

基于贝叶斯估计的高精度 ISAR 成像

徐 刚, 包 敏, 李亚超, 邢孟道

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘 要: 基于贝叶斯估计原理, 提出了一种贝叶斯逆合成孔径雷达 (inverse synthetic aperture radar, ISAR) 成像算法。基于最大后验概率准则建立 ISAR 成像模型, 利用回波数据进行统计参数估计, 以实现 ISAR 成像的自适应表征, 从而提高 ISAR 成像的精度。特别是运动误差相位估计和 ISAR 图像的重构通过求解最优化问题实现, 而未考虑误差相位的具体形式, 具有较高的鲁棒性。此外, 本文方法在低信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR) 条件下, 可以取得良好的聚焦效果, 具有较好的噪声抑制能力。最后, 贝叶斯估计问题转换为最优化问题进行求解, 利用快速傅里叶变换及其逆变换 (fast Fourier transform/inversed fast Fourier transform, FFT/IFFT) 和矩阵对应点乘 (Hadamard 乘积) 操作, 有效提高该算法的效率。基于实测数据的实验验证了本文算法的有效性。

关键词: 逆合成孔径雷达; 贝叶斯统计; 自聚焦; 鲁棒性; 噪声抑制

中图分类号: TN 957

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.11.07

High precision ISAR imaging via Bayesian statistics

XU Gang, BAO Min, LI Ya-chao, XING Meng-dao

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A novel framework of high precision Bayesian inverse synthetic aperture radar (ISAR) imaging based on Bayesian statistics is proposed. The model of ISAR imaging is constructed in Bayesian formalism and statistic parameters are estimated accurately with data-driven in process. Then high precision ISAR imaging could be achieved by realizing adaptive ISAR image representation. Specifically, the novelty of the algorithm lies in its high robustness; phase adjustment is accomplished by solving an optimization problem, regardless of the formation of phase errors. Besides, the algorithm takes high capability of de-noise. Hence, the well-focused image could be achieved in low signal-to-noise ratio (SNR). Finally, high efficiency could be ensured with fast Fourier transform/inversed fast Fourier transform (FFT/IFFT) and matrix Hadamard multiplication operations by converting Bayesian statistics into optimization. The experimental results using measured data confirm the validation of the proposal.

Keywords: inverse synthetic aperture radar (ISAR); Bayesian statistics; autofocusing; robustness; de-noise

0 引 言

逆合成孔径雷达 (inverse synthetic aperture radar, ISAR) 具有全天候、全天时和远距离作用的特点, 能够实现运动目标的二维成像, 获得更多的散射点信息, 有利于目标的分类和识别, 因此得到越来越广泛的应用^[1]。传统 ISAR 成像算法 (例如: 距离-多普勒算法), 距离维高分辨的获取依靠发射宽频带的雷达信号, 方位维高分辨的获取依靠目标相对于雷达转动产生的多普勒信息。然而传统 ISAR 成

像算法具有一定的局限性。一方面, 传统 ISAR 成像通过 FFT/IFFT 实现相干积累以提高输出信噪比, 但同时导致成像结果存在副瓣, 并且成像分辨率受到雷达系统带宽的限制。另一方面, 传统 ISAR 成像没有较好的噪声抑制能力, 在回波信号信噪比较低条件下, 输出 ISAR 图像存在很强的干扰噪声。这样不利于 ISAR 目标的特征提取和边缘检测, 从而影响 ISAR 目标的分类和识别^[2]。为了提高 SAR/ISAR 的成像质量, 信号的稀疏特征在雷达成像处理中得到了越来越多的关注。文献[3-4]提出将信号的稀疏

收稿日期: 2010-12-31; 修回日期: 2011-04-27。

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划) (2010CB731903); 国家自然科学基金 (61001211); 高等学校博士学科点专项科研基金 (20090203120013); 西安电子科技大学基本科研业务费 (JY10000902014) 资助课题

作者简介: 徐刚 (1987-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为 SAR/ISAR 成像处理。E-mail: xugang0102@126.com

