

# 归一化峰度及其在弱非线性系统盲辨识中的应用

胡 啸<sup>1,2</sup> 马 洪<sup>1,2</sup>

(1. 武汉国家光电实验室, 武汉 430074; 2. 华中科技大学电子与信息工程系, 武汉 430074)

**摘 要:** 本文主要研究信号的归一化峰度及其在弱非线性系统辨识中的应用策略问题。首先简要介绍了几类常见的无记忆/有记忆非线性模型及其表示方法; 给出了信号的归一化峰度定义及重要性质; 在此基础上, 分别针对非线性系统的记忆效应和非线性阶数对系统输出信号归一化峰度的影响进行了理论推导和仿真分析, 揭示了该参数随系统特性的变化规律, 表明归一化峰度具备精确辨识弱非线性系统的潜力。最后, 针对 SFDR (无杂散动态范围) 高达 85dBFS (dB Full Scale) 的弱非线性系统, 本文提出了一种分步辨识的方法, 并结合所提出的方法阐明了此规律对于弱非线性系统盲辨识和失真补偿的潜在应用价值及其精度优势。

**关键词:** 归一化峰度; 弱非线性; 记忆效应; 非线性阶数; 系统辨识

**中图分类号:** TP3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2010)09-1389-08

## Normalized Kurtosis and Its Application in Blind Identification of Weak Nonlinear system

HU Xiao<sup>1,2</sup> MA Hong<sup>1,2</sup>

(1. Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, Wuhan, Hubei, P. R. China, 430074; 2. Department of Computer Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, China 430074)

**Abstract:** This paper studies the normalized kurtosis and its application in blind identification of weak nonlinear system. First of all, some commonly used nonlinear models with or without memory are briefly introduced; then this paper presents the definition of normalized kurtosis and its some useful properties in system identification; according to the definition and properties, the influences of memory depth and nonlinear order on normalized kurtosis are derived theoretically, and simulation result demonstrates the rule of normalized kurtosis varying with the change of system characteristics. This shows that normalized kurtosis has the ability to identify weak nonlinear system accurately. Accordingly, this paper proposes a step by step method to blindly identify extremely weak nonlinear system whose SFDR (Spurs Free Dynamic Range) is up to 85dBFS (dB Full Scale) by using normalized kurtosis. Finally, combined with the proposed method, this paper analyzes the potential value and accuracy advantage in blindly identifying and compensating the weak nonlinear system.

**Key words:** Normalized kurtosis; weak nonlinear system; memory effect; nonlinear order; system identification

## 1 引言

在信道均衡、大动态全景接收机、高性能软件无线电接收机以及超线性功率放大器等应用场合, 线性信号处理算法的实际效果都会因系统所存在的非线性而恶化。鉴于此, 在过去的几十年间里, 人们努力发展非线性信号处理技术以期改善现有方法的性能。

系统模型设计、特征表示和参数提取是非线性系统辨识的三个主要问题。基于信号高阶统计量的非线性系统辨识具有不依赖于输入信号时频分布特征的

“盲”处理特性, 近年来逐渐得到人们的关注。例如, T. Murali 为了提取三阶 Volterra 模型的参数, 使用了输入信号的自相关函数, 并利用 Toeplitz 矩阵近似表示信号的自相关矩阵以降低参数迭代过程中的求逆运算量<sup>[1]</sup>。C. Tseng 则通过推导非线性系统输入/输出信号的高阶矩之间的关系, 来提取三阶 Volterra 模型的参数<sup>[2]</sup>。由于 C. Tseng 的方法必须利用输入信号的全部信息, 因而不属于“盲”方法。I. Cherif 指出, [1]和[2]的这些方法虽然计算复杂度较低, 但其对模型参数的辨识精度却十分有限<sup>[3]</sup>。T. Stathaki 的研究工作<sup>[4-7]</sup>则

收稿日期: 2010 年 1 月 14 日; 修回日期: 2010 年 3 月 30 日

基金项目: 本文受到国家自然科学基金 (NO. 10975056), 航天科技创新基金重点项目 (NO. CASC200904) 和武汉光电国家实验室创新基金 (NO. Z080005) 支持。

仅利用了系统输出信号的二阶/三阶统计量,虽收敛精度并无显著改善,但却是一种真正可称之为盲辨识的方法。K. Watanabe 则进一步将四阶统计量应用于盲辨识算法中以提高辨识精度<sup>[8]</sup>。

从已有研究结果来看,信号的高阶统计量有利于构造盲处理算法,但若直接比较待辨识系统输入/输出信号的高阶统计量之差异,则难于获得高精度的模型辨识结果,而这对于应用越来越多的弱非线性系统的模型参数辨识和失真补偿是不可接受的。以一种宽带软件无线电接收前端为例,其采样率为 100MHz,标称输出量化精度为 16bit,本底噪声电平为 -110dBFS (dB Full Scale),单频 SFDR 高达 85dB。可见,该接收前端的非线性失真非常微弱,其谐波失真分量仅比本底噪声高出 20dB 左右。若要在此基础上进一步提高动态范围则必须采用复杂的数字失真补偿算法,而补偿算法实施的前提则是必须先精确地辨识出这类极弱非线性系统的模型参数。本文正是基于此种需求来开展研究工作的。

峰度是信号的一种四阶统计量,常被作为衡量随机信号与高斯信号区别度的度量参数。系统的非线性失真会导致输入信号白高斯本底噪声的非白化和整个输出信号的非高斯化。基于此种认识,本文从理论分析与仿真实验两种途径,深入研究了系统传递函数的记忆深度和非线性阶数对输出信号归一化峰度的影响及其变化规律,显示出信号峰度对于弱非线性系统模型参数精确辨识的重要意义,并进而阐明了其对于非线性失真补偿的潜在价值和一种可行的分步辨识方案。

