

# 建筑物非线性变形动态预测的数据机理: 自记忆模型

王威<sup>①②</sup>, 苏经宇<sup>①\*</sup>, 侯本伟<sup>②</sup>, 田杰<sup>②</sup>, 马东辉<sup>①</sup>

① 北京工业大学抗震减灾研究所, 北京 100124;

② 北京工业大学建筑工程学院, 北京 100124

\* 联系人, E-mail: jysu@bjut.edu.cn

2012-05-11 收稿, 2012-06-12 接受

国家科技支撑计划(2009BAJ28B04, 2011BAK07B01, 2011BAJ08B03, 2011BAJ08B05)、国家自然科学基金(51108428)、北京市博士后工作经费(2012ZZ-17)和中国博士后科学基金(2011M500199)资助

**摘要** 综合考虑建筑物沉降变形时间序列的单调增长的特殊性和非线性特征, 利用动态数据反演建模方法和自记忆性方程, 提出了一种随机与动力相结合的建筑物非线性变形预测的数据机理: 自记忆模型. 该方法将观测到的建筑物沉降位移时序数据视为描写建筑物变形非线性动力系统的特解, 运用反演动力模式方法导出系统的微分方程, 通过引入记忆函数, 将制约动力系统的微分方程推演成一个差分-积分方程, 从而建立建筑物沉降非线性变形预测的动力系统自记忆模型. 由于该模型用历史资料估计记忆系数, 蕴含了历史资料中对预测有用的信息, 所以能很好地预测出系统极值, 克服了以统计为基础的预报模型在做多步预测时预测值偏向平均值的缺点, 较以往单一的确定论或随机统计论预测方法具有更高的拟合精度和预测准确率. 将该方法用于实际工程建筑物沉降变形预测, 证明了该模型的有效性及其可行性.

## 关键词

数据机理  
自记忆方程  
建筑物变形  
反演建模  
动态预测

随着我国经济的飞速发展, 城市化进程日益加快, 各类建筑物复杂多样<sup>[1-16]</sup>. 为了保证建筑物的正常使用和安全性, 对其在建及使用过程中进行系统的变形监测是必要的. 由于建筑物变形的形成条件、演化过程和变形诱发因素的多样性、复杂性及其变化的非确定性, 通常情况下建筑物沉降变形力学行为和变形趋势相应地亦体现出确定性与随机性共存的非线性特征<sup>[17-34]</sup>. 目前采用较多的预测方法是利用建筑物变形位移监测时间序列, 建立各类时序分析模型的方法<sup>[35-40]</sup>. 这些研究不仅极大地深化了人们对于建筑物变形系统复杂性的认识, 也有力地推动了建筑物变形预测理论和实践的发展. 然而, 已有的多数预测理论模型是有参数模型, 存在参数的物理意义不甚明确、有效监测信息遗失等不足. 近年来, 在反演建模的基础上, 基于时间序列的数据机理的自记忆模型理论得到了发展, 动力系统自记忆性原理作为解决非线性系统的一种统计——动力方法, 是

决定论和不确定论两种方法融合在数学上的实现<sup>[41-43]</sup>. 其核心是通过引入记忆函数, 将一个微分方程变换为差分-积分方程, 然后用这个方程来研究系统记忆性, 以对系统未来的演化做出预测. 对于有微分方程描述的动力系统, 可以直接应用自记忆方程建立预报模型; 对没有微分方程描述的系统, 只要系统具有一定长度的时间序列, 可将其视为描述该动力系统方程的一系列特解, 然后通过数据反演, 导出能近似描写该系统的非线性动力微分方程, 进而对系统未来的演化做出预测. 与本文研究的缓慢下沉活动不同, 扰动和爆炸<sup>[44-46]</sup>是快速和剧烈的力学过程, 但是它们也可以通过动力学演化来描述. 一些微观的活动, 如非饱和土壤对体积变化的影响等也会产生影响. 这种自记忆模式的优点是既可以把动力学计算与用历史数据估计参数结合起来, 又可以把统计学中从过去观测资料中提取预报信息的长处吸收进来, 从而提高预报的精度<sup>[47-50]</sup>.

