

MIMO-OFDM 系统中基于簇的有限反馈方法

吴 敏 裘正定

(北京交通大学计算机与信息技术学院, 北京 100044)

摘 要: 本文针对有限反馈 MIMO-OFDM 波束形成系统, 研究了基于簇的有限反馈方法。利用簇内相邻子载波信道的频率相干性, 提出了一种低复杂度的信道均值分簇法, 该方法以平均信道响应在给定码本中选择最佳簇波束形成向量。此外, 利用簇波束形成向量之间的剩余相关性, 还提出了递归反馈和基于格的反馈两种反馈速率降低方法, 即将前一簇码字的邻域内码字作为当前簇的新码本, 从而大幅度降低反馈比特数。仿真结果表明信道均值分簇法能以较低的计算复杂度获得较佳的 BER 性能, 反馈降低方法相对传统分簇方法能进一步降低反馈速率, 递归反馈方法有一定性能损失, 而基于格的反馈方法性能损失可忽略不计。

关键词: 波束形成; 有限反馈; MIMO-OFDM; 分簇; 反馈降低

中图分类号: TN929.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2010)10-1504-06

Limited Feedback Approaches based on Clustering in MIMO-OFDM Systems

WU Min QIU Zheng-ding

(School of Computer and Information Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: This paper investigates some limited feedback approaches based on clustering in MIMO-OFDM beamforming systems with limited feedback. Exploiting the channel frequency correlation across adjacent subcarriers within a cluster, a low complexity channel mean clustering is proposed. In the approach, the optimal cluster beamforming vector is selected in a pre-designed codebook with mean channel response. Additionally, exploiting the residual frequency correlation between the cluster beamforming vectors, both recursive feedback and trellis-based feedback are proposed to reduce feedback rate. In the proposed approaches, the new codebook of current cluster consists of the codewords within in the neighborhood of previous cluster codeword, hence reducing the number of feedback bits remarkably. The simulation results show that, the channel mean clustering can obtain good BER performance with low computational complexity, and the feedback reduction approaches can further reduce feedback rate compared to traditional clustering methods. The recursive feedback approach has a little performance loss while the performance loss of the trellis-based feedback approach can be ignored.

Key words: Beamforming; Limited feedback; MIMO-OFDM; Clustering; Feedback reduction

1 引言

在无线通信系统中, 发射端信道状态信息(CSIT) 可用来大幅度提升系统容量^[1], 如在 MIMO 系统中, 发射端可利用 CSIT 来实现发射波束形成技术^[2], 从而获得发射分集增益和阵列增益; 也可以利用 CSIT 实现预编码技术来预先消除各用户数据流间的干扰^[3], 从而获得空间复用增益。在 TDD 系统中, CSIT 可利用信道对称性来获得, 而在 FDD 系统中, CSIT 需要通过反馈信道来获得。在 CSI 的诸多反馈方法中, 最为有效的反馈方法是构造一个收发两端都已知的码本, 接收端

将设计好的形成向量或预编码矩阵映射到该码本中的某个码字上, 并将该码字的索引反馈给发射端, 发射端通过该索引找到对应的码字实现波束形成或预编码技术, 这就是基于码本的有限反馈^[4]。

窄带系统的发射波束形成技术可以拓展到宽带正交频分复用系统。OFDM 技术能将一个宽带信道分解成多个窄带信道, 故平坦衰落信道下的有限反馈波束形成技术可独立应用于 MIMO-OFDM 系统的每个子载波, 前提是发射端需要知道所有子载波上的发射波束形成向量, 这样反馈量巨大而不可实现, 最近利用波束形成向量的频域相干性来降低反馈开销的方法被提

出,如分簇^[5]和插值^[6]。在分簇算法中,相邻的多个子载波使用相同的波束形成向量,从而大幅度降低反馈量;在插值算法中,接收端等间隔反馈某些子载波上的形成向量,其他子载波上的形成向量在发射端通过插值计算得到。其中分簇是一种简单而有效的反馈降低算法,本文研究只针对基于分簇的有限反馈系统。