## 2 非线性系统模型

绝大多数非线性系统都具有记忆效应,与之对应的系统模型也必须是记忆非线性模型。常用的记忆非线性模型有 Volterra 模型、记忆多项式模型、Wiener-Hammerstein 模型等,其中最具有普适性的模型为 Volterra 模型。对于离散非线性系统而言,Volterra 模型可表示为记忆深度为 M、阶次为 P 的 Volterra 级数:

$$y(n) = \sum_{k=0}^P y_k(n) = \sum_{k=0}^P \sum_{m_1=1}^M \cdots \sum_{m_k=1}^M h_k(m_1, \dots, m_k) \prod_{j=1}^k x(n - m_j)$$

其中,  $h_k(m_1, \dots, m_k)$  为 k 阶 Volterra 核,它通常具有对称特性,即  $h_k(m_1, \dots, m_k)$  的值不随着  $m_1, \dots, m_k$  的不同组合而变化。

如果 Volterra 核分别满足(1)、(2)式条件:

$$h_k(m_1, m_2, \dots, m_k) = f_k h(m_1) h(m_2) \cdots h(m_k) \quad (1)$$

$$h_k(m, m, \dots, m) = f_k h(m) \quad (2)$$

其中  $f_k$  为常数,则 Volterra 级数的表达式可以分别写为:

$$y(n) = \sum_{k=0}^P \left[ f_k \left( \sum_{m_k=0}^{M-1} h(m_k) x(n - m_k) \right)^k \right] \quad (3)$$

$$y(n) = \sum_{m=1}^M \left[ h(m) \cdot \left( \sum_{k=0}^P f_k x^k(n - m) \right) \right] \quad (4)$$

由(3)、(4)式可知,此时的非线性模型可以表示为线性记忆模块和非线性无记忆模块的级联,分别称之为 Wiener 模型和 Hammerstein 模型,两者级联构成 Wiener-Hammerstein 模型,如图 1 所示。A. Y. Kibangou 等人详细推导了 Volterra 模型和 Wiener-Hammerstein 模型之间的关系<sup>[9]</sup>,本文不再详述。

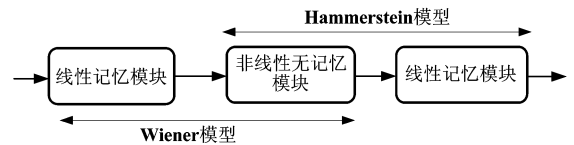


图1 Wiener模型与 Hammerstein 模型

推而广之,图1中的非线性无记忆模块通常可用无记忆多项式模型来表示,如幂级数模型、赫米特多项式模型、切比雪夫多项式模型等,其中后两者分别是相对于正弦输入信号和高斯输入信号的正交多项式模型,而幂级数模型则最为简单直观。P 阶离散幂级数模型的表达式如(5)所示。

$$y(n) = \sum_{k=0}^P y_k(n) = \sum_{k=0}^P a_k \cdot x^k(n) \quad (5)$$

上式中,P 为非线性阶次,  $a_k$  为各阶系数,  $y_k$  表示输出信号  $y(n)$  中 k 阶非线性分量。根据下节所述归一化峰度 NKurt 的性质 1,信号的直流分量不改变整个信号的 NKurt 值,因此在本文后续分析中,可不失一般性地令  $a_0 = 0$ 。

另一方面,在幂级数模型基础上,通过引入记忆效应则形成记忆多项式模型,该种模型常用于对功率放大器做强非线性电路建模<sup>[10]</sup>。P 阶非线性、M 点记忆深度的离散型记忆多项式模型可表示为:

$$y(n) = \sum_{k=0}^P \sum_{m=0}^M a_{k,m} x(n - m) |x(n - m)|^{k-1}$$

上式中,  $a_{k,m}$  是记忆多项式的系数,可以为实数或复数。

以上各类记忆非线性模型可以相互转换,理论上都可对非线性系统进行任意精度地逼近和表示,因此最终具有相同的建模效果。

## 3 归一化峰度的定义与基本性质

峰度为信号的一种四阶统计量,有多种定义方式。对于方差不为 0 的信号,其中归一化峰度 (Normalized Kurtosis, 简称为 NKurt) 定义为:

$$NKurt(x) = \frac{E[(x - \mu)^4]}{\{E[(x - \mu)^2]\}^2} \quad (6)$$

式中,  $\mu$  为信号  $x$  的数学期望  $E(x)$ 。将(6)式展开后得到

$$NKurt(x) = \frac{E(x^4) - 4\mu E(x^3) + 6\mu^2 E(x^2) - 3\mu^4}{[E(x^2) - \mu^2]^2}$$

根据信号第  $i$  阶原点矩的定义:  $m_{ix} = E(x^i)$ , 上式可

进一步表示为原点矩的形式:

$$NKurt(x) = \frac{m_{4x} - 4m_{1x}m_{3x} + 6m_{1x}^2m_{2x} - 3m_{1x}^4}{(m_{2x} - m_{1x}^2)^2} \quad (7)$$

按照(6)式计算得到零均值高斯信号的 NKurt 值为 3, 其它类型信号的 NKurt 值与 3 的差距可以衡量其“非高斯化”的程度。表 1 列举了一些常用信号的 NKurt 值。

