

# 一种均匀线阵互耦和幅相误差校正算法

王 鼎<sup>1</sup> 邬钧霆<sup>2</sup> 叶国华<sup>1</sup> 吴 瑛<sup>1</sup>

(1. 解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州 450002; 2. 国家数字交换系统工程技术研究中心, 郑州 450002)

**摘要:** 阵列互耦和幅相误差会严重影响 MUSIC 算法的测向性能, 为此该文基于均匀线阵, 给出了一种新的阵列互耦和幅相误差校正算法. 文中首先根据阵列协方差矩阵的关系式构造了一种二次代价函数, 然后利用理想条件下均匀线阵协方差矩阵具有 Toeplitz 结构的性质, 通过交替迭代的方法对该代价函数进行优化求解, 从而估计出了阵列互耦、幅相误差以及理想条件下的协方差矩阵, 最后利用 MUSIC 算法即可得到信源方位的估计值. 计算机仿真结果验证了文中算法的有效性.

**关键词:** 阵列校正; 测向; 均匀线阵; 互耦; 幅相误差; Toeplitz 矩阵

**中图分类号:** TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2010)01-0038-08

## A mutual coupling and gain-phase errors calibration algorithm for uniform linear array

WANG Ding<sup>1</sup> WU Jun-ting<sup>2</sup> YE Guo-hua<sup>1</sup> WU Ying<sup>1</sup>

(1. Institute of Information Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China;  
2. National Digital Switching System Engineering and Technological R&D Center, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** The mutual coupling and gain-phase errors have great negative impacts on the direction-finding performance of the MUSIC algorithm, therefore a novel calibration algorithm for mutual coupling and gain-phase errors based on uniform linear array is presented. Firstly, a quadratic cost function, which utilizes the expression of array covariance matrix, is built. Next, the cost function is minimized by alternating iteration method which uses the Toeplitz structure of the covariance matrix for uniform linear array under ideal condition, thus the mutual coupling, gain-phase errors and the array covariance matrix under ideal condition can be estimated. Finally, the signals azimuths can be obtained by the MUSIC algorithm. Simulation results demonstrate the validity of the new algorithm.

**Key words:** array calibration; direction finding; uniform linear array; mutual coupling; gain-phase errors; Toeplitz matrix

### 1 引言

高分辨阵列测向技术因其具有高测向精度、高分辨率等优点而得到迅速发展, 它已成为国内外广泛关注的前沿课题之一. 目前该领域已出现了大量的研究文献, 并涌现出了许多性能优良算法, 其中以 Schmidt 提出的 MUSIC 算法<sup>[1]</sup>为代表的子空间类算法引起了众多学者的广泛关注. 然而, 该类算法只有在阵列流型无任何误差的条件下才能取得较好的效果, 但在实际应用中, 天线阵的各个阵元之间的互耦效应总是存在, 各个通道之间也存在着幅度和相位的不一致性(即幅相误差), 这些阵列误差使得实际的阵列流型与理想阵列流型有所不同, 从而导致测向性能的急剧下降<sup>[2-5]</sup>, 甚至失效, 因此阵列误差校正是否投入实用

的关键技术之一.

目前, 国内外一些研究人员正致力于阵列误差校正方法<sup>[6-16]</sup>的研究, 其中文献[6]-[8]中的方法都是有源校正方法, 即通过设置方位已知的校正源来估计阵列误差参数, 该类方法的阵列误差校正精度受校正源方位估计精度的影响较大. Weiss 和 Friedlander 在文献[9]中提出了一种阵列幅相误差和信源方位联合估计的交替迭代算法, 该算法利用了特征空间类算法的性质, 但其主要缺点在于往往容易陷入局部最优值, 并且要求阵元个数大于 4 个, 对于某些特殊的阵列结构和方位组合, 该算法的解可能并不唯一<sup>[10]</sup>. Paulraj 和 Kailath 在文献[11]中针对理想条件下均匀线阵的协方差矩阵具有 Toeplitz 结构的特点, 利用了协方差矩阵中同一对角线中的元素估计出了阵列幅相误差, 进而估出

信源方位. 文献[12]对该方法作了进一步分析和讨论,并提出了进一步的优化方法. 文献[13]也是针对理想条件下均匀线阵的协方差矩阵具有 Toeplitz 结构的特点,提出了一种阵列互耦补偿方法,该方法根据协方差矩阵的关系式构造了一种二次代价函数,并利用了均匀线阵的互耦矩阵和协方差矩阵的特殊结构,通过交替迭代的方法进行优化求解,并取得了较好的效果. 笔者在文献[14]中将该方法推广应用于均匀线阵的幅相误差的校正中,并进行了一定的改进,也取得了较好的效果. 然而上述文献均只考虑了一种阵列误差的校正, Friedlander 和 Weiss 虽然在文献[9]的基础上,给出了阵列互耦、幅相误差和信源方位联合估计的自校正算法<sup>[15]</sup>,但是该算法仍难以避免经常陷入局部最优解的缺陷. 本文则将文献[13]中的方法推广应用于均匀线阵互耦和幅相误差的校正中,并进行了一定的改进,从而给出了一种新的阵列互耦和幅相误差校正算法. 仿真结果表明文中的算法有助于克服文献[15]中算法的缺陷.

## 2 阵列输出模型与问题的提出

假设阵列流型是一个  $M$  元均匀线阵,相邻两个阵元之间的距离为  $d$ ,现有  $D$  个同频窄带信源到达该阵列,并且第  $k$  个信源的方位为  $\theta_k$ ,则在理想条件下,阵列的方向矩阵为

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) | \mathbf{a}(\theta_2) | \cdots | \mathbf{a}(\theta_D)] \quad (1)$$

式中  $\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \ \exp\{i2\pi d \cos \theta_k / \lambda\} \ \cdots \ \exp\{i2\pi(M-1)d \cos \theta_k / \lambda\}]^T$  为方向矢量,  $\lambda$  为信源波长. 假设信源与信源之间、信源与噪声之间都是不相关的,则阵列输出的协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_X = \mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H + \sigma_N^2 \mathbf{I} = \mathbf{S}_X + \sigma_N^2 \mathbf{I} \quad (2)$$

式中  $\mathbf{R}_S = \text{diag}[p_1 \ p_2 \ \cdots \ p_D]$  为对角矩阵,其中  $p_k$  表示第  $k$  个信源的功率,而  $\sigma_N^2$  为噪声功率,  $\mathbf{S}_X = \mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H$  可表示为无噪协方差矩阵,对于均匀线阵而言,该矩阵的第  $m$  行、第  $n$  列元素可表示为

$$S_X(m, n) = \sum_{k=1}^D p_k \exp\{i2\pi(m-n)d \cos \theta_k / \lambda\} \quad (3)$$

由上式可以看出,  $\mathbf{S}_X$  是一个 Hermite Toeplitz 矩阵.