在基于分簇的有限反馈方法中,簇内子载波之间的相干性被利用,并基于某种优化准则获得簇波束形成向量,这里我们提出一种低复杂度的信道均值分簇法,该方法以平均信道响应代替簇的等效信道响应;簇与簇之间的剩余频率相干性还可被进一步利用来降低反馈开销,受此启发,本文提出一类新的反馈速率降低方法,仅在前一簇形成码字邻域内搜索当前簇的形成码字,从而进一步降低反馈开销,具体实现分为递归反馈和基于格的反馈两种方法。复杂度分析和仿真结果表明信道均值分簇法具有较低的计算复杂度和良好的 BER 性能,两种反馈降低方法都能显著降低反馈速率,基于格的反馈方法要优于递归反馈方法。

论文结构组织如下:第 2 节介绍了具有发射波束形成和接收合并技术的闭环 MIMO-OFDM 系统;第 3 节介绍了现有的分簇算法,提出了一种新的基于均值的分簇算法,并分析比较了不同分簇算法的计算复杂度;第 4 节提出了两种有效的 CSI 反馈开销降低方法,

分别为递归反馈和基于格的反馈;第 5 节给出了用于性能验证的仿真结果和性能分析;第 6 节总结了本文得出的一些重要结论。

2 系统模型

本文研究主要基于有限反馈 MIMO-OFDM 波束形成系统,具有发射波束形成和接收合并技术的闭环 MIMO-OFDM 系统框图如图 1 所示。发射天线数为 M_t , 接收天线数为 M_r , 可用子载波数为 N 。众所周知,当 CP 长度大于信道的最大时延扩展时,OFDM 可将宽带信道转换为 N 个窄带子信道^[7],那么每个子载波信道都是平坦的,因此这里只考虑第 k 个子载波信号的数学模型。在发射端数据信号 $s(k)$ 首先乘以 M_t 维波束形成向量 $\mathbf{w}(k) = [w_1(k), w_2(k), \dots, w_{M_t}(k)]^T$, 再做 OFDM 符号生成操作,如逆 DFT 运算、串并变换和添加循环前缀(CP)等。在接收端接收信号乘以 M_r 维合并向量 $\mathbf{z}(k) = [z_1(k), z_2(k), \dots, z_{M_r}(k)]^T$ 。那么第 k 个子载波上的合并信号 $y(k)$ 可等效表示为

$$y(k) = \mathbf{z}^H(k) (\mathbf{H}(k) \mathbf{w}(k) s(k) + \mathbf{n}(k)) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{H}(k)$ 中元素 $h_{ij}(k)$ 为第 j 根发射天线到第 i 根接收天线的子信道响应,其包络服从独立同分布的 Rayleigh 衰落; $\mathbf{n}(k) = [n_1(k), n_2(k), \dots, n_{M_r}(k)]$ 为噪声,服从均值为零方差为 N_0 的复高斯分布。假定总发射功率为 P , 为保持发射功率不变,波束形成向量 $\mathbf{w}(k)$ 的 2-范数严格限制为 1。