表 1 常用信号的归一化峰度

信号	概率密度函数	归一化峰度
高斯分布信号	$f(x) = \frac{\exp[-x^2/(2 \cdot \sigma^2)]}{2\sqrt{2\pi}\sigma^2}$	3
均匀分布信号	$f(x) = \begin{cases} 1/2c &  c  \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$	1.8
瑞利分布信号	$f(x) = \frac{x \cdot \exp[-x^2/(2 \cdot \alpha^2)]}{\alpha^2} u(x)^{(1)}$	$\frac{32 - 3\pi^2}{(4 - \pi)^2}$
拉普拉斯分布信号	$f(x) = c \cdot \exp(- x )$	6
单频正弦信号	$f(x) = \begin{cases} 1/(\pi\sqrt{1-x^2}) &  x  \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$	1.5

注(1):  $u(x)$  为单位阶跃函数

归一化峰度有许多重要的性质。对于非线性系统辨识来说, 以下性质特别重要:

1.  $NKurt(x) = NKurt(x + c)$ 。此性质表明, 信号中的直流分量并不能改变信号的 NKurt 值, 这可以避免直流分量对弱非线性系统辨识的影响和干扰。

2.  $NKurt(x) = NKurt(c \cdot x)$ 。此性质表明, 线性增益不会改变信号的 NKurt 值。

3.  $\lim_{k \rightarrow \infty} [NKurt(\sum_{i=1}^k x_i)] = 3$ , 其中,  $x_i, i = 1, \dots, k$  为相互独立的任意分布信号。根据中心极限定理, 多个相互独立信号之和将趋于高斯分布信号, 其 NKurt 将趋于 3; 当各个信号  $x_i, i = 1, \dots, k$  均为高斯信号时, 叠加信号的 NKurt 仍等于 3。

当系统的传递函数是非线性时, 其输出信号中包含线性分量(Linear Component, 简称 LC 分量)和非线性分量(Nonlinear Components, 简称 NonLC 分量)。由于 NonLC 与 LC 之间具有因果关系并不相互独立, 因而非线性系统输出信号的 NKurt 将不满足性质 3, 这正是本文希望在非线性系统辨识中加以利用的重要特性。

### 4 非线性阶数对归一化峰度的影响

当 Volterra 核满足条件(1)或(2)式时, Volterra 模型可以转化为 Wiener 模型或 Hammerstein 模型, 因此以下均以图 1 所示的 Wiener-Hammerstein 模型来分析  $NKurt[y_k(n)] =$

非线性系统的阶数和记忆效应对归一化峰度的影响。

对于 Wiener-Hammerstein 模型, 系统的非线性表现于无记忆非线性模块之中。当无记忆非线性模块表示为(5)式所示的幂级数形式时, 其非线性分量 NonLC 由幂级数的各阶非线性项  $y_k(n) = a_k \cdot x^k(n), k > 1$  产生(注意, 幂级数的各阶非线性项也可能产生线性输出分量)。根据归一化峰度的定义,  $k$  阶非线性项  $y_k(n)$  的 NKurt 为:

$$NKurt[y_k(n)] = \frac{m_{4y_k} - 4m_{1y_k}m_{3y_k} + 6m_{1y_k}^2m_{2y_k} - 3m_{1y_k}^4}{(m_{2y_k} - m_{1y_k}^2)^2} \quad (8)$$

上式中,  $m_{iy_k}, i = 1, \dots, 4$  为  $y_k(n)$  的第  $i$  阶原点矩, 其与输入信号  $x(n)$  的关系为:

$$m_{iy_k} = E[y_k^i(n)] = E[(a_k x^k(n))^i] = a_k^i m_{(i \cdot k)x}$$

因此, (8) 可改写为:

$$NKurt[y_k(n)] = \frac{m_{(4k)x} - 4m_{kx}m_{(3k)x} + 6m_{kx}^2m_{(2k)x} - 3m_{kx}^4}{[m_{(2k)x} - m_{kx}^2]^2} \quad (9)$$

如果  $x(n)$  是方差为  $\sigma^2$  的零均值高斯信号, 则其  $k$  阶矩为<sup>[11]</sup>

$$m_{kx} = \begin{cases} 1 \times 3 \times \dots \times (k-1)\sigma^k, & k \text{ 为偶数} \\ 0, & k \text{ 为奇数} \end{cases}$$

因此, 当  $x(n)$  是零均值高斯信号时,  $k$  阶非线性项  $y_k(n)$  的 NKurt 可表示为:

$$\begin{cases} \frac{[(k+1) \times (K+3) \times \dots \times (4k-1)] - 4 \times [1 \times 3 \times \dots \times (3k-1)] + 6 \times [1 \times 3 \times \dots \times (k-1)] \times [1 \times 3 \times \dots \times (2k-1)] - 3 \times [1 \times 3 \times \dots \times (k-1)]^3}{[(k+1) \times (k+3) \times \dots \times (2k-1)] - [1 \times 3 \times \dots \times (k-1)]^2} & (k \text{ 为偶数}) \\ \frac{(2k+1) \times (2k+3) \times \dots \times (4k-1)}{1 \times 3 \times \dots \times (2k-1)} & (k \text{ 为奇数}) \end{cases}$$

由此可见,对单一非线性项而言,随着阶次  $k$  的增大,其归一化峰度值将急剧增大,表明其超高斯性愈加明显且与系数  $a_k$  和输入信号的方差无关。表2给出了前七阶非线性项的归一化峰度值。