当阵列存在互耦和幅相误差时,阵列的方向矩阵为

$$\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta_1) | \mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta_2) | \cdots | \mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{a}(\theta_D)] = \mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \quad (4)$$

式中  $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}[g_1 e^{i\phi_1} \ g_2 e^{i\phi_2} \ \cdots \ g_M e^{i\phi_M}]$  为幅相误差对角矩阵,其中  $g_l$  ( $l = 1, 2, \cdots, M$ ) 为幅度因子,  $\phi_l$  ( $l = 1, 2, \cdots, M$ ) 为相位误差因子,并且满足  $g_1 e^{i\phi_1} = 1$ ,  $\mathbf{C}$  为互耦矩阵,并且假设  $C(1, 1) = 1$ ,对于均匀线阵而言,  $\mathbf{C}$  可认为是复对称 Toeplitz 矩阵<sup>[13,15]</sup>. 此时阵列输出的协方

差矩阵为

$$\mathbf{R}_Y = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{R}_S \tilde{\mathbf{A}}^H + \sigma_N^2 \mathbf{I} = \mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{C}^H + \sigma_N^2 \mathbf{I} = \mathbf{S}_Y + \sigma_N^2 \mathbf{I} \quad (5)$$

式中  $\mathbf{S}_Y = \mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{A} \mathbf{R}_S \mathbf{A}^H \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{C}^H = \mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{S}_X \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{C}^H$  可表示为无噪,但存在互耦和幅相误差时的协方差矩阵.

为了在阵列存在互耦和幅相误差的情况下,估计信源方位,这里参照文献[13]中的方法,分两步进行计算,首先求解如下非线性优化问题

$$\begin{cases} \min J = \min_{\mathbf{C}, \mathbf{\Gamma}, \mathbf{S}_X} \|\mathbf{S}_Y - \mathbf{C} \mathbf{\Gamma} \mathbf{S}_X \mathbf{\Gamma}^H \mathbf{C}^H\|_F^2, \\ \text{s. t. } \mathbf{S}_X \in \mathbf{T}_{h,M}, \mathbf{C} \in \mathbf{T}_{s,M} \text{ 且 } \mathbf{e}_1^T \mathbf{\Gamma} \mathbf{e}_1 = 1, \mathbf{e}_1^T \mathbf{C} \mathbf{e}_1 = 1. \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\mathbf{T}_{s,M}$  表示  $M$  阶复对称 Toeplitz 矩阵集合,  $\mathbf{T}_{h,M}$  表示  $M$  阶 Hermite Toeplitz 矩阵集合,  $\mathbf{e}_1$  表示第一个分量为 1,其余分量均为零的  $M$  维向量. 显然,式(6)的求解与信源方位是无关的,并且当其中的未知变量取真实值时,目标函数的值为零. 在求解出式(6)的最优解  $\mathbf{C}_{\text{opt}}$ ,  $\mathbf{\Gamma}_{\text{opt}}$  和  $\mathbf{S}_{X,\text{opt}}$  的基础上,就可以利用它们提供的信息,通过经典的 MUSIC 算法估计出信源方位了,这其中有两种方法:

方法一:利用  $\mathbf{S}_{X,\text{opt}}$  获得噪声子空间  $\mathbf{E}_X$ ,然后再对

$$\text{函数 } P_X(\theta) = 10 \lg \left[ 1 / \left\| \mathbf{E}_X^H \mathbf{a}(\theta) \right\|_2^2 \right]$$

进行谱峰搜索,从而估计出信源方位;

方法二:利用  $\mathbf{S}_Y$  获得噪声子空间  $\mathbf{E}_Y$ ,然后再对函

$$\text{数 } P_Y(\theta) = 10 \lg \left[ 1 / \left\| \mathbf{E}_Y^H (\mathbf{C}_{\text{opt}} \mathbf{\Gamma}_{\text{opt}} \mathbf{a}(\theta)) \right\|_2^2 \right]$$

进行谱峰搜索,从而估计出信源方位.

现在的问题在于如何有效地求解式(6),显然,直接给出该式的最优闭式解是相当困难的,这是因为该函数是关于其变量的四次函数. 但由于其中的变量均以矩阵的形式给出,因此可以通过交替迭代的方法进行求解,即依次对其中的每个变量进行优化计算,并且在对某个变量进行优化计算时,保持其它变量不变,这样循环计算直至收敛为止.

## 3 校正互耦和幅相误差的交替迭代算法

### 3.1 参数优化

本小节将重点考虑式(6)的求解方法,显然,式(6)中的目标函数是关于变量  $\mathbf{S}_X$  的二次函数,但是关于变量  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{\Gamma}$  的四次函数,因此,为了便于求解,不妨将这里的  $\mathbf{C}$  和  $\mathbf{C}^H$  看作是两个独立的变量  $\mathbf{C}_1$  和  $\mathbf{C}_2$ ,将  $\mathbf{\Gamma}$  和  $\mathbf{\Gamma}^H$  看作是两个独立的变量  $\mathbf{\Gamma}_1$  和  $\mathbf{\Gamma}_2$ ,此时式(6)中的

目标函数可转化为

$$\min_{C_1, C_2, \Gamma_1, \Gamma_2, S_X} J = \min_{C_1, C_2, \Gamma_1, \Gamma_2, S_X} \|S_Y - C_1 \Gamma_1 S_X \Gamma_2 C_2\|_F^2 \quad (7)$$

此时,上式中的目标函数是关于变量  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$  的二次函数,下面可通过交替迭代的方法进行求解。

首先考虑如何在  $C_2$ 、 $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$  已知的条件下,估计  $C_1$ ,由于  $C_1$  是一个复对称 Toeplitz 矩阵,下面的定理给出了它的一个重要性质,该性质对于  $C_1$  的求解起着关键的作用。

**定理 1** 若  $C$  为  $M$  阶复对称 Toeplitz 矩阵,  $a$  为任意  $M$  维复向量,则有如下等式<sup>[13,15]</sup>

$$Ca = T(a)t \quad (8)$$

式中  $t$  为  $C$  的第一行元素构成的  $M$  维列向量,并且有  $t = [C(1,1) \ C(1,2) \ \cdots \ C(1,M)]^T$ ,  $T(a)$  是由向量  $a$  确定的  $M$  阶矩阵,它是以下两个矩阵

$$\begin{aligned} [T_1(a)]_{ij} &= \begin{cases} a(i+j-1) & i+j \leq M+1; \\ 0 & \text{其它,} \end{cases} \\ [T_2(a)]_{ij} &= \begin{cases} a(i-j+1) & i \geq j \geq 2; \\ 0 & \text{其它,} \end{cases} \end{aligned} \quad (9)$$