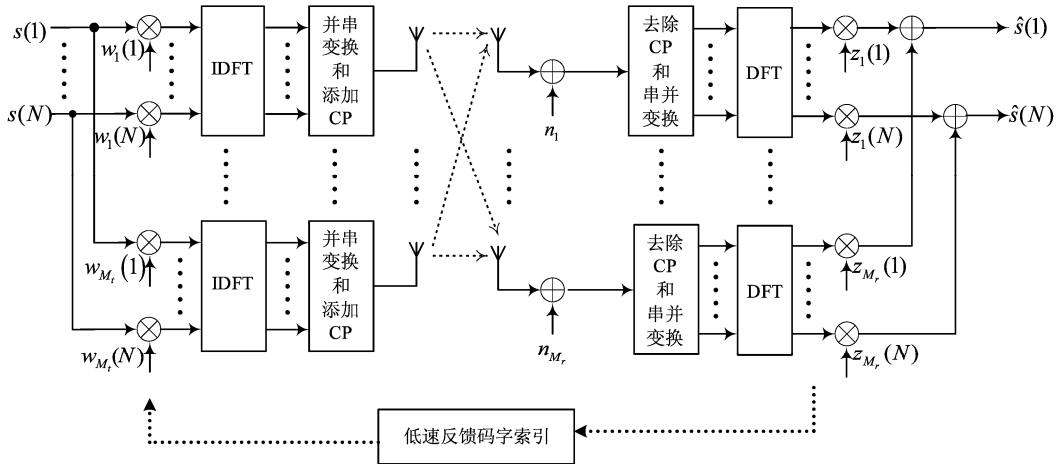


图 1 MIMO-OFDM 波束形成系统的结构框图

在 MIMO-OFDM 波束形成系统中,可联合设计波束形成向量 $\mathbf{w}(k)$ 和接收合并向量 $\mathbf{z}(k)$ 来使得接收信噪比(SNR)最大,那么第 k 个子载波上的 SNR 可表示为

$$\gamma(k) = \frac{P}{N_0} |\mathbf{z}(k)^H \mathbf{H}(k) \mathbf{w}(k)|^2 \quad (2)$$

这里 $|\mathbf{z}(k)^H \mathbf{H}(k) \mathbf{w}(k)|^2$ 为有效信道增益,不失一般性,

假定 $\|\mathbf{z}(k)\| = 1$, 对于任意 $\mathbf{w}(k)$, SNR 最大化可以用最大比合并(MRC)技术来实现,那么接收合并向量为

$$\mathbf{z}(k) = \frac{\mathbf{H}(k) \mathbf{w}(k)}{\|\mathbf{H}(k) \mathbf{w}(k)\|} \quad (3)$$

则 SNR 等价于

$$\gamma(k) = \frac{P}{N_0} \|\mathbf{H}(k) \mathbf{w}(k)\|^2 \quad (4)$$

问题简化为设计波束形成向量 $\mathbf{w}(k)$ 来使得 SNR 最大化,当发射端已知完整的信道矩阵 $\mathbf{H}(k)$ 时,可采用最大比发射 (MRT) 技术,最优波束形成向量 $\mathbf{w}(k)$ 为信道矩阵 $\mathbf{H}(k)$ 的最大奇异值对应的右奇异向量^[8]。但在实际通信系统中,发射端很难知道完整的信道矩阵 $\mathbf{H}(k)$,假定存在一条从接收端到发射端的低速、无误差和有时延的反馈链路,接收端通过该反馈链路将设计好的波束形成向量告知发射端。

在基于码本的有限反馈方法中,接收端通过信道估计得到 $\mathbf{H}(k)$,并基于某种优化准则在包含有 L 个码字的码本 $\Omega = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_L\}$ 中选择最佳码字,如使得接收 SNR 最大化的最佳码字可表示为

$$\mathbf{w}(k^*) = \arg \max_{\mathbf{w} \in \Omega} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|^2 \quad (5)$$

接收端用 $B = \log_2 L$ 个比特给 L 个码字编制索引,将最佳码字 $\mathbf{w}(k^*)$ 的索引反馈给发射端,发射端通过此索引找到码本中对应的码字,并以此码字作为发射波束形成向量。如果将所有子载波上的波束形成码字索引反馈,那么总的反馈量为 NB 个比特,由于子载波数较大,这样的反馈开销实在太而无法实现,迫切需要有效的反馈速率降低算法。

3 分簇算法

在无线信道中由于相干带宽的存在,相邻子载波上的信道具有频域相干性,这种相干性可用来降低 CSI 的反馈开销。一种简单有效的方法就是分簇,相邻的多个子载波组成一个簇,簇内所有子载波共用一个相同的波束形成向量,在码本 Ω 中选出的这个码字向量称为簇波束形成向量。为了节省边信息的反馈开销,一般假定一个簇内的子载波数是固定的。假设 K 个子载波组成一个簇,那么 N 个子载波可分为 N/K 个簇,第 n 个簇内子载波序号为从 $nK+1$ 到 $nK+K$,那么总的反馈开销为 BN/K ,反馈量降低为原来的近 $1/K$ 。

最简单的分簇方法是以簇内中间子载波的波束形成向量代替簇波束形成向量^[5],第 n 个簇的波束形成向量可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_n^* &= \mathbf{w}^* \left(nK + \frac{K}{2} \right) \\ &= \arg \max_{\mathbf{w} \in \Omega} \left\| \mathbf{H} \left(nK + \frac{K}{2} \right) \mathbf{w} \right\|^2 \end{aligned} \quad (6)$$