基于此, 本文将建筑物变形位移随时间的演化视为动力学系统的演化问题, 应用动力系统自忆性原理及其预报模式对建筑物变形非线性位移时间序列进行建模分析和预测, 提出了建筑物变形动态预测的数据机理: 自记忆模型, 并以长安大学B点的建筑物变形为例进行了验证分析.

### 1 利用双向差分法反演建筑物变形动态预测的反导微分方程

设建筑物沉降变形位移的时间序列为  $x(t)$ , 令  $x_t=x(t)$ , 则  $x$  随时间变化的微分方程可描述为<sup>[47,48]</sup>

$$\frac{dx}{dt} = a_1x_t + a_2x_{t-1} + \dots + a_px_{t-p+1} + b_1x_t^2 + b_2x_{t-1}^2 + \dots + b_px_{t-p+1}^2, \quad (1)$$

式中  $a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, b_2, \dots, b_p$  为待定系数;  $x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-p+1}$  分别为变量在  $t, t-1, \dots, t-p+1$  时刻的值;  $p$  为方程的回溯阶, 表示建筑物沉降位移变量  $x$  的变化与  $t, t-1, \dots, t-p+1$  个时刻的变量值有关.

若  $x(t)$  为等时间间隔样本, 设  $\Delta t=(t+1)-t=1$ , 则(1)式的向后和向前差分误差  $\varepsilon_{bk}$  和  $\varepsilon_{fk}$  分别为

$$\varepsilon_{bk} = (x_k - x_{k-1}) - (a_1x_{k-1} + \dots + a_px_{k-p} + b_1x_{k-1}^2 + \dots + b_px_{k-p}^2), \quad (2)$$

$$\varepsilon_{fk} = (x_{k+1} - x_k) - (a_1x_k + \dots + a_px_{k-p+1} + b_1x_k^2 + \dots + b_px_{k-p+1}^2). \quad (3)$$

利用(2)和(3)式建立的求解极小值的目标函数为

$$\min \varepsilon^2 = \sum_{k=1}^n (\varepsilon_{bk}^2 + \varepsilon_{fk}^2), \quad (4)$$

式中  $n=m-p-1, m$  为用来求解参数的时间序列长度.

利用最小二乘法, 可以求出(4)式的  $2p$  个系数  $a_1, a_2, \dots, a_p$  和  $b_1, b_2, \dots, b_p$ . 方程回溯阶  $p$  应尽量取较小值, 以确保模型的稳健性. 同时, 可采用相对方差来筛选系数减少方程(1)的右端项数, 令  $c_k=[a_k \ b_k]$ , 取判据

$$\sigma_k = c_k^2 / \sum_k c_k^2. \quad (5)$$

当  $\sigma_k$  小于一个规定的值  $\sigma_c$  ( $\sigma_c$  为事先给定的一个较小的值,  $\sigma_c=0.01$ ) 时, 认为此项在(1)式中起的作用很小, 可以剔除此项, 即可确定常微分方程(1)的项及系数.

### 2 数据机理: 自记忆动态预测建模

自忆性原理是通过引入记忆函数把一个微分方

程转换为一个差分-积分方程并求解的原理. 求解该方程构成了系统预报的一种新途径<sup>[47-50]</sup>. 将上述确定的微分方程  $dx/dt$  作为建筑物沉降变形系统动力方程:

$$\frac{dx}{dt} = F(x, \lambda, t), \quad (6)$$

式中  $x$  为变量,  $\lambda$  为参数,  $t$  为时间,  $F(x, \lambda, t)$  为动力核. 令记忆函数为  $\beta(t)$ , 可定义希尔伯特空间的内积运算为