表2 零均值高斯信号输入时,幂级数的各阶非线性项的归一化峰度值

各阶非线性项	$y_1(n)$	$y_2(n)$	$y_3(n)$	$y_4(n)$	$y_5(n)$	$y_6(n)$	$y_7(n)$
归一化峰度值	3	15	46.2	206.6	733	3037.5	1671163

上述结果表明,输入信号的方差对单一非线性项对应的输出信号之 NKurt 没有影响。但是,对于一个完整的幂级数模型而言,其输出信号的归一化峰度却与输入信号的方差紧密相关,并且由于各非线性项之间的交叉耦合而难于给出解析形式的输出信号归一化峰度表达式。此时,系数  $a_k$  将明显影响最终结果并使其超高斯性减弱。图2分别给出了  $a_k = a_1, a_k = 0.05a_1$  和  $a_k = 0.0001a_1$  三种情况下的幂级数模型输出信号的归一化峰度随非线性阶数  $P$  的变化规律(输入零均值带通高斯信号时)。这三种模型对应的无杂散失真动态范围(SFDR)经仿真计算分别为 0dBFS, 26dBFS, 80dBFS, 表明其分别为强非线性、中等非线性、弱非线性系统。

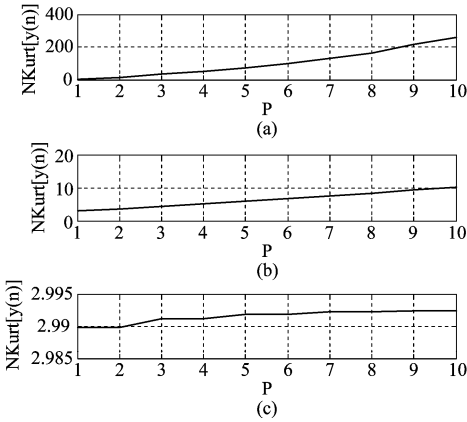


图2 零均值带通高斯信号输入时,幂级数模型输出信号的 NKurt 随系数  $a_k$  和阶数  $P$  的变化关系, (a)  $a_k = a_1$ , (b)  $a_k = 0.05a_1$ , (c)  $a_k = 0.0001a_1$

从图2仿真结果可见,幂级数非线性系统的归一化峰度值严重依赖于非线性的强弱和阶数,且随着非线性的减弱,输出信号愈接近高斯信号,表明其中的线性成分对峰度的影响愈加显著。因此,对于极弱非线性系统而言,必须设法凸显非线性分量对输出信号峰度的影响和作用。

### 5 记忆效应对归一化峰度的影响

对于 Wiener-Hammerstein 模型,其记忆效应体现于线性模块中。若线性模块表示为 FIR 滤波器形式,则 FIR 滤波器的阶数  $M$  对应于 Wiener-Hammerstein 模

型的记忆深度。以下分别在 FIR 滤波器、Wiener 模型、Hammerstein 模型等情况下,研究记忆深度对输出信号归一化峰度的影响。

#### 5.1 线性滤波器情形

单个 FIR 滤波器模型如图3所示。其中,  $c_i, i = 0, \dots, M$  为 FIR 滤波器的抽头系数,  $x(n)$ 、 $g(n)$  分别为输入/输出信号:

$$g(n) = \sum_{i=0}^M c_i \cdot x(n-i)$$

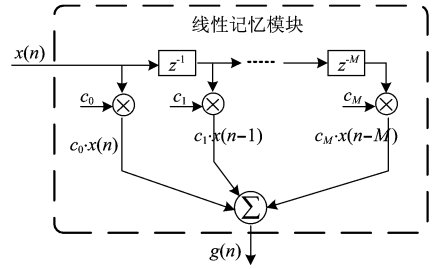


图3 FIR 滤波器模型

若  $x(n)$  为零均值信号,则有:

$$NKurt[g(n)] = \frac{E\left\{\left[\sum_{i=0}^M c_i \cdot x(n-i)\right]^4\right\}}{\left\{E\left[\sum_{i=0}^M c_i \cdot x(n-i)\right]^2\right\}^2} \quad (10)$$

根据多项式展开理论<sup>[12]</sup>, (10) 式的分子、分母分别可以写为 (11)、(12) 式的形式:

$$E\left\{\left[\sum_{i=0}^M c_i \cdot x(n-i)\right]^4\right\} = E\left\{\sum \left(\frac{4!}{t_1! \times t_2! \times \dots \times t_M!} \prod_{i=0}^M [c_i \cdot x(n-i)]^{t_i}\right)\right\} = \sum \left(\frac{4!}{t_1! \times t_2! \times \dots \times t_M!} \cdot \left(\prod_{i=0}^M c_i^{t_i}\right) \cdot E\left[\prod_{i=0}^M x^{t_i}(n-i)\right]\right) \quad (11)$$

其中,  $t_i, i = 0, \dots, M$  为非负整数,且  $\sum_{i=0}^M t_i = 4$ 。(11) 中的求和运算是对所有满足  $\sum_{i=0}^M t_i = 4$  的非负整数进行的。

$$\left\{E\left[\sum_{i=0}^M c_i \cdot x(n-i)\right]^2\right\}^2$$

$$= \left\{ E \left[ \sum \left( \frac{2!}{d_1! \times d_2! \times \dots \times d_M!} \prod_{i=0}^M [c_i \cdot x(n-i)]^{d_i} \right) \right]^2 \right\}$$

$$= \left\{ \sum \left( \frac{2!}{d_1! \times d_2! \times \dots \times d_M!} \cdot \left( \prod_{i=0}^M c_i^{d_i} \right) \cdot E \left[ \prod_{i=0}^M x^{d_i}(n-i) \right] \right)^2 \right\} \quad (12)$$