这种方法虽然简单,但由于没有利用到其他子载波的 CSI,系统 BER 性能较差,尤其是处于簇边缘部分的子

载波,当 K 增大时,性能进一步恶化。因此有必要利用簇内所有子载波的 CSI 来综合优化得到簇波束形成向量,根据不同的优化目标分为:SNR 最大化分簇法、最大化最小 SNR 分簇法和 BER 最小化分簇法^[5]。

在 SNR 最大化分簇法中,以最大化簇内子载波的平均 SNR 为优化目标,波束形成向量可表示为

$$\mathbf{w}_n^* = \arg \max_{\mathbf{w} \in \Omega} \frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} \frac{P}{N_0} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|^2 \quad (7)$$

在最大化最小 SNR 分簇法中,以最大化簇内子载波的最小 SNR 为优化目标,波束形成向量可表示为

$$\mathbf{w}_n^* = \arg \max_{\mathbf{w} \in \Omega} \min_{nK+1 \leq k \leq nK+K} \frac{P}{N_0} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|^2 \quad (8)$$

在 BER 最小化分簇法中,以最小化簇内子载波的平均 BER 为优化目标,假定在 QPSK 调制下,波束形成向量可表示为

$$\mathbf{w}_n^* = \arg \min_{\mathbf{w} \in \Omega} \frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} \frac{e^{-\frac{P}{2N_0} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|^2}}{\sqrt{2\pi} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|} \quad (9)$$

BER 算法可以得到最好的 BER 性能,但计算复杂度相当大,很难应用于实际系统。这里我们提出一种新的分簇算法,以簇内所有子载波的平均信道响应作为簇的等效信道响应,再以 SNR 最大化为目标在码本 Ω 中搜索最佳簇波束形成向量,这样充分利用了簇内子载波的信道状态信息,第 n 个簇的等效信道响应表示为

$$\tilde{\mathbf{H}}_n = \frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} \mathbf{H}(k) \quad (10)$$

则波束形成向量可表示为

$$\mathbf{w}_n^* = \arg \max_{\mathbf{w} \in \Omega} \left\| \left(\frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} \mathbf{H}(k) \right) \mathbf{w} \right\|^2 \quad (11)$$

表 1 给出了这几种分簇算法每簇选择最佳波束形成码字的计算复杂度,从表中可以看出,信道均值分簇法计算复杂度略高于简单分簇法,而远低于其他几种分簇法,且由于利用了所有子载波上的 CSI,性能肯定要优于简单分簇法,因此在计算复杂度和性能之间能很好折衷,具有工程实用意义。

表 1 不同分簇法的计算复杂度比较

计算复杂度	复数乘法运算	复数加法运算	指数运算	极值运算
简单分簇	$LM_r M_t$	$LM_r(M_t - 1)$	0	L
SNR 最大化分簇	$KLM_r M_t$	$KLM_r(M_t - 1)$	0	L
最大化最小 SNR 分簇	$KLM_r M_t$	$KLM_r(M_t - 1)$	0	KL
BER 最小化分簇	$KLM_r M_t$	$KLM_r(M_t - 1)$	K	L
信道均值分簇	$LM_r M_t$	$LM_r(M_t - 1) + KM_r M_t$	0	L

4 反馈降低方法

类似于相邻子载波的频率相干性, 相邻簇的波束形成向量之间也具有残余的频率相干性, 具体的表现就是当前簇码字以极高的概率分布在前一簇码字的邻域内, 基于此现象, 这里提出一种基于邻域的有限反馈方法。已知前一簇波束形成码字来确定当前簇的新码本, 新码本由与前一簇码字相邻的部分码字组成, 这些码字均分布在以前一簇码字为中心的一个较小邻域内, 由于新码本中码字个数较少使得反馈比特数有所降低, 这样可以在传统分簇算法的基础上进一步降低反馈速率。这种基于邻域的反馈速率降低方法本质上是矢量量化里的压缩方法, 是一种有损压缩, 即存在一定的性能损失。文献[9]将递归矢量量化和格码量化应用于 MIMO-OFDM 系统的有限反馈中, 受此启发, 这里我们也将这两种矢量量化方法的思想应用于本文的反馈降低方法中, 不同在于文献[9]针对的是单个子载波, 而本文针对的是包含多个子载波的簇, 这样可以充分利用信道的频率相干性, 最大限度地压缩反馈速率。