$$(f, g) = \int_a^b f(\xi)g(\xi)d\xi \quad (f, g \in L^2). \quad (7)$$

对于某一时间集合  $T=[t_{-p}, t_{-p+1}, \dots, t_{-1}, t_0, t]$ , 其中  $t_{-p}, \dots, t_0$  为历史观测时刻,  $t_0$  为预报初始时刻,  $t$  为未来预报时刻, 回溯阶数为  $p$ , 时间采样间隔为  $\Delta t$ . 用上述定义的内积运算对(6)式进行变换, 假设变量  $x$  和  $\beta$  连续、可微、可积, 可得

$$\int_{t_{-p}}^{t_{-p+1}} \beta(t) \frac{\partial x}{\partial t} dt + \int_{t_{-p+1}}^{t_{-p+2}} \beta(t) \frac{\partial x}{\partial t} dt + \dots + \int_{t_0}^t \beta(t) \frac{\partial x}{\partial t} dt = \int_{t_{-p}}^t \beta(t)F(x, \lambda, t)dt. \quad (8)$$

对(8)式左边每一积分项应用分部积分与微积分中值定理, 合并消去相同项, 可导得一个回溯阶为  $p$  阶的差分-积分方程, 即为自忆性方程:

$$x_t = \frac{1}{\beta_t} \left[ \beta_{-p}x_{-p} + \sum_{i=-p}^0 x_i^m (\beta_{i-1} - \beta_i) + \int_{t_{-p}}^t \beta(\tau)F(x, \lambda, \tau) d\tau \right], \quad (9)$$

式中  $\beta_i \equiv \beta(t)$ ,  $x_t=x(t)$ ,  $\beta_i \equiv \beta(t_i)$ ,  $x_i=x(t_i)$ ,  $i=-p, -p+1, \dots, 0$ ,  $x_i^m \equiv x(t_m)$ ,  $t_i < t_m < t_{i+1}$ .

(9)式中第 1 和第 2 项代表  $p+1$  个时次的局地往值对  $x_t$  的贡献, 称为自忆项; 第 3 项为源函数  $F(x, \lambda, t)$  在回溯时段  $[t_{-p}, t_0]$  对预报变量  $x_t$  的贡献, 称为他效项. (9)式强调了系统状态前后的联系, 即系统自身的记忆性, 因此称其为系统的自忆方程.

对(9)式, 积分用求和代替, 微分变为差分, 中值  $x_i^m$  简单地用两个时刻的值替代, 即

$$x_i^m = (x_{i+1} + x_i) / 2 \equiv y_i. \quad (10)$$

取等距时次间隔, 令  $\Delta t_i=t_{i-1}-t_i=1$ , 将  $\beta_i$  和  $\beta_i$  合写, 并令  $x_{-p} \equiv x_{-p-1}^m$ ,  $\beta_{-p-1}=0$ , 则得到离散形式的数据机理: 自记忆模型为

$$x_t = \sum_{i=-p-1}^{-1} \alpha_i y_i + \sum_{i=-p}^0 \theta_i F(x, \lambda, i), \quad (11)$$

式中  $\alpha_i=(\beta_{i+1}-\beta_i)/\beta_i$ ,  $\theta_i=\beta_i/\beta_i$ ;  $F(x, \lambda, i)$ 由(1)式确定. 采用最小二乘法<sup>[47,50]</sup>估计记忆系数  $\alpha_i$  和  $\theta_i$ , 即可用(11)式进行建筑物变形动态预测.

### 3 应用示例

为了验证本文提出的建筑物变形非线性位移预测自记忆模型的可行性, 选取了长安大学 B 点的建筑物变形位移监测数据<sup>[40]</sup>进行建模分析. 表 1 给出了 3#点的累积沉降监测数据.