的和,即有  $T(a) = T_1(a) + T_2(a)$ 。

不妨令  $\tilde{C}_2 = \Gamma_1 S_X \Gamma_2 C_2$ , 并且假设  $\tilde{C}_2$  的第  $k$  列为  $\tilde{c}_{2,k}$  ( $k=1,2,\dots,M$ ),  $S_Y$  的第  $k$  列为  $s_{Y,k}$  ( $k=1,2,\dots,M$ ), 则根据定理 1 可将式(7)中的目标函数转化为

$$\begin{aligned} J &= \|S_Y - C_1 \tilde{C}_2\|_F^2 = \|S_Y - [T(\tilde{c}_{2,1})c_1 \mid T(\tilde{c}_{2,2})c_1 \mid \cdots \mid T(\tilde{c}_{2,M})c_1]\|_F^2 \\ &= \sum_{k=1}^M \|s_{Y,k} - T(\tilde{c}_{2,k})c_1\|_2^2 \end{aligned} \quad (10)$$

式中  $c_1 = [C_1(1,1) \ C_1(1,2) \ \cdots \ C_1(1,M)]^T$ 。不难证明,使式(10)取最小值的最优解为

$$c_{1,opt} = \left( \sum_{k=1}^M T^H(\tilde{c}_{2,k})T(\tilde{c}_{2,k}) \right)^{-1} \cdot \left( \sum_{k=1}^M T^H(\tilde{c}_{2,k})s_{Y,k} \right) \quad (11)$$

为了保证  $c_{1,opt}$  的第一个分量为 1,需要对式(11)作归一化处理,最终的估计值为  $\hat{c}_1 = c_{1,opt}/c_{1,opt}(1)$ , 于是  $C_1$  的估计值为

$$\hat{C}_1 = S_{Toep}(\hat{c}_1) = S_{Toep}(c_{1,opt}/c_{1,opt}(1)) \quad (12)$$

式中  $S_{Toep}(\bullet)$  可看作是用向量  $\hat{c}_1$  构成复对称 Toeplitz 互耦矩阵的线性算子。

下面考虑如何在  $C_1$ 、 $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$  已知的条件下,估计  $C_2$ ,不妨令  $\tilde{C}_1 = C_1 \Gamma_1 S_X \Gamma_2$ ,  $\tilde{B}_1 = \tilde{C}_1^H$  和  $B_2 = C_2^H$ , 则  $B_2$  仍然是复对称 Toeplitz 矩阵,假设  $\tilde{B}_1$  的第  $k$  列为  $\tilde{b}_{1,k}$  ( $k=1,2,\dots,M$ ), 则可将式(7)中的目标函数转化为

$$\begin{aligned} J &= \|S_Y - B_2 \tilde{B}_1\|_F^2 = \|S_Y - [T(\tilde{b}_{1,1})b_2 \mid T(\tilde{b}_{1,2})b_2 \mid \cdots \mid T(\tilde{b}_{1,M})b_2]\|_F^2 \\ &= \sum_{k=1}^M \|s_{Y,k} - T(\tilde{b}_{1,k})b_2\|_2^2 \end{aligned} \quad (13)$$

式中  $b_2 = [B_2(1,1) \ B_2(1,2) \ \cdots \ B_2(1,M)]^T$ 。不难证明,使式(13)取最小值的最优解为

$$b_{2,opt} = \left( \sum_{k=1}^M T^H(\tilde{b}_{1,k})T(\tilde{b}_{1,k}) \right)^{-1} \cdot \left( \sum_{k=1}^M T^H(\tilde{b}_{1,k})s_{Y,k} \right) \quad (14)$$

为了保证  $b_{2,opt}$  的第一个分量为 1,需要对式(14)作归一化处理,最终的估计值为  $\hat{b}_2 = b_{2,opt}/b_{2,opt}(1)$ , 于是  $C_2$  的估计值为

$$\hat{C}_2 = (S_{Toep}(\hat{b}_2))^H = (S_{Toep}(b_{2,opt}/b_{2,opt}(1)))^H \quad (15)$$

下面考虑如何在  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$  已知的条件下,估计  $\Gamma_1$ ,不妨令  $\tilde{\Gamma}_2 = S_X \Gamma_2 C_2$ , 并且假设  $\tilde{\Gamma}_2$  的第  $k$  列为  $\tilde{\gamma}_{2,k}$  ( $k=1,2,\dots,M$ ), 则可将式(7)中的目标函数转化为

$$\begin{aligned} J &= \|S_Y - C_1 \Gamma_1 \tilde{\Gamma}_2\|_F^2 = \\ &= \|S_Y - C_1 [\text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,1}]t_1 \mid \text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,2}]t_1 \mid \cdots \mid \text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,M}]t_1]\|_F^2 = \\ &= \sum_{k=1}^M \|s_{Y,k} - C_1 \text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,k}]t_1\|_2^2 \end{aligned} \quad (16)$$

式中  $\text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,k}]$  表示由向量  $\tilde{\gamma}_{2,k}$  构成的对角矩阵,而  $t_1 = \text{vecd}[\Gamma_1]$ , 即  $t_1$  是由  $\Gamma_1$  的对角元素构成的列向量。不难证明,使式(16)取最小值的最优解为

$$\begin{aligned} t_{1,opt} &= \left[ \sum_{k=1}^M (C_1 \text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,k}])^H (C_1 \text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,k}]) \right]^{-1} \cdot \\ &= \left[ \sum_{k=1}^M (C_1 \text{diag}[\tilde{\gamma}_{2,k}])^H s_{Y,k} \right] \end{aligned} \quad (17)$$

为了保证  $t_{1,opt}$  的第一个分量为 1,最终的估计值为  $\hat{t}_1 = t_{1,opt}/t_{1,opt}(1)$ , 于是  $\Gamma_1$  的估计值为

$$\hat{\Gamma}_1 = \text{diag}[\hat{t}_1] = \text{diag}[t_{1,opt}/t_{1,opt}(1)] \quad (18)$$