其中,  $d_i, i=0, \dots, M$  为非负整数, 且  $\sum_{i=0}^M d_i = 2$ 。(12) 中的求和运算是对所有满足  $\sum_{i=0}^M d_i = 2$  的非负整数进行的。由(11)、(12)式可知, 滤波器的阶数、抽头系数以及输入信号的统计特性均能影响输出信号的 NKurt。而当  $x(n)$  为严平稳信号时, 如平稳的高斯信号, 则有

$$E \left[ \prod_{i=0}^M x^{d_i}(n-i) \right] = E \left[ x^{\sum_{i=0}^M d_i}(n) \right] = E [ x^4(n) ] = m_{4x} \quad (13)$$

$$E \left[ \prod_{i=0}^M x^{d_i}(n-i) \right] = E \left[ x^{\sum_{i=0}^M d_i}(n) \right] = E [ x^2(n) ] = m_{2x} \quad (14)$$

将(11)、(12)、(13)、(14)代入(10)后, 可以得到在平稳高斯信号输入情况下:

$$NKurt[ g(n) ] = NKurt[ x(n) ]$$

由此可见, 在零均值高斯信号输入时, FIR 滤波器的阶数  $M$  和抽头系数  $c_i$  不会影响输出信号的 NKurt 值, 输出信号仍然是高斯信号。但很明显, FIR 滤波器会影响输出信号的低阶统计量, 如均值和方差。

当输入信号为非高斯信号时, 若滤波器延时单元的延时量大于平稳随机信号的相关时间, 则可以认为输入、输出信号之间的相关性将趋于零并相互独立, 因此根据 NKurt 的性质 3, 高延时分量的迭加将导致 FIR 滤波器的输出信号分布趋于高斯型, 即 NKurt 趋于 3; 而另一方面, FIR 滤波器中的低延时分量迭加的效果却倾向于使输出信号的分布规律保持不变, 其总体效果取决于 FIR 滤波器的阶数和各阶抽头系数所决定的幅频、相频特性。注意, 此结论成立的前提条件是, FIR 滤波器的带宽与输入信号带宽是可以比拟的。根据中心极限定理, 若输入信号的带宽远大于线性系统的带宽, 则输出信号的概率分布趋于高斯型, 其归一化峰度值将趋于 3。另一方面, 对于任意概率分布的随机信号, 若输入信号的带宽小于线性系统的带宽, 则线性系统的输出信号与输入信号具有相同的概率分布<sup>[13]</sup>, 此时线性

系统的记忆深度不影响输出信号的归一化峰度值。

图 4 为高斯带通信号(中心频率 10MHz, 带宽为 4MHz)、均匀分布白噪声、离散双频信号(8MHz + 12MHz 正弦信号)、离散双频相关信号(离散双频信号经过非线性函数  $y=x+x^2$  作用后的信号), 经过不同阶数的 FIR 滤波器(中心频率 11.5MHz, 带宽 3MHz)后, 输出信号的 NKurt 随记忆深度  $M$  的变化曲线。其中, 不同阶数的 FIR 滤波器为 matlab 生成的线性相位滤波器, 其代码为:

```
sampleRate = 100e6;
Wn = 2 * [ 10e6 13e6 ] / sampleRate;
for i = 1 : MemoryDepth
    FIR_coeff = fir1( i, Wn )
end
```

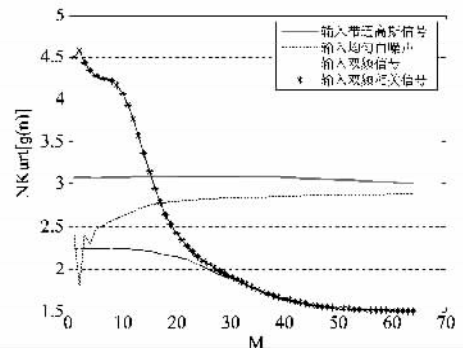


图 4 线性记忆模块的记忆深度与输出信号 NKurt 值之间的关系

从图 4 中可知, 如果非高斯信号带宽略大于 FIR 滤波器带宽, 则输出信号的 NKurt 值将受到短时记忆深度的影响; 均匀分布的白噪声带宽远大于 FIR 滤波器, 经过线性滤波器后趋于高斯信号, NKurt 逐渐趋于 3; 而高斯带通信号经过 FIR 线性滤波器后依然为高斯型, NKurt 依然为 3。因此, 高斯信号不能用于辨识线性系统的记忆深度。

### 5.2 记忆弱非线性模型情况

由第四节的分析结果可知, 无记忆弱非线性系统对输出信号 NKurt 的影响十分微弱。因此在弱非线性 Wiener/Hammerstein 系统中, 输出信号的 NKurt 主要受到线性模块的记忆深度影响, 情况与单一 FIR 滤波器类似。图 5 为 Wiener/Hammerstein 模型输出信号的 NKurt 值与记忆深度  $M$  之间的关系。其中, Wiener 和 Hammerstein 模型的无记忆非线性模块的传函为  $y=x+0.0001x^2+0.0001x^3$ , 系统的 SFDR 均为 80dBFS, 线性记忆模块及输入信号的状态与图 4 的仿真环境相同。

由上述多种情况下的分析和仿真结果可知, 归一化峰度可以比较明显地体现出短记忆系统的记忆深度的作用, 而对于长记忆系统则影响不大。因此, 可以基于峰度值的变化来确定短记忆效应。