在建立自记忆模型时, 取期号 1~26 的观测资料作为建模样本, 取期号 27~30 的监测资料作为预测样本, 进行预测检验. 为确定模型的回溯阶  $p$ , 采用试算方法确定. 即分别选取  $p=2, 3, 4, 5$  进行建模、预测, 以拟合及多步外推预测误差相对较小值作为筛选回溯阶  $p$  的判据. 建模过程的试算结果如表 2.

从表 2 中回溯阶数  $p$  与拟合或预测的误差关系可以看出, 随着回溯阶  $p$  的增加, 拟合的平均相对误差相应减少, 与建模试算经验基本一致; 而当  $p=2$  时预测值的平均相对误差相应最小. 综合分析表 2 的误差结果后, 选取回溯阶  $p$  为 2, 反导出建筑物变形位移状态变量  $x$  随时间变化的微分方程为

$$\frac{dx}{dt} = 0.5735x_t - 0.4862x_{t-1} + 0.0344x_t^2 - 0.0282x_{t-1}^2. \quad (12)$$

将上述反导出微分方程的右端项作为动力核  $F$ , 则有  $dx/dt=F$ . 据此建立该建筑物变形位移的自忆性方程, 离散化后用最小二乘法求出记忆系数, 最终得

到建筑物变形位移预测方程为

$$x_t = \sum_{i=-3}^{-1} \alpha_i y_i + \sum_{i=2}^0 \theta_i F(x, \lambda, i), \quad (13)$$

式中  $\alpha_3=0.1786$ ,  $\alpha_2=-0.9301$ ,  $\alpha_{-1}=2.6195$ ,  $\theta_2=-1.7527$ ,  $\theta_{-1}=-0.5815$ ,  $\theta_0=2.0125$ .

用上述建立的自记忆预测模型对表 1 中期号 5~26(因回溯阶原因, 1~4 期号没有拟合值)的建筑物变形位移监测数据进行拟合计算, 并对预留期号 27~30 的建筑物变形位移进行预测检验. 自记忆模型拟合计算与实测值的对比关系见图 1, 位移预测结果见表 3 和图 2.

由图 1~2 和表 3 关于分析建筑物变形位移拟合和预测计算结果可知, 参与拟合计算的 22 个样本相对误差范围为 1.26%~18.86%, 平均相对误差为 4.27%, 其中小于 5.00%的期号共 17 个, 占 77.3%, 没有大于 10.00%的; 在 4 个预测时步的检验计算中, 单步滚动预测最小相对误差为 0.58%, 最大为 2.39%, 平均相对误差为 1.76%. 多步外推预测最小相对误差 0.58%, 最大 10.87%, 平均相对误差为 3.22%. 文献[40]分别采用基于最大 Lyaunov 指数预测方法、一阶局域预测值、加权一阶局域预测方法对本实例进行了建模预测分析, 预测结果的相对平均误差分别为 6.07%, 1.84% 和 1.18%. 综合比较分析可知, 本文提出的建筑物变形动力系统自记忆模型预测精度均高于基于最大 Lyaunov 指数预测方法、与加权一阶局域预测方法相当; 分析对比上述工程实例中单步骤和多步骤两种

表 1 沉降观测值监测数据

期号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
监测数据(mm)	0.20	0.50	-0.10	-0.70	-0.90	-1.10	-1.20	-1.30	-1.80	-2.20
期号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
监测数据(mm)	-2.40	-2.60	-3.10	-3.60	-3.80	-3.90	-4.00	-4.20	-4.70	-5.10
期号	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
监测数据(mm)	-5.30	-5.40	-6.20	-6.80	-7.20	-7.20	-7.40	-7.80	-8.10	-8.20

表 2 拟合及预测误差与回溯阶关系

回溯阶数		2	3	4	5
拟合计算误差	均方根误差(mm)	0.1711	0.1658	0.1617	0.1374
	平均相对误差(%)	4.2700	4.4200	3.4200	2.6200
预测值平均相对误差(%)		3.2200	6.9700	10.46	10.50