下面考虑如何在  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_1$  和  $S_X$  已知的条件下,估计  $\Gamma_2$ ,不妨令  $\tilde{\Gamma}_1 = C_1 \Gamma_1 S_X$ , 并令  $\tilde{F}_1 = \tilde{\Gamma}_1^H$  和  $F_2 = \Gamma_2^H$ , 并且假设  $\tilde{F}_1$  的第  $k$  列为  $\tilde{f}_{1,k}$  ( $k=1,2,\dots,M$ ), 则可将式(7)中的目标函数转化为

$$\begin{aligned} J &= \|S_Y - C_2^H F_2 \tilde{F}_1\|_F^2 = \\ &= \|S_Y - C_2^H [\text{diag}[\tilde{f}_{1,1}]f_2 \mid \text{diag}[\tilde{f}_{1,2}]f_2 \mid \cdots \mid \text{diag}[\tilde{f}_{1,M}]f_2]\|_F^2 = \\ &= \sum_{k=1}^M \|s_{Y,k} - C_2^H \text{diag}[\tilde{f}_{1,k}]f_2\|_2^2 \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $f_2 = \text{vecd}[F_2]$ 。不难证明,使式(19)取最小值的最优解为

$$\mathbf{f}_{2,\text{opt}} = \left[ \sum_{k=1}^M \left( \mathbf{C}_2^H \text{diag} [\tilde{\mathbf{f}}_{1,k}] \right)^H \left( \mathbf{C}_2^H \text{diag} [\tilde{\mathbf{f}}_{1,k}] \right) \right]^{-1} \cdot \left[ \sum_{k=1}^M \left( \mathbf{C}_2^H \text{diag} [\tilde{\mathbf{f}}_{1,k}] \right)^H \mathbf{s}_{Y,k} \right] \quad (20)$$

为了保证  $\mathbf{f}_{2,\text{opt}}$  的第一个分量为 1, 最终的估计值为  $\hat{\mathbf{f}}_2 = \mathbf{f}_{2,\text{opt}} / \mathbf{f}_{2,\text{opt}}(1)$ , 于是  $\mathbf{\Gamma}_2$  的估计值为

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_2 = \left\{ \text{diag} [\hat{\mathbf{f}}_2] \right\}^H = \left\{ \text{diag} [\mathbf{f}_{2,\text{opt}} / \mathbf{f}_{2,\text{opt}}(1)] \right\}^H \quad (21)$$

最后考虑如何在  $\mathbf{C}_1$ 、 $\mathbf{C}_2$ 、 $\mathbf{\Gamma}_1$  和  $\mathbf{\Gamma}_2$  已知的条件下, 估计  $\mathbf{S}_X$ , 由于  $\mathbf{S}_X$  是一个 Hermite Toeplitz 矩阵, 下面的定理给出了它的一个重要性质, 该性质对于  $\mathbf{S}_X$  的求解起着关键的作用。

**定理 2** 若  $\mathbf{S}$  为  $M$  阶复 Hermite Toeplitz 矩阵,  $\mathbf{a}$  为任意的  $M$  维复向量, 则有如下等式<sup>[13]</sup>

$$\mathbf{S}\mathbf{a} = \mathbf{H}(\mathbf{a})\mathbf{s} \quad (22)$$

式中  $\mathbf{s}$  为  $\mathbf{S}$  的第一行元素及其共轭元素构成的  $2M-1$  维列向量, 并且满足  $\mathbf{s} = [S^*(1, M) \cdots S^*(1, 2) S(1, 1) S(1, 2) \cdots S(1, M)]^T$ ,  $\mathbf{H}(\mathbf{a})$  是由向量  $\mathbf{a}$  确定的  $M \times (2M-1)$  阶矩阵, 它是以下两个矩阵

$$\begin{aligned} [\mathbf{H}_1(\mathbf{a})]_{ij} &= \begin{cases} a(i+j-M) & i+j \leq 2M \text{ 且 } j \geq M; \\ 0 & \text{其它,} \end{cases} \\ \text{与 } [\mathbf{H}_2(\mathbf{a})]_{ij} &= \begin{cases} a(i+j-M) & i+j \geq M+1 \text{ 且 } j \leq M-1; \\ 0 & \text{其它,} \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

的和, 即有  $\mathbf{H}(\mathbf{a}) = \mathbf{H}_1(\mathbf{a}) + \mathbf{H}_2(\mathbf{a})$ 。

不妨令  $\mathbf{G}_2 = \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{C}_2$ , 并且假设  $\mathbf{G}_2$  的第  $k$  列为  $\mathbf{g}_{2,k}$  ( $k=1, 2, \dots, M$ ), 则根据定理 2 可将式(7)中的目标函数转化为

$$\begin{aligned} J &= \left\| \mathbf{s}_Y - \mathbf{C}_1 \mathbf{\Gamma}_1 \left[ \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,1}) \mathbf{s}_{X1} \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,2}) \mathbf{s}_{X2} \cdots \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,M}) \mathbf{s}_{XM} \right] \right\|_F^2 \\ &= \sum_{k=1}^M \left\| \mathbf{s}_{Y,k} - \mathbf{C}_1 \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,k}) \mathbf{s}_{X,k} \right\|_2^2 \end{aligned} \quad (24)$$

式中  $\mathbf{s}_X = [S_X^*(1, M) \cdots S_X^*(1, 2) S_X(1, 1) S_X(1, 2) \cdots S_X(1, M)]^T$ 。不难证明, 使式(24)取最小值的最优解为

$$\mathbf{s}_{X,\text{opt}} = \left[ \sum_{k=1}^M \left( \mathbf{C}_1 \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,k}) \right)^H \left( \mathbf{C}_1 \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,k}) \right) \right]^{-1} \cdot \sum_{k=1}^M \left( \mathbf{C}_1 \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,k}) \right)^H \mathbf{s}_{Y,k} \quad (25)$$

需要指出的是, 上式是在对向量  $\mathbf{s}_X$  无任何约束情况下的最优解, 实际上向量  $\mathbf{s}_X$  应满足等式  $\mathbf{J}_{2M-1} \mathbf{s}_X = \mathbf{s}_X^*$ , 其中  $\mathbf{J}_{2M-1}$  为  $2M-1$  阶反单位矩阵, 下面本文将推导在满足该约束条件下的最优解, 为此考虑如下优化问题

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{s}_X} J = \min_{\mathbf{s}_X} \sum_{k=1}^M \left\| \mathbf{s}_{Y,k} - \mathbf{C}_1 \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,k}) \mathbf{s}_X \right\|_2^2, \\ \text{s. t. } \mathbf{J}_{2M-1} \mathbf{s}_X = \mathbf{s}_X^*. \end{cases} \quad (26)$$