首先介绍递归反馈方法, 假定 L 是初始码本中的码字个数, L' 是新码本中的码字个数。每个簇的码字选择算法可以采用上述分簇算法的任何一种, 这里假定采用 BER 最小化分簇法, 具体步骤如下:

1) 在含有 L 个码字的初始码本 Ω 中搜索第一簇的最佳波束形成向量, 并假定第 i 个码字是最优码字。

$$\mathbf{w}_i = \arg \min_{\mathbf{w} \in \Omega} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{e^{-\frac{\rho}{2N_0} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|^2}}{\sqrt{2\pi} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|} \quad (12)$$

则本簇需要 $B = \log_2 L$ 个反馈比特。

2) 确定新码本 Ω' , Ω' 由 \mathbf{w}_i 的 L' 个相邻码字组成, 包括 \mathbf{w}_i 本身, 并以与 \mathbf{w}_i 的距离升序排列来编制索引。

$$\Omega' = \{\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_{L'}\} \quad (13)$$

$$|\mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_1|^2 > |\mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_2|^2 > \dots > |\mathbf{w}_i^H \mathbf{w}_{L'}|^2 \quad (14)$$

3) 在含有 L' 个码字的新码本 Ω' 中搜索第二簇的最佳波束形成向量。

$$\mathbf{w}^* = \arg \min_{\mathbf{w} \in \Omega'} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{2K} \frac{e^{-\frac{\rho}{2N_0} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|^2}}{\sqrt{2\pi} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}\|} \quad (15)$$

则本簇需要 $B' = \log_2 L'$ 个反馈比特, 故降低了 $B - B'$ 个反馈比特。

4) 重复步骤 2 和 3 并应用于所有簇。

由于一个 OFDM 符号共有 N/K 个簇, 那么反馈开销由原来的 NB/K 降为 $B + (N/K - 1)B'$ 。当簇数较多时, 信道的频率相干性减弱, 信道响应会在频率上突变

较大, 此时会出现当前簇码字不在前一簇码字邻域内 (即新码本 Ω' 中) 的情况, 这样会跟踪出错, 产生较大的性能损失。

基于格的反馈方法通过全局优化来搜索最佳码字组合, 能很好解决码字跟踪失误的问题。同样假定 L 是初始码本中的码字个数, L' 是新码本中的码字个数, 具体步骤如下:

1) 假定 \mathbf{w}_1^* 是第一个簇的波束形成码字, 属于初始码本 Ω , 故本簇需要 $B = \log_2 L$ 个反馈比特。

2) 确定第 n 个簇的新码本 Ω' , Ω' 由前一个簇码字 \mathbf{w}_{n-1}^* 的 L' 个相邻码字组成, 包括 \mathbf{w}_{n-1}^* 本身, 并以与 \mathbf{w}_{n-1}^* 的距离升序排列来编制索引。假定本簇最优码字为 \mathbf{w}_n^* , 共需要 $B' = \log_2 L'$ 个反馈比特, 则本簇的平均 BER 可表示为

$$BER(\mathbf{w}_{n-1}^*, \mathbf{w}_n^*) = \frac{1}{K} \sum_{k=nK+1}^{nK+K} \frac{e^{-\frac{\rho}{2N_0} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}_n^*\|^2}}{\sqrt{2\pi} \|\mathbf{H}(k)\mathbf{w}_n^*\|} \quad (16)$$

3) 重复步骤 2 并应用于所有簇。

4) 整个 OFDM 符号的平均 BER 可表示为

$$BER_{total} = \frac{1}{N/K} \sum_{n=0}^{N/K-1} BER(\mathbf{w}_{n-1}^*, \mathbf{w}_n^*) \quad (17)$$