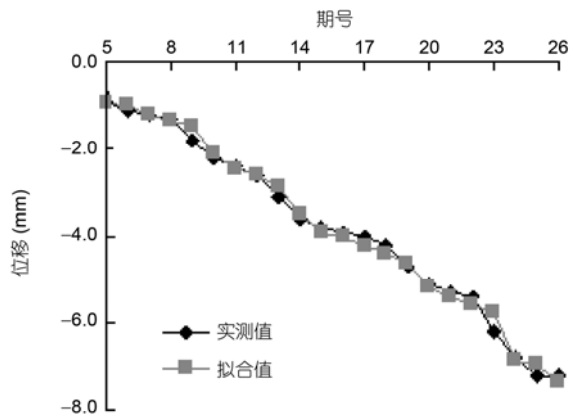


图1 建筑物变形实测与模型拟合值的比较

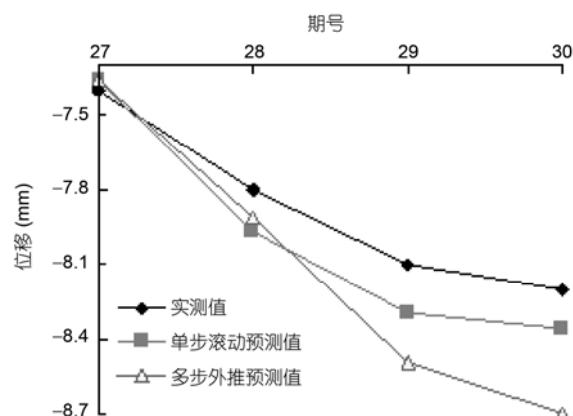


图2 建筑物变形实测与模型预测值的比较

表3 建筑物变形预测值与监测值的比较

期号	监测数据 (mm)	多步外推方法		单步滚动方法		最大 Lyapunov 指数预测方法		一阶局域预测方法		加权一阶局域预测	
		预测值 (mm)	相对误差 (%)	预测值 (mm)	相对误差 (%)	预测值 (mm)	相对误差 (%)	预测值 (mm)	相对误差 (%)	预测值 (mm)	相对误差 (%)
27	-7.40	-7.36	0.58	-7.36	0.58	-8.06	8.93	-7.57	2.29	-7.48	1.13
28	-7.80	-7.91	1.43	-7.97	2.16	-8.05	3.15	-7.76	0.48	-7.66	1.81
29	-8.10	-8.49	10.87	-8.29	2.39	-8.34	2.94	-8.21	1.31	-8.09	0.10
30	-8.20	-8.70	6.04	-8.36	1.91	-8.96	9.28	-8.47	3.28	-8.34	1.68
平均值	-	-	3.22	-	1.76	-	6.07	-	1.84	-	1.18

不同外推预测模式的误差结果可知，单步骤预测的平均相对误差较多步骤预测小，其原因是单步滚动预测充分利用了最新的监测信息，提高了预测的准确性。根据预测理论，随着预测时步数的增加，误差一般会急剧增大。与单步骤预测相比，多步骤外推时平均相对误差较单步骤预测仅增加 1.46%，在可控范围内。上述研究分析表明，基于自记忆模型的建筑物变形预测方法具有一定的优越性，具有良好的预测多个时步位移的性能且预测结果能够满足建筑物变形位移预测工程实际的需要，对于建筑物沉降变形预测、建筑物施工管理以及建筑物安全预警具有更大的优越性。

#### 4 结论

将建筑物变形非线性沉降位移随时间的演化视为动力学系统的演化问题，建立了建筑物沉降非线性变形预测的动力系统自记忆模型。由于建筑物地表沉降位移监测时间序列集中地反映了建筑物变形趋势的非线性特征，而自忆性方程是一个动力学方程，而估计记忆系数时又采用了统计方法，因此描述和刻画复杂建筑物变形的非线性时序动力系统自记忆模型分析方法，能有效地对建筑物变形时序进行分析。通过实例研究表明，该方法具有良好的预测精度和优越性，具有重要的应用价值。