为了给出式(26)的最优解, 文中将给出如下一个定理, 关于该定理的证明, 笔者在文献[14]中已经给出, 这里直接给出结论。

**定理 3** 设矩阵  $\mathbf{A} \in \mathbf{C}^{N \times (2M-1)}$  ( $2N \geq 2M-1$ ) 和向量  $\mathbf{b} \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ , 并记  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{b}$  的实部和虚部分别为  $\bar{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{A}}, \bar{\mathbf{b}}$  和  $\tilde{\mathbf{b}}$ , 将  $\bar{\mathbf{A}}$  和  $\tilde{\mathbf{A}}$  按列分块为

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_1 & \bar{\mathbf{a}}_1 & \bar{\mathbf{A}}_2 \\ N \times (M-1) & N \times 1 & N \times (M-1) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}_1 & \tilde{\mathbf{a}}_1 & \tilde{\mathbf{A}}_2 \\ N \times (M-1) & N \times 1 & N \times (M-1) \end{bmatrix} \quad (27)$$

若再令  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{a}}_1 & \bar{\mathbf{A}}_1 \mathbf{J}_{M-1} + \bar{\mathbf{A}}_2 & \tilde{\mathbf{A}}_1 \mathbf{J}_{M-1} - \tilde{\mathbf{A}}_2 \\ \tilde{\mathbf{a}}_1 & \tilde{\mathbf{A}}_1 \mathbf{J}_{M-1} + \tilde{\mathbf{A}}_2 & \mathbf{A}_2 - \mathbf{A}_1 \mathbf{J}_{M-1} \end{bmatrix}$  和  $\mathbf{c} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{b}} \\ \tilde{\mathbf{b}} \end{bmatrix}$ , 其中  $\mathbf{B}$  为列满秩矩阵, 则如下约束最小二乘问题

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}} J = \min_{\mathbf{x}} \left\| \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b} \right\|_2^2, \\ \text{s. t. } \mathbf{J}_{2M-1} \mathbf{x} = \mathbf{x}^*. \end{cases} \quad (28)$$

的最优解为

$$\mathbf{x}_{\text{opt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{M-1} \mathbf{y}(2:M) - \mathbf{i} \mathbf{J}_{M-1} \mathbf{y}(M+1:2M-1) \\ \mathbf{y}(1) \\ \mathbf{y}(2:M) + \mathbf{i} \mathbf{y}(M+1:2M-1) \end{bmatrix} \quad (29)$$

式中  $\mathbf{y} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{c}$ ,  $\mathbf{y}(1)$  表示向量  $\mathbf{y}$  的第一个分量,  $\mathbf{y}(2:M)$  表示向量  $\mathbf{y}$  的第二至第  $M$  个分量构成的列向量,  $\mathbf{y}(M+1:2M-1)$  表示向量  $\mathbf{y}$  的第  $M+1$  至第  $2M-1$  个分量构成的列向量。

在定理 3 的基础上, 下面对式(26)进行求解。令  $\mathbf{V}_k = \mathbf{C}_1 \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{H}(\mathbf{g}_{2,k})$ , 并记  $\mathbf{V}_k$  和  $\mathbf{s}_{Y,k}$  的实部和虚部分别为  $\bar{\mathbf{V}}_k, \tilde{\mathbf{V}}_k, \bar{\mathbf{s}}_{Y,k}$  和  $\tilde{\mathbf{s}}_{Y,k}$ , 将  $\bar{\mathbf{V}}_k$  和  $\tilde{\mathbf{V}}_k$  按列分块为

$$\bar{\mathbf{V}}_k = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{V}}_{k1} & \bar{\mathbf{v}}_{k1} & \bar{\mathbf{V}}_{k2} \\ M \times (M-1) & M \times 1 & M \times (M-1) \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{V}}_k = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{V}}_{k1} & \tilde{\mathbf{v}}_{k1} & \tilde{\mathbf{V}}_{k2} \\ M \times (M-1) & M \times 1 & M \times (M-1) \end{bmatrix} \quad (30)$$

再记  $\mathbf{U}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{k1} & \bar{\mathbf{V}}_{k1} \mathbf{J}_{M-1} + \bar{\mathbf{V}}_{k2} & \tilde{\mathbf{V}}_{k1} \mathbf{J}_{M-1} - \tilde{\mathbf{V}}_{k2} \\ \tilde{\mathbf{v}}_{k1} & \tilde{\mathbf{V}}_{k1} \mathbf{J}_{M-1} + \tilde{\mathbf{V}}_{k2} & \mathbf{V}_{k2} - \mathbf{V}_{k1} \mathbf{J}_{M-1} \end{bmatrix}$  和  $\mathbf{u}_k = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{s}}_{Y,k} \\ \tilde{\mathbf{s}}_{Y,k} \end{bmatrix}$ ,

令  $\mathbf{y} = \left( \sum_{k=1}^M \mathbf{U}_k^T \mathbf{U}_k \right)^{-1} \left( \sum_{k=1}^M \mathbf{U}_k^T \mathbf{u}_k \right)$ , 则由定理 3 可将  $\mathbf{s}_X$  的最优解表示为

$$\mathbf{s}_{X,\text{opt}} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{M-1} \mathbf{y}(2:M) - \mathbf{i} \mathbf{J}_{M-1} \mathbf{y}(M+1:2M-1) \\ \mathbf{y}(1) \\ \mathbf{y}(2:M) + \mathbf{i} \mathbf{y}(M+1:2M-1) \end{bmatrix} \quad (31)$$

于是可得  $S_X$  的估计值为

$$\hat{S}_X = \mathbf{H}_{\text{Toep}}(s_X) \quad (32)$$

式中  $\mathbf{H}_{\text{Toep}}(\bullet)$  可看作是用向量  $s_X$  构成 Hermite Toeplitz 协方差矩阵的线性算子。

至此文中已经给出了针对五个未知矩阵  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$  的优化方法, 下小节将具体给出文中的阵列互耦和幅相误差校正算法的实现步骤。

### 3.2 算法实现与步骤

由于算法是迭代进行的, 所以需要给出每一个矩阵的初始值。首先必须计算无噪协方差矩阵  $S_Y$ , 这就需要估计噪声功率  $\sigma_N^2$ 。在理想条件下, 噪声功率  $\sigma_N^2$  等于协方差矩阵  $R_Y$  中最小的  $M-D$  个相同的特征值, 但在实际计算中, 由于只能通过有限次数据样本累积计算得到近似值  $\hat{R}_Y$ , 因此  $\hat{R}_Y$  的最小的  $M-D$  个特征值不可能完全相同, 但是应该会接近噪声功率  $\sigma_N^2$ , 因此  $\sigma_N^2$  的估计值为

$$\hat{\sigma}_N^2 = \frac{1}{M-D} \sum_{i=1}^{M-D} \lambda_i(\hat{R}_Y) \quad (33)$$