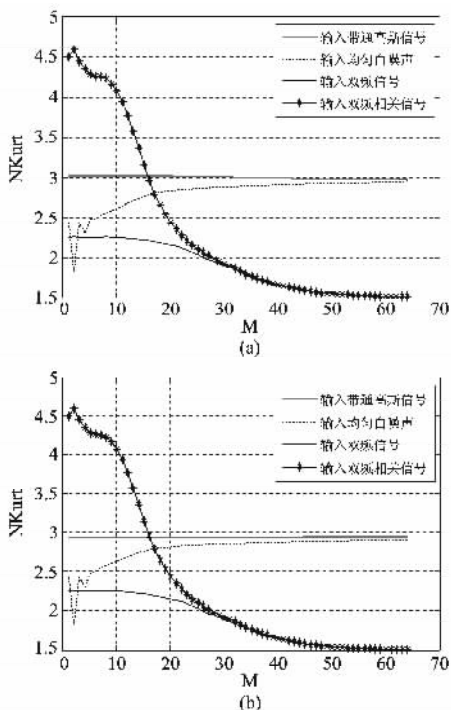


图5 记忆深度与输出信号 NKurt 值之间的关系, (a)为 Wiener 模型情况, (b)为 Hammerstein 模型情况

## 6 弱非线性系统盲辨识的策略

由上述分析可知,短记忆非线性系统的输出信号的峰度将受到记忆深度和非线性阶数的影响,但影响程度的大小则取决于记忆项的组合情况和非线性的强弱。对于弱非线性系统来说,由于输出信号中的非线性分量相对于线性分量非常微弱,因此输入/输出信号的归一化峰度之差异可能非常小,不便于直接以此作为精确辨识系统模型参数的目标函数。以下分别针对无记忆和短时记忆两种弱非线性系统,研究模型参数盲辨识的基本策略。

### 6.1 无记忆弱非线性系统的辨识策略

此时,待辨识系统由一个理想的 14bit 采样量化器和一个 P 阶幂级数级联而成,如图 6。其中所谓的理想采样量化器,表示其本身既没有非线性失真也没有记忆效应,除对输入信号进行采样量化外,仅提供时钟抖动噪声、量化噪声和热噪声等,这些噪声构成谱密度大约为  $-125\text{dBFS}$  的平坦本底噪声。幂级数模型如(5)式,并通过设置适当的系数  $a_k$  来保证系统处于弱非线性状态。以下实验中, P 值取 2~5, 而  $a_k$  之值则需保证系统输出信号的 SFDR 始终为  $85\text{dB}$  左右(在单频信号输入时测量此动态范围)。

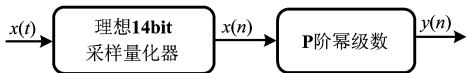


图6 无记忆弱非线性试验系统

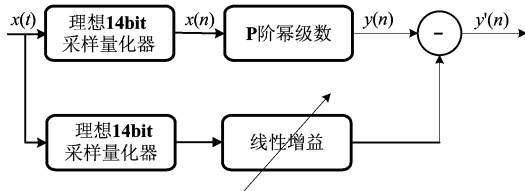


图7 扣除线性分量的方案

本文提出的辨识策略可以分为两个步骤:

#### 步骤一、非线性增强阶段

对于 SFDR 高达  $80\text{dBFS}$  的系统而言,非线性分量相对于线性分量非常微弱,加上数据样本长度有限和噪声干扰,输入/输出信号的统计量差异几乎不可分辨。为了凸显非线性分量的影响,首先设法从输出信号  $y(n)$  中扣除足够多的线性分量,这可以通过图 7 所示的方法实现。通过调整线性增益模块的值,并同时计算输出信号  $y'(n)$  的归一化峰度值,若归一化峰度达到最大值,便可以认为线性分量已经被消除,同时也就估计出了原系统的线性项系数  $a_1$ 。此过程称之为非线性增强阶段(Nonlinearity potentiation phase, 简称 NPP)。

为了描述 NPP 阶段输出信号归一化峰度的变化规律,不失一般性并为描述方便起见,本文直接在幂级数表达式中逐次减小  $a_1$  值,使得输出信号中线性分量的功率从  $0\text{dBFS}$  逐渐降低(非线性分量所占比例则逐渐上升)。图 8 是在高斯信号输入时,不同阶次幂级数系统在 NPP 过程中其输出信号的峰度变化曲线。由图 8 可见,大约将线性分量降低  $65\text{dB}$  后, NKurt 值开始上升,并当线性分量的功率降低至本底噪声水平时 NKurt 达到最大。NKurt 的上升速率与增加量随幂级数阶数 P 的增大而急剧增大。由此,弱非线性系统的非线性特性被明显地凸显出来。在 NPP 过程中, NKurt 所表现出的变化规律就可以作为图 7 算法的自适应准则,这同时也估计出了原系统的线性项系数  $a_1$ 。

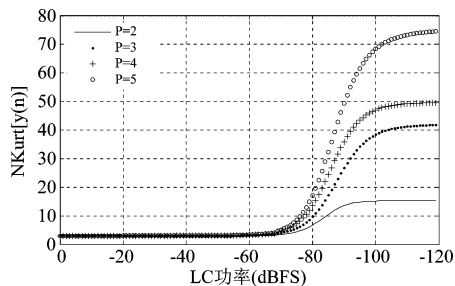


图8 NPP 过程中输出信号的归一化峰度变化曲线

#### 步骤二、非线性辨识阶段

经过 NPP 阶段后,弱非线性系统的非线性特性被明显地凸显出来,并且已经估计出了线性项系数  $a_1$ 。输出信号  $y'(n)$  已成为明显的超高斯信号,此时再对原系统的各阶非线性项系数进行估计,其盲辨识算法