#### 参考文献

- 1 齐康. 建筑论文析. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 979-982
- 2 周颖, 孙耀南. 精神病医院建筑的相关基础研究. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 1001-1013
- 3 丁希莹. 生成式计算机模拟解决多层板式住宅的规划布局. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 994-1000
- 4 杨俊宴, 陈雯. 城市建设现代化水平评价模型研究. 中国科学: 技术科学, 2010, 40: 1020-1023

- 5 Zhang H, Leimer H P. Low energy certificate—An exploration on optimization and evaluation of energy-efficient building envelope. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 1639–1644
- 6 王建国, 张愚, 冯瀚. 城市设计干预下基于用地属性相似关系的开发强度决策模型. *中国科学: 技术科学*, 2010, 40: 983–993
- 7 翁季, 胡英奎, 应文. 道路照明可见度计算模型研究. *中国科学: 技术科学*, 2010, 40: 1014–1019
- 8 赵越喆, 吴硕贤, 邱坚珍, 等. 高胡的发音强度研究. *中国科学: 技术科学*, 2010, 40: 1024–1028
- 9 Tian W, Song W G, Lü W, et al. Experiment and analysis on microscopic characteristics of pedestrian movement in building bottleneck. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 1730–1736
- 10 Liu G H, Guo W, Li H N. An effective and practical method for solving an unnegligible problem inherent in the current calculation model for multi-support seismic analysis of structures. *Sci China Tech Sci*, 2010, 53: 1774–1784
- 11 王鼎, 李杰. 工程地震动的物理随机函数模型. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 356–364
- 12 Li D S, Hu Q, Ou J P, et al. Fatigue damage characterization of carbon fiber reinforced polymer bridge cables: Wavelet transform analysis for clustering acoustic emission data. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 379–387
- 13 Li X C, Wang Y X, Li G W, et al. Experimental investigation of vortex-induced vibrations of long free spans near seabed. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 698–704
- 14 Ye J H, Zhang Z Q, Chu Y. Strength behavior and collapse of spatial-reticulated structures under multi-support excitation. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 1624–1638
- 15 Rong H, Qian C X, Wang R X. A cementation method of loose particles based on microbe-based cement. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 1722–1729
- 16 Li H J, Wang J R, Hu S-L J, et al. Model updating based on incomplete modal data. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 1737–1747
- 17 淳庆, 乐志, 潘建伍. 中国南方传统木构建筑典型榫卯节点抗震性能试验研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1153–1160
- 18 徐世焯, 尉文婷, 宋世德. 碳/玻璃纤维混合编织网增强混凝土电热性能的数值模拟与试验研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1271–1278
- 19 Gu M, Quan Y. Across-wind loads and effects of super-tall buildings and structures. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 2531–2541
- 20 Teng J, Li Z H, Ou J P, et al. Fiber damage analysis model for RC beam-column based on EEP super-convergent computation. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 2542–2548
- 21 卢啸, 陆新征, 张万开, 等. 特大地震下超高层建筑的倒塌模拟. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1405–1416
- 22 胡冉, 陈益峰, 周创兵. 降雨入渗过程中土质边坡的固-液-气三相耦合分析. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1469–1482
- 23 陈雯超, 宋丽莉, 植石群, 等. 不同下垫面的热带气旋强风阵风系数研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1449–1459