那么以最小化整个 OFDM 符号的平均 BER 为优化目标来搜索最佳码字组合

$$\{\mathbf{w}_1^*, \mathbf{w}_2^*, \dots, \mathbf{w}_{N/K-1}^*\} = \arg \min \left(\frac{1}{N/K} \sum_{n=1}^{N/K} BER(\mathbf{w}_{n-1}^*, \mathbf{w}_n^*) \right) \quad (18)$$

在基于格的反馈方法里, 反馈开销也由原来的 NB/K 降为 $B + (N/K - 1)B'$, 与递归反馈方法一样, 但由于以整个 OFDM 符号的平均 BER 作为优化目标, 全局搜索最佳簇波束形成码字组合, 故出现跟踪失误的可能性很小, 性能要优于前一种反馈降低方法, 但是需要以较大的计算复杂度为代价, 共要搜索 $L(L')^{(N/K-1)}$ 条路径才能求解, 而递归反馈方法实现起来则相当简单, 且由于新码本内码字数有所减少, 故计算复杂度小于原有的分簇算法。以 BER 最小化分簇法为例, 总的计算复杂度为表 1 中给出的复杂度乘以总簇数 N/K , 而在基于格的反馈方法中, 则是乘以 $L(L')^{(N/K-1)}$, 可见计算复杂度相差巨大, 在使用 BER 最小化分簇法的递归反馈方法中, 第一个簇的计算复杂度与普通分簇法一样, 而其余簇的计算复杂度会有所降低, 即将复杂度计算公式中的码字数 L 替换为 L' 。

5 仿真与分析

链路仿真考虑 MIMO OFDM 波束形成系统, 发射

天线数为4,接收天线数为2,不同收发天线对应的信道响应独立,均为6条径的频率选择性衰落信道。每个OFDM符号包含512个子载波,循环前缀长度大于信道冲击响应长度,信号调制方式为QPSK,发射功率在所有子载波上平均分配,接收端采用最大比合并接收技术,码本采用Grassmannian码本^[10],每个点的蒙特卡罗仿真信道数为 10^6 。假定接收端为理想信道估计,反馈信道无误差,且不考虑反馈时延的影响,以未编码系统的误码率(BER)作为性能指标。

图2为不同分簇方法的未编码BER性能比较。使用的格拉斯曼码本包含16个码字,即反馈一个CSI码字需要4bit,32个子载波组成一个簇,一个OFDM符号共分为16个簇,故所有子载波都反馈共需要2048bit,可见反馈量巨大不可能实现,而采用分簇法后,反馈开销降为 $16 * 4 = 64\text{bit}$ 。

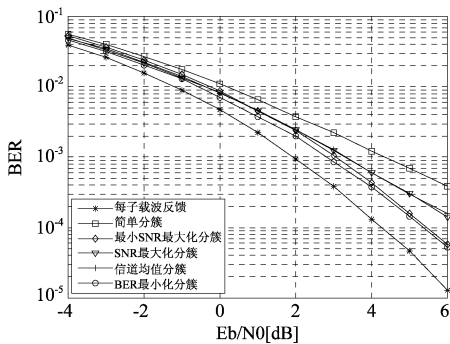


图2 不同分簇法的BER性能

由仿真结果可见简单分簇法性能最差;SNR最大化分簇法性能适中;本文提出的平均信道响应分簇法与SNR分簇法性能接近,但计算复杂度明显低于后者;最小化最大SNR分簇法在低SNR时要差于BER最小化分簇,但在高SNR时逐渐逼近后者,这是由于BER主要由高SNR的子载波作主要贡献;BER最小化分簇法在多种分簇法中性能最好,这是以计算复杂度为代价获得的;作为参考比较的每子载波反馈方法性能最佳,则是以较大的反馈开销为代价获得的。

图3给出了不同反馈方法的BER性能比较。为了更好的反映出反馈降低方法的性能,这里参与比较的分簇法选用BER性能最好的BER最小化分簇法,假定32个子载波组成一个簇,采用的码本大小为 $B=4$,则反馈开销为64bit。对于两种反馈降低方法,初始码本包含16个码字,新码本包含8个码字,即 $B=4$ 和 $B'=3$,则反馈开销从64bit降为 $4+15 * 3 = 49\text{bit}$ 。同时为了与近似同等反馈速率的普通分簇法进行性能比较,还