式中  $\lambda_1(\hat{R}_Y)$ ,  $\lambda_2(\hat{R}_Y)$ ,  $\dots$ ,  $\lambda_{M-D}(\hat{R}_Y)$  分别表示矩阵  $\hat{R}_Y$  中  $M-D$  个最小的特征值。于是无噪协方差矩阵的估计值为  $\hat{S}_Y = \hat{R}_Y - \hat{\sigma}_N^2 \mathbf{I}$ 。而矩阵  $S_X$  的初始值可通过对  $\hat{S}_Y$  进行 Toeplitz 化获得<sup>[13]</sup>, 即

$$\begin{cases} S_X(p, q) = \frac{1}{M+p-q} \sum_{k=1}^{M+p-q} \hat{S}_Y(k, q-p+k) & (p \leq q) \\ S_X(q, p) = S_X^*(p, q) \end{cases} \quad (34)$$

而矩阵  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  的初值均可以选择单位矩阵  $\mathbf{I}$ 。下面给出文中互耦和幅相误差校正算法的全部计算步骤:

步骤 1 设置  $\varepsilon$  为一个很小的正数和  $k=0$ , 令  $C_1 = C_2 = \Gamma_1 = \Gamma_2 = \mathbf{I}$ , 利用式(33)计算噪声功率, 从而可得  $\hat{S}_Y = \hat{R}_Y - \hat{\sigma}_N^2 \mathbf{I}$ , 再由式(34)计算  $S_X$ , 并根据式(7)计算目标函数  $J_0$ ;

步骤 2 利用最新的  $C_2$ 、 $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$ , 根据式(12)计算  $C_1$ ;

步骤 3 利用最新的  $C_1$ 、 $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$ , 根据式(15)计算  $C_2$ ;

步骤 4 利用最新的  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_2$  和  $S_X$ , 根据式(18)计算  $\Gamma_1$ ;

步骤 5 利用最新的  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_1$  和  $S_X$ , 根据式(21)计算  $\Gamma_2$ ;

步骤 6 利用最新的  $C_1$ 、 $C_2$ 、 $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$ , 根据式(32)计算  $S_X$ ;

步骤 7 令  $k = k + 1$ , 并计算此时的目标函数  $J_k$ ;

步骤 8 计算  $\Delta_k = |J_k - J_{k-1}|$ , 如果  $\Delta_k \leq \varepsilon$ , 则令  $\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2$  和  $C = (C_1 + C_2)/2$ , 并停止计算; 否则转至步骤 2。

需要指出的是, 由于上述算法的每一步迭代都会使目标函数减少, 并且目标函数总是非负的, 因此算法的收敛性是可以保证的, 而能否达到全局最优解尚无有效的证明, 但是在通常情况下, 算法总是可以较好地收敛到问题的解(见计算机仿真)。

另一方面, 虽然上述算法的迭代步骤较多, 但是在每步迭代中, 其未知变量的最优闭式解都已经给出, 所以其计算还是较为方便的, 并且其中也没有方位估计这一环节, 因此无需搜索运算, 而文献[15]中的算法虽然迭代步骤少于本文的算法, 但是它在每次迭代中都需要一次方位估计的过程, 需要进行搜索运算, 所以在计算量上, 文献[15]中的算法并不占太大优势。此外, 对于均匀线阵而言, 由于其阵列流型的 Vandermonde 结构, 使得阵列相位误差和信源方位的解存在多种组合, 即解的模糊性问题。关于这一点文献[10]和[16]都作了较为细致的讨论, 文献[11]也给出了具体的仿真实例来说明该问题。通常去除这种模糊性的方法主要是利用一些阵列的先验信息, 例如, 某两个阵元的相位误差信息已知等。虽然这种模糊性问题对于本文的算法同样是不可避免的, 但是在下文的仿真中未发现模糊解的情况, 此外, 若在仿真中假设第一和第二个阵元的相位误差因子已知, 则可避免模糊解的出现。

### 3.3 参数估计唯一性的必要条件

本小节将简单讨论参数估计唯一性的必要条件, 这里讨论的参数均是指实参数, 下面主要从两个方面进行讨论。首先根据文献[15]中的方法进行计算, 由于矩阵  $S_Y$  可由  $2MD - D^2$  个参数确定, 其中包括  $D$  个实特征值和  $2(MD - D(D+1)/2)$  信号子空间中的自由参数, 而  $S_Y$  中未知的参数包括: 信源协方差矩阵  $R_S$  中的  $D$  个参数,  $D$  个未知的信源方位, 矩阵  $C$  中的  $2(P-1)$  个参数(这里  $P$  是指互耦矩阵  $C$  中第一行不为零的个数), 矩阵  $\Gamma$  中的  $2(M-1)$  个参数, 因此必须满足

$$\begin{aligned} 2(MD - D(D+1)/2) + D &\geq 2D + 2(P-1) + 2(M-1) \\ \Leftrightarrow M &\geq \frac{D^2 + 2D + 2P - 4}{2D - 2} \text{ 且 } D > 1 \end{aligned} \quad (35)$$

另一方面, 不妨回顾待优化的目标函数  $J = \|S_Y - C_1 \Gamma_1 S_X \Gamma_2 C_2\|_F^2$ , 由该式确定的独立实方程个数为  $2M^2 - M$ , 而其中未知的参数包括: 信源协方差矩阵  $R_S$  中的  $2M-1$  个参数, 矩阵  $C_1$  和  $C_2$  中的  $4(P-1)$  个参数, 矩阵  $\Gamma_1$  和  $\Gamma_2$  中的  $4(M-1)$  个参数, 因此必须满足

$$2M^2 - M \geq 2M - 1 + 4(P - 1) + 4(M - 1) \Leftrightarrow M \geq \frac{7 + \sqrt{32P - 23}}{4} \quad (36)$$

结合式(35)和式(36)可得必要条件为

$$M \geq \max \left\{ \frac{D^2 + 2D + 2P - 4}{2D - 2}, \frac{7 + \sqrt{32P - 23}}{4} \right\} \text{ 且 } D > 1 \quad (37)$$

### 4 算法仿真

#### 4.1 验证算法有效性的仿真实验

假设阵列流型为 10 元均匀线阵,孔径比为 0.5,各阵元间的幅度因子分别为 1.00, 0.87, 1.12, 0.78, 1.33, 1.16, 0.84, 0.95, 1.27 和 0.80,相位误差因子分别为 0.00°, -14.76°, 18.35°, -15.63°, 16.12°, 12.88°, -16.26°, -18.18°, 15.47°, -17.31°, 并且仅考虑相邻 3 个阵元之间产生的互耦效应,相应的互耦因子为 1, 0.12-0.14i 和 -0.015-0.012i. 现有两个等功率信源到达该阵列,其方位分别为 50° 和 100°,信噪比均为 10dB,快拍数为 500. 图 1 给出了文中算法的迭代收敛曲线;图 2 给出了阵列误差校正前后的空间谱图;表 1 给出了互耦因子的真实数值和估计数值;表 2 和表 3 分别给出了幅度因子和相位误差因子的真实数值和估计数值.