- 24 李正农, 罗叠峰, 史文海, 等. 沿海高层建筑玻璃幕墙风致应力现场实测研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1439–1448
- 25 Yang Q S, Tan F, Wang X F. Loading and wrinkling analysis of membrane structures. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 2597–2604
- 26 Bai J L, Ou J P. Seismic failure mode improvement of RC frame structure based on multiple lateral load patterns of pushover analyses. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 2825–2833
- 27 李亚, 叶继红. 基于非协调边界元法的膜结构-风耦合研究. *中国科学: 技术科学*, 2010, 40: 630–644
- 28 刘浩吾, 张少杰, 陈江, 等. 高混凝土坝气幕隔震控制的模拟分析理论与试验验证. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1417–1429
- 29 田玉基, 杨庆山, 杨娜, 等. 北京气象塔湍流风速谱的统计模型. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1460–1468
- 30 叶献国, 王德才. 结构动力分析实际地震动输入的选择与能量评价. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1430–1438
- 31 Zheng S S, Wang B, Li L, et al. Study on seismic damage of SRHSC frame columns. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 2886–2895
- 32 Deng Y, Ding Y L, Li A Q, et al. Fatigue reliability assessment for bridge welded details using long-term monitoring data. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 3371–3381
- 33 鞠杨, 刘红彬, 刘金慧, 等. 活性粉末混凝土热物理性质的研究. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 1584–1605
- 34 Zhang X J, Xiong C H, Ding Y, et al. Variable-step integration method for milling chatter stability prediction with multiple delays. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 3137–3154
- 35 孙泽信, 庞逸群, 黄腾. 改进的灰色模型在建筑物沉降预测中的应用. *测绘工程*, 2010, 19: 59–62
- 36 王继刚, 胡永辉. 基于最小二乘支持向量机回归综合预测建筑物沉降. *测绘科学*, 2010, 35: 96–97
- 37 Liu D F, Wei X L, Sheng H Z. Prediction of remnant volatile matter in the semicokes from coal partial gasification. *Sci China Tech Sci*, 2011, 54: 3017–3021
- 38 高云龙, 潘金艳, 吉国力, 等. 基于 Boosting 梯度下降理论的时间序列建模方法. *中国科学: 技术科学*, 2011, 41: 929–943
- 39 朱一飞, 杨成祥, 陈晓梅. 遗传算法在建筑物沉降预测中的应用. *辽宁工程技术大学学报*, 2007, 26: 225–227
- 40 毕龙珠. 混沌时间序列在建筑物变形预测中的应用研究. 硕士学位论文. 西安: 长安大学, 2009
- 41 Song B, Lee C H. A Favré averaged transition prediction model for hypersonic flows. *Sci China Tech Sci*, 2010, 53: 2049–2056
- 42 Phienwej N, Thepparak S, Giao P H. Prediction of differential settlement of buildings induced by land subsidence from deep well pumping. *Geotech Eng*, 2005, 36: 69–75

- 43 陈向东, 夏军, 徐倩. 灰色微分动态模型的自忆预报模式. 中国科学 E 辑: 技术科学, 2009, 39: 341–350
- 44 Ran Z. Multiscales and cascading in isotropic turbulence. Chin Sci Bull, 2011, 56: 2889–2892
- 45 Yang G T. Computational explosion mechanics and related progress. Chin Sci Bull, 2011, 56: 3610–3613
- 46 Cai G Q, Zhao C G, Liu Y, et al. Volume change behavior of unsaturated soils under non-isothermal conditions. Chin Sci Bull, 2011, 56: 2495–2504
- 47 曹鸿兴. 动力系统自忆性原理——预报和计算应用. 北京: 地质出版社, 2002
- 48 张双虎, 黄强, 孙廷容. 水文时间序列的系统自记忆模式研究. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2006, 34: 221–225
- 49 刘湘平, 谢学斌, 罗一忠. 边坡非线性位移预测的动力系统自记忆模型. 岩土工程学报, 2010, 32: 1535–1542
- 50 Feng G L, Cao H X, Gao X Q, et al. Prediction of precipitation during summer monsoon with self-memorial model. Adv Atmos Sci, 2001, 18: 701–709