考虑了 $B=3$ 反馈开销为48bit时BER最小化分簇法的性能。

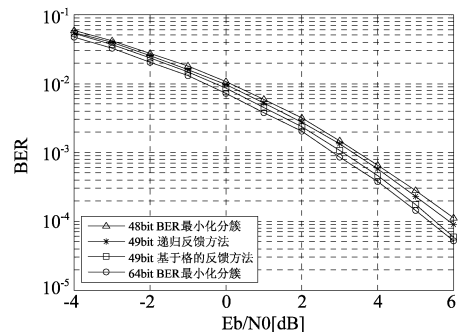


图3 不同反馈方法的BER性能

由仿真结果可见,基于格的反馈方法性能要明显优于递归反馈方法,相对传统的BER最小化分簇法,能进一步降低15bit的反馈开销,且性能损耗只有0.1dB,几乎可以忽略不计,与反馈开销近似相同的BER最小化分簇法相比,BER性能可改进近0.6dB;递归反馈方法也能降低15bit的反馈开销,但性能损失较大,这是由于码字跟踪失误造成的。

6 结论

本文针对MIMO-OFDM波束形成系统,提出了一种低复杂度的信道均值分簇法和两种有效的反馈速率降低方法。信道均值分簇法以簇内子载波的平均信道响应作为簇的等效信道响应,是一种在性能和复杂度之间很好折中的分簇方法,具有工程实用意义;反馈速率降低方法利用了簇与簇之间的频率相干性,能在传统分簇法的基础上进一步降低反馈开销,递归反馈方法会出现码字跟踪出错的情况,有较大性能损失,而基于格的反馈方法能很好解决这个问题,性能损失不大,两种反馈方法与同等反馈速率的普通分簇方法相比,都能有效改善误码率性能。本文所提反馈方法也可以略作修改并应用于MIMO OFDM空分复用预编码系统中。

参考文献

- [1] Bhashyam S, Sabharwal A, Aazhang B. Feedback gain in multiple antenna systems [J]. IEEE Communications Magazine, 2002, 50: 785-798.
- [2] Andersen J B. Antenna arrays in mobile communications: gain, diversity, and channel capacity [J]. IEEE Antennas Propagation Magazine, 2000, 42(2): 12-16.
- [3] Love D J, Heath R W. Limited feedback precoding for

- spatial multiplexing systems using linear receivers[C]// in Proc. Military Communications Conference (MILCOM), 2003, 1:627-632.
- [4] Love D J, Heath R W, Lau V K N. An overview of limited feedback in wireless communication systems [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(8): 1341-1365.
- [5] Mondal B, Heath R W, Algorithms for quantized precoding in MIMO OFDM beamforming systems[C]// in Proc. SPIE: Noise in Communication Systems, 2005, 4847: 80-87.
- [6] Choi J, R. W. Heath R W. Interpolation based transmit beamforming for MIMO-OFDM with limited feedback[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53(11): 4125-4135.
- [7] Bolcskei H, Gesbert D, and Paulraj A J. On the capacity of OFDM-based spatial multiplexing systems[J]. IEEE Transactions on Communication, 2002, 50(2): 225-234.
- [8] Dighe P A, Mallik R K, Jamuar S S. Analysis of transmit-receive diversity in Rayleigh fading[J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(4): 694-703.
- [9] Zhou S, Li B, Willett P. Recursive and trellis-based feedback reduction for MIMO-OFDM with rate-limited feed-back[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(12): 3400-3405.
- [10] Love D J. Grassmannian subspace packings. Available: <http://cobweb.ecn.purdue.edu/~djlove/grass.html>. 2007.

作者简介



吴 敏(1980-), 女, 安徽巢湖人, 北京交通大学博士生, 主要研究方向为多天
线通信系统中的有限反馈技术。

E-mail: 03112033@bjtu.edu.cn



裘正定(1944-), 男, 浙江嵊县人, 北
京交通大学教授、博士生导师, 主要研究
方向为信号与信息处理、计算机网络安全
及下一代无线通信系统。

E-mail: zdqiu@bjtu.edu.cn