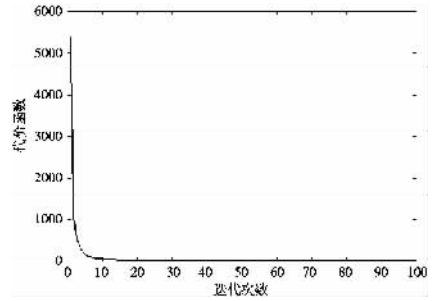


图 1 算法迭代收敛曲线

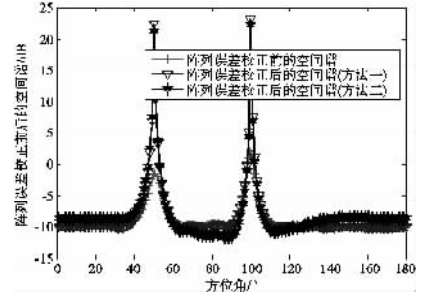


图 2 阵列误差校正前后的空间谱

表 1 互耦因子的真实数值和估计数值

阵元	1	2	3
实际值	1.0000	0.1200-0.1400i	-0.0150-0.0120i
估计值	1.0000	0.1175-0.1435i	-0.0135-0.0122i

表 2 幅度因子的真实数值和估计数值

阵元	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
幅度因子真实值	1.0000	0.8700	1.1200	0.7800	1.3300	1.1600	0.8400	0.9500	1.2700	0.8000
幅度因子估计值	1.0000	0.8689	1.1162	0.7692	1.3137	1.1604	0.8256	0.9413	1.2602	0.7868

表 3 相位误差因子的真实数值和估计数值(单位/度)

阵元	1	2	3	4	5
相位误差因子真实值	0.0000	-14.7600	18.3500	-15.6300	16.1200
相位误差因子估计值	0.0000	-16.2301	17.5690	-15.4852	16.3754

阵元	6	7	8	9	10
相位误差因子真实值	12.8800	-16.2600	-18.1800	15.4700	-17.3100
相位误差因子估计值	13.8227	-15.5686	-16.8138	16.1477	-16.7065

从以上仿真结果中可以看出,在上述仿真条件下,文中所给出的互耦和幅相误差校正算法是有效的,可以较准确地估计出阵列互耦和幅相误差,而且阵列误差校正后的空间谱峰明显比校正前要尖锐,从而可以估计出信源方位.

#### 4.2 验证算法参数估计性能的仿真实验

下面通过仿真进一步验证文中算法的参数估计性能. 首先定义阵列误差矩阵  $M = C\Gamma$  的估计均方根误差  $e_M$  和方位估计均方根误差  $e_\theta$  如下: 独立进行 200 次实验, 设第  $m$  次实验估计互耦矩阵为  $\hat{C}_m$ , 幅相误差矩阵为  $\hat{\Gamma}_m$ , 第  $k$  个信号的方位角为  $\hat{\theta}_k^{(m)}$ , 则  $e_M$  和  $e_\theta$  分别为

$$e_M = \sqrt{\frac{1}{200} \sum_{m=1}^{200} \left\| C\Gamma - \hat{C}_m \hat{\Gamma}_m \right\|_F^2}$$

$$e_\theta = \sqrt{\frac{1}{200} \frac{1}{D} \sum_{m=1}^{200} \sum_{k=1}^D \left( \theta_k - \hat{\theta}_k^{(m)} \right)^2} \quad (38)$$

仿真条件同上,只是改变信源的信噪比,图 3 和图 4 分别给出了阵列误差矩阵估计均方根误差和信源方位估计均方根误差随着信噪比的变化曲线,并且与文献[15]中的算法进行比较,其中互耦矩阵和幅相误差矩阵的初始值均设为单位矩阵.

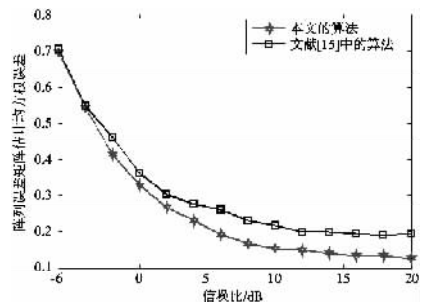


图 3 阵列误差矩阵估计均方根误差曲线

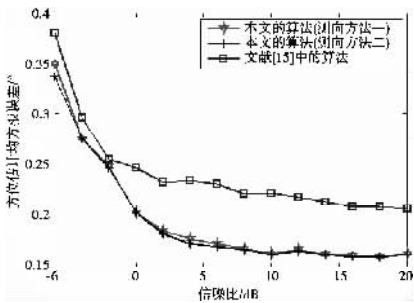


图4 信源方位估计均方根误差曲线

从以上仿真图中可以看出,在上述仿真条件下,两种算法的参数估计精度均随着信源信噪比的提高而提高,并且无论是阵列误差矩阵估计精度还是信源方位估计精度,本文的算法性能均要略优于文献[15]中的算法,而文中的两种测向方法的测向性能非常接近。为了进一步突出文中算法的优势,不妨将阵列的相位误差增大一倍,并将互耦因子增加为 $1, 0.26-0.28i$ 和 $-0.045-0.032i$ ,图5和图6分别给出了阵列误差矩阵估计均方根误差和信源方位估计均方根误差随着信噪比的变化曲线,并且与文献[15]中的算法进行比较,其中互耦矩阵和幅相误差矩阵的初始值仍都设为单位矩阵。