框图如图 9 所示。把  $y'(n)$  输入幂级数的  $P$  阶逆模型 ( $P$ -th Order Inversion), 采用自适应算法调整  $b_i, i=1 \cdots P$ , 使  $y''(n)$  的归一化峰度回退至输入信号  $x(n)$  的水平。最后根据幂级数模型与其  $P$  阶逆模型的对应关系<sup>[14]</sup>, 可以得到幂级数的非线性项系数  $a_i, i=2, \cdots, P$ 。值得注意的是,  $y'(n)$  经过逆模型的过程等效于逐次减小幂级数模型的各个  $a_k, (k \geq 2)$ 。此过程称之为非线性盲辨识阶段(Nonlinearity blind-identification phase, 简称 NBIP)。

为了描述 NBIP 阶段输出信号归一化峰度的变化规律, 不失一般性并为描述方便起见, 本文直接在幂级数表达式中逐次减小各个  $a_k, (k \geq 2)$  以减小非线性分量的功率, 并同时计算输出信号  $y''(n)$  的峰度, 其结果如图 10。由此可见, 大约将非线性分量降低 10dB 后, NKurt 值就开始下降, 并当非线性分量的功率降低至本底噪声水平时 NKurt 达到最小。NKurt 的下降速率与减小量随幂级数阶数  $P$  的增大而急剧增大。由此, 弱非线性系统的非线性项系数将得到精确地估计。在 NBIP 过程中, NKurt 所表现出的变化规律就可以作为图 9 算法的辨识准则。

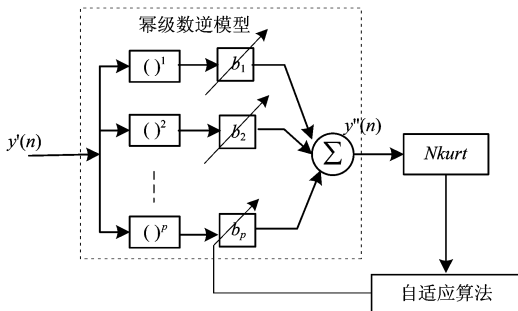


图 9 非线性盲辨识阶段的方案

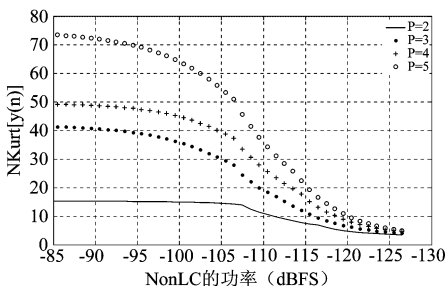


图 10 NBIP 过程中输出信号的归一化峰度变化曲线

将图 8 和图 10 所示两个阶段合并起来, 得到图 11 所示的曲线, 它表示了对弱非线性系统的完整辨识过程中信号峰度的总体变化规律。图中横坐标的每个点代表相应线性/非线性分量的功率下降分贝数。实际应用中, 往往无须经过完整的 NPP 过程就可以开始对非线性辨识的过程。

仿真验证表明, 输入信号的概率密度函数为其它形式时, 归一化峰度也有类似的变化规律。

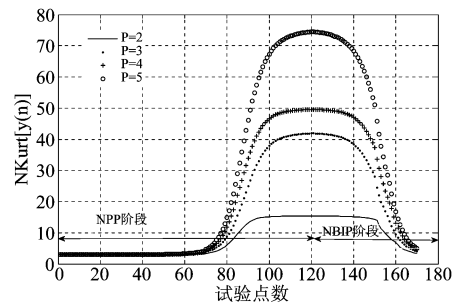


图 11 完整的 NPP 和 NBIP 过程中, 输出信号的归一化峰度变化曲线

最后, 本文利用归一化峰度为准则, 并采用 LMS 方法分别对二阶和三阶幂级数弱非线性系统进行辨识, 以说明峰度算法的精度优势。非线性系统的传函分别为  $y = x - 0.000127x^2$  和  $y = x + 0.0001x^2 + 0.0001x^3$ , 其 SFDR 均为 80dB 左右。输入信号为零均值高斯信号, 方差为 1。实验的总样本数为 131072 个, 共分为 512 个数据块, 其中每个数据块为 256 个样本点。首先在 NPP 阶段辨识出线性项系数, 并利用归一化峰度作为判断依据, 凸显弱非线性特性对峰度的影响; 随后在 NBIP 阶段, 利用 LMS 算法计算非线性项系数。表 3 列出了 10 次辨识结果的均值与标准差。

表 3 弱非线性系统辨识结果

非线性阶数	系数	真实值	辨识结果	
			均值	标准差
二阶	$a_1$	1	0.999	0
	$a_2$	$-1.27 \times 10^{-4}$	$-1.254 \times 10^{-4}$	$1.3027 \times 10^{-6}$
三阶	$a_1$	1	0.999	0
	$a_2$	$1 \times 10^{-4}$	$1.0358 \times 10^{-4}$	$1.8048 \times 10^{-5}$
	$a_3$	$1 \times 10^{-4}$	$9.8368 \times 10^{-5}$	$6.4353 \times 10^{-6}$

必须指出的是:

1、由于实际数据长度有限, 且存在噪声干扰的情况下, 输出信号所有的高阶统计量均无法反映出如此微弱的非线性特性。但是经过 NPP 阶段后, 弱非线性的影响开始凸现, 结合前述的归一化峰度的多种优点, 可以利用归一化对微弱的非线性特性进行辨识。目前尚无其他算法能够对如此微弱的非线性系统进行辨识, 这就是本文提出的辨识策略相对于其他算法的精度优势所在。

2、随着非线性阶数的增加, LMS 算法的稳定性有所恶化, 且对迭代初始值较敏感, 因此可以研究其它迭代方法以提高辨识的稳定性。

### 6.2 短时记忆弱非线性系统的辨识策略

此时, 待辨识系统由一个理想的 14bit 采样量化器和一个 Hammerstein 模型级联而成, 相应地, 须将图 6 中的幂级数改为 Hammerstein 模型, 将图 7 中的可调线

性增益模块改为一个抽头系数与阶数可调的线性 FIR 滤波器即可,而 NPP 和 NBIP 过程的调整策略保持不变。换句话说,此时的 NPP 过程用于估计原系统的记忆效应,NBIP 过程用于精确估计非线性阶次和非线性项系数。注意,此时对记忆效应的辨识不能利用高斯信号作为输入。此外,也可以将 PODE( Product Of Entry Test )方法<sup>[15]</sup>扩展用于确定 Hammerstein 模型的记忆深度及 FIR 滤波器系数,同时利用归一化峰度辨识无记忆非线性系统的参数。

## 7 结束语

本文首次深入分析和仿真验证了信号的归一化峰度用于弱非线性系统辨识的优势所在。分析发现,非线性系统的短时记忆效应和非线性阶次都会对输出信号的归一化峰度产生影响,因而归一化峰度可用于对非线性系统进行盲辨识。但是,当系统的非线性很弱时,直接利用输入/输出信号之间的峰度差异进行参数辨识不可能得到精确的结果。为了进一步提高弱非线性系统的无失真动态范围,必须首先精确估计出弱非线性系统的各个模型参数,由此才能对系统的微弱非线性失真进行后补偿。基于此种需求,本文设计了一种分步辨识策略,即首先通过非线性增强阶段(NPP 过程),自适应地估计出系统的线性项或短时记忆效应,然后再通过非线性盲辨识阶段(NBIP 过程)获得对非线性阶次和非线性系数的精确估计。此种方法适用于单频、多频等多种信号激励情况。

在获得了弱非线性系统的精确模型参数后,可以进一步采用 P 阶逆或自适应方法实现对原系统输出信号的非线性后补偿。

## 参考文献

- [1] M. Tummala, Iterative algorithm for identification of third order Volterra systems[C], Proc. IEEE Int. Acoust, Speech, Signal Process. Conf., 1991: 3489-3492.
- [2] C. Tseng, E. J. Powers, Identification of cubic systems using higher order moments of I. I. D. signals[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995. 43:1733-1735.
- [3] I. Cherif, S. Abid, F. Fnaiech et al, Volterra kernels identification using higher order moments for different input signals[C], Proc. IEEE Int. Control, Communications, Signal Processing Symp. 2004. 5: 845-848.
- [4] T. Stathaki, A. Scobyers, Constrained optimization approach to the blind estimation of Volterra kernels[C]. Proc. IEEE Int. Acoust., Speech, Signal Process. Conf., 1997: 2373-2376.
- [5] T. Stathaki, Blind Volterra modelling using constrained optimization[C]. Proc. IEEE Int. Signals, Systems

& Computers. Conf. 1996.2(2): 1129-1133.

- [6] T. Stathaki. Blind volterra signal modeling[C]. Proc. IEEE Int. Acoust., Speech, Signal Process. Conf., 1996: 1601-1604.
- [7] T. Stathaki, A. G. Constantinides. Lagrange programming neural networks for blind Volterra system modelling[C]. Proc. IEEE Int. Neural Networks Conf., 1995: 1188-1193.
- [8] W. Kazuteru, Y. Chen, N. Shusuke, Y. Katsumi. Blind equalization of nonlinear channel using 4th-order cumulant as a constraint[J]. Transactions of the Institute of Electrical Engineers of Japan, 2004. 124(C): 79-83.
- [9] A. Y. Kibangou, G. Favier. Wiener-Hammerstein systems modeling using diagonal Volterra kernels coefficients[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2006(13): 381-384.
- [10] T. Liu, S. Boumaiza, F. M. Ghannouchi. Augmented Hammerstein predistorter for linearization of broad-band wireless transmitters[J]. IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2006. 5(4):1340-1348, 2006.
- [11] 邱天爽,张旭秀,李小兵,统计信号处理[M],电子工业出版社,2004:.79
- [12] 李凡长,康宇,童海峰,组合理论及其应用[M],清华大学出版社,2005:20-22.
- [13] 陈明,通信与信息工程中的随机过程[M],东南大学出版社,2001:163.
- [14] J. Tsimbinos, Identification and compensation of nonlinear distortion[D]. University of South Australia, 1995: 9-12.
- [15] ZhangXD, Zhang Y S, Singular value decomposition based MA order determination of Non-Gaussian ARMA Model[J], IEEE trans on signal processing, 1993, 41(8): 2657-2664.

## 作者简介



胡 啸(1984-),男,江西人,华中科技大学电信系,博士研究生。研究兴趣为非线性系统辨识,统计信号处理及非线性信号处理。E-mail:hx517@163.com



马 洪(1966-),男,华中科技大学电信系教授,博士生导师。研究方向为无线通信,雷达信号处理及电磁场与微波技术。E-mail:mahong@hust.edu.cn