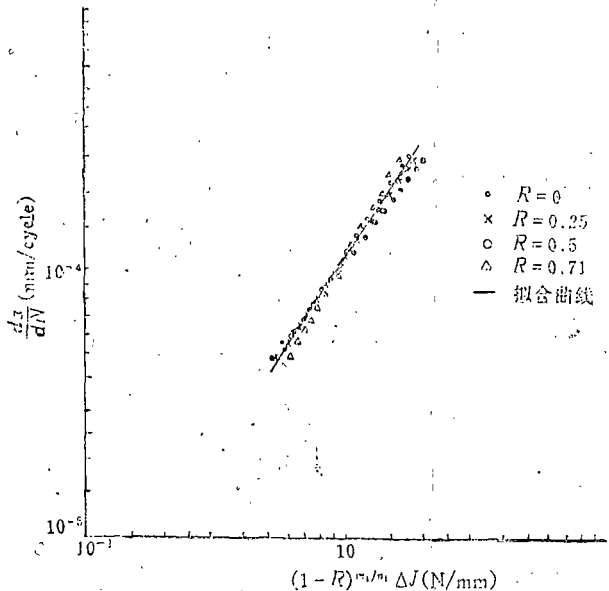


图2 $R < 0$ 时 $\frac{da}{dN} - (1-R)^{m_2/n_2} J_{max}$ 曲线

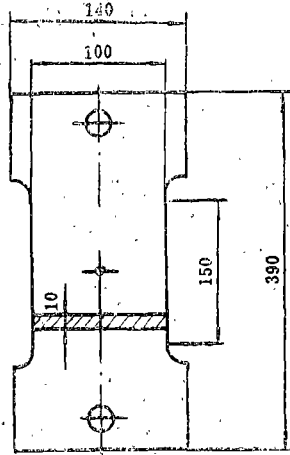


图3 试件形状及尺寸

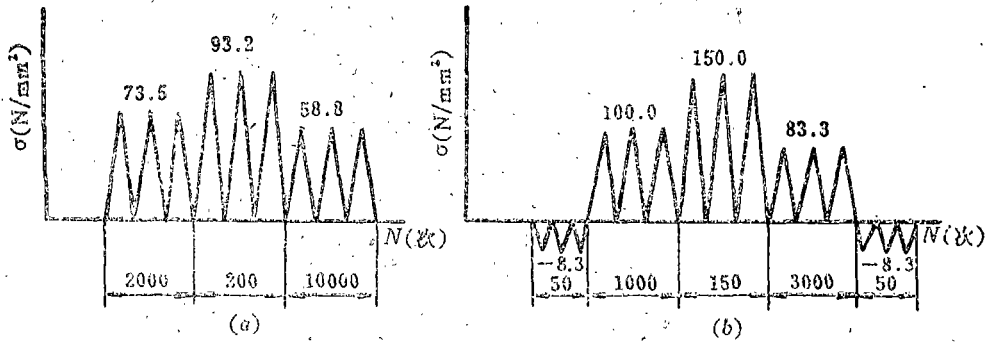


图4 载荷谱 (a)A谱 (b)B谱

$\sigma_0 = 237.7 \text{ MPa}$, $\varepsilon_0 = 0.0032$, $E = 74.29 \text{ GPa}$,
 $\alpha = 0.1699$, $n = 9.11$, $\Delta K_{r, h_0} = 49.29 \text{ N/mm}^{3/2}$, $R_{s_0} = 2.3$,
 $c_1 = 0.1335 \times 10^{-3}$, $m_1 = -0.2141$, $n_1 = 1.5966$,
 $c_2 = 0.1257 \times 10^{-3}$, $m_2 = 1.2377$, $n_2 = 1.4855$.

预测寿命与试验寿命在表 1 中给出。

表 1 预测寿命与试验寿命

试件编号	裂 纹 长 度		试验寿命 寿命N (循环)	预测寿命 寿命N (循环)
	初始裂纹长 a_0 (mm)	临界裂纹长度 a_c (mm)		
No-1	11.35	33.00	50800	48862
No-2	12.00	28.50	36600	37742
No-3	10.55	28.90	48800	49610
No-4	10.45	29.10	63000	49801
No-5	6.07	22.00	51417	43550
No-6	6.38	17.20	51160	39300

四、结 论

本文建立起了一个既考虑拉伸超载的“迟滞效应”，又考虑压缩载荷的“加速效应”，还考虑了塑性影响的预测变幅载荷下

疲劳裂纹扩展的弹塑性模型。该模型既可用于低韧性材料，裂尖小范围屈服情况，也可用于高韧性材料，裂尖大范围屈服甚至全屈服的变幅载荷下疲劳裂纹扩展预测。预测寿命和试验寿命符合较好。

参 考 文 献

- [1] Chang, J.B., Szamosi, M. and Liu K-W, Random Spectrum Fatigue Crack Life Predictions with or without Considering Load Interactions, ASTM STP748, (1981).
- [2] Johnson, W.S., Multi-Parameter Yield Zone Model Predicting Spectrum Crack Growth, ASTM STP 748, (1981).
- [3] Walker, K., Effects of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum, ASTM STP 462, (1968).
- [4] Shih, C.F.等, 弹塑性断裂力学分析的工程方法, 铁道科技译文, 2, (1982).

A MODEL FOR PREDICTION OF FATIGUE CRACK GROWTH UNDER VARIABLE AMPLITUDE LOADING

Wang Zhizhi and Mie Xuezhou

(The Aircraft Strength Research Institute)

Abstract

A new elastic-plastic model for prediction of fatigue crack growth under variable amplitude loading is presented in this paper. The cyclic J-integral, ΔJ , is used as described parameter in the model. The model takes into account "retardation effect" caused by tensile overloads and "acceleration effect" caused by compression load cycle. What is more, it takes into account plastic effects on crack growth. The predicted lives by using this model under spectrum loading are in good agreement with experimental data.