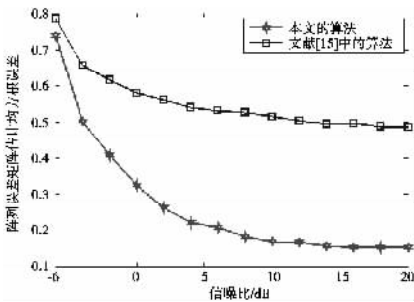


图5 阵列误差矩阵估计均方根误差曲线

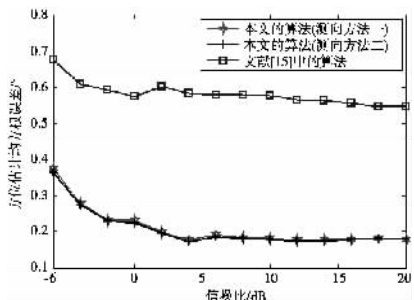


图6 信源方位估计均方根误差曲线

从以上仿真图中可以看出,在上述仿真条件下,当增加阵列互耦和幅相误差时,文中算法的性能比文献[15]中算法的优势要明显一些,这是因为它们的互耦矩阵和幅相误差矩阵的初始值都设为单位矩阵,当增加阵列互耦和幅相误差时,相当于增加了迭代初始误差,而文献[15]中的算法往往受初始估计误差的影响

较大,容易陷入局部最优值,而本文的算法则受其影响相对较小。这主要是与代价函数的构造方式有关,文献[15]中的代价函数仅利用了噪声子空间与信源的阵列流型向量相互正交这一性质,而本文构造的代价函数则更多地利用了阵列模型和信源的一些信息。最后需要指出的是,有限的仿真条件难以全貌的反映出算法的参数性能,文献[15]中的算法也有性能很好的时候,文中的算法和文献[15]中的算法是从不同的角度构造代价函数,实际中也可综合运用两种代价函数以获得更加优越的参数估计性能。

## 5 结束语

本文基于均匀线阵,给出了一种新的阵列互耦和幅相误差校正算法。文中根据阵列协方差矩阵的关系式构造了一种二次代价函数,并利用理想条件下均匀线阵协方差矩阵具有 Toeplitz 结构的性质,通过交替迭代的方法对此代价函数进行优化求解,从而估计出了阵列互耦、幅相误差以及理想条件下的协方差矩阵,最后利用 MUSIC 算法即可估计出信源方位。计算机仿真结果表明,在本文的仿真条件下,文中算法的性能要优于文献[15]中的算法,并且受初始估计误差的影响也不大,虽然文中算法的迭代步骤较多,但是由于在每步迭代中,其未知变量的最优闭式解都已给出,因此其计算并不十分复杂。但需要指出的是,本文的算法仅限于均匀线阵,而文献[15]中的算法则没有该限制,可应用于均匀圆阵,此外,文中的算法和文献[15]中的算法是从不同的角度构造代价函数,实际中也可综合运用两种代价函数以获得更加优越的参数估计性能,关于这方面的工作可进一步展开研究。

## 参考文献

- [1] Schmidt R. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans on AP, 1986, 34(3): 267-280.
- [2] Friedlander B. A sensitivity analysis of the MUSIC algorithm[J]. IEEE Trans on ASSP, 1990, 38(10): 1740-1751.
- [3] Swindlehurst A, Kailath T. A performance analysis of subspace-based methods in the presence of model error: Part I—The MUSIC algorithm[J]. IEEE Trans on SP, 1992, 40(7): 1758-1774.
- [4] Weiss A J, Friedlander B. Effects of modeling errors on the resolution threshold of the MUSIC algorithm[J]. IEEE Trans on SP, 1994, 42(6): 1519-1526.
- [5] 苏卫民, 顾红, 倪晋麟, 刘国岁, 张光义. 通道幅相误差

- 条件下 MUSIC 空域谱的统计性能[ J ]. 电子学报, 2000,28( 6 ):105-107.
- [ 6 ] See C M S. Sensor array calibration in the presence of mutual coupling and unknown sensor gains and phases[ J ]. Electronics Letters, 1994,30( 5 ):373-374.
- [ 7 ] Jaffer A G. . Constrained mutual coupling estimation for array calibration[ C ]. Proceeding of the 35th Asilomar Conference on Signal, Systems and Computers, 2001, 1273-1277.
- [ 8 ] 贾永康, 保铮, 吴涸. 一种阵列天线阵元位置、幅度及相位误差的有源校正方法[ J ]. 电子学报, 1996, 24( 3 ): 47-52.
- [ 9 ] Weiss A J, Friedlander B. Eigenstructure methods for direction finding with sensor gain and phase uncertainties [ J ]. Circuits Syst, Signal Processing, 1990, 9( 2 ): 272-300.
- [ 10 ] Hung E K L. A critical study of a self-calibrating direction-finding method for arrays[ J ]. IEEE Trans on SP, 1994, 42( 2 ):471-474.
- [ 11 ] Paulraj A, Kailath T. Direction of arrival estimation by eigen-structure methods with unknown sensor gain and phase[ C ]. Proc. Int. Conf. Acoust. , Speech, Signal Processing( ICASSP ). Tampa, FL, March 1985 :640-643.
- [ 12 ] 李有明, 王让定, 文化峰. 均匀直线阵幅相误差校正的扰动分析及最优化算法[ J ]. 电子与信息学报, 2007, 29( 7 ):1653-1656.
- [ 13 ] Fabrizio Sellone, Alberto Serra. A novel mutual coupling compensation algorithm for uniform and linear arrays[ J ]. IEEE Trans on SP, 2007, 55( 2 ):560-573.
- [ 14 ] 王鼎, 叶国华, 李长胜等. 一种均匀线阵幅相误差校正算法[ J ]. 雷达科学与技术, 2009, 7( 3 ):289 - 295.
- [ 15 ] Friedlander B, Weiss A J. Direction finding in the presence of mutual coupling[ J ]. IEEE Trans on AP, 1991, 39( 3 ): 273-284.
- [ 16 ] Astély D, Swindlehurst A, Ottersten B. Spatial signature estimation for uniform linear arrays with unknown receiver gains and phases[ J ]. IEEE Trans on SP, 1999, 47( 8 ): 2128-2138.

### 作者简介

王 鼎( 1982- ), 男, 安徽芜湖, 解放军信息工程大学博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理和无源定位。

E-mail: wang\_ding814@ yahoo. com. cn

邬钧霆( 1979- ), 男, 安徽金寨, 解放军信息工程大学博士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理和高可信网络。

叶国华( 1979- ), 男, 解放军信息工程大学硕士研究生, 主要研究方向为阵列信号处理和无线通信。

吴 瑛( 1960- ), 女, 河南郑州人, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理, 阵列信号处理及其 DSP 实现。