表征应用于 SAR 图像处理中,可以有效实现 SAR 目标的特征增强、SAR 成像分辨率的提高以及相干斑的抑制;然而在建立 SAR 图像稀疏约束方程时,稀疏约束系数的选择尚未找到合理的规则,无法实现 SAR 图像的自适应稀疏表征。同时,信号的稀疏表征在 ISAR 成像处理中同样得到应用。文献[2]提出一种基于 ISAR 图像稀疏特征利用有限脉冲实现高分辨 ISAR 成像的技术,然而该算法仅从优化的角度进行高分辨 ISAR 图像重构,而没有综合考虑与 ISAR 图像相关的所有信息(先验信息、总体信息和样本信息),并不是从统计意义建立 ISAR 图像重构模型,从而无法实现 ISAR 图像的最优化恢复。

信号的稀疏表征通过分离目标信号和噪声以实现信号的重构,其实质是一种降噪和信号重构过程。降噪处理的目的是在进行噪声抑制的同时,保留信号尽可能多的重要信息。贝叶斯统计基于目标信号的总体信息和样本信息,同时能够充分利用信号的先验信息,它集中了总体、样本和先验三者中的关于目标信号的一切信息,而排除一切与目标信号无关的其他信息,从而可以实现目标信号的高精度重构^[5]。基于估计误差最小的原则,贝叶斯估计利用最小平均代价函数进行参数估计,减小信号恢复的精度损失,从而被广泛应用。

本文提出了一种贝叶斯 ISAR 成像算法,基于贝叶斯统计建立 ISAR 成像模型。该算法具有以下特点:

- (1) 通过建立 ISAR 图像和观测噪声的统计模型,基于贝叶斯统计建立 ISAR 成像模型,由于贝叶斯统计能够有效综合利用 ISAR 图像的各种信息,所以本文的成像算法能够有效提高 ISAR 成像的精度;
- (2) 基于回波数据进行统计参数的精确估计,以实现 ISAR 图像的自适应表征;
- (3) 通过求解最优化问题实现自适应误差相位估计和运动误差补偿,而未考虑误差相位的具体形式,并且在低信噪比条件下可以得到良好的聚焦效果,具有较高的鲁棒性;
- (4) 贝叶斯估计问题转换成最优化问题进行求解,通过利用快速傅里叶变换及其逆变换(fast Fourier transform/inverse fast Fourier transform, FFT/IFFT)和矩阵 Hadamard 乘积操作进行运算简化,从而有效提高该算法的高效性。

1 ISAR 信号模型

假设 ISAR 回波信号经过距离维脉冲压缩,并且目标转动分量引起的距离单元徙动可以忽略,然后距离徙动校正采用包络对齐处理实现^[6],其对齐的误差精度小于二分之一距离单元。在包络对齐的同时进行误差相位补偿,由于误差相位精度要求运动误差在波长数量级,所以补偿后的相位误差仍然不能忽略。考虑到雷达系统不稳定和电磁波传播效应产生非空变的误差相位,并考虑噪声的存在^[7],其信号形式可以表示为

$$s_r(\hat{t}; t_n) = \iint_{(x,y) \in L} \sigma'(x,y) \text{sinc} \left(B \left(\hat{t} - 2 \frac{R_0 + y}{c} \right) \right) \cdot \exp \left[-j4\pi f_c \frac{x\omega t_n}{c} \right] \exp [j\varphi_n] dx dy + n_n(\hat{t}) \quad (1)$$

式中, B 为发射信号的频谱宽度; c 为电磁波传播速度; f_c 为发射信号载波频率; ω 为目标转动角速率; R_0 为初始时刻雷达的作用距离; $\sigma'(x,y) = \sigma(x,y) \exp \left[-j \frac{4\pi f_c y}{c} \right]$, 其中 σ 为目标 (x,y) 的后向散射系数,包含散射点目标的振幅信息和相位信息; φ_n 表示第 n 个脉冲的误差相位,主要包含目标平动、雷达系统不稳定和电磁波传播效应等引起的误差相位^[7],在各个距离单元相同,是非空变性的; $n_n(\hat{t})$ 为加性噪声,表现为对回波信号幅度和相位的调制,在各个距离单元不同,具有空变性。噪声信号为 0 均值高斯分布^[8-10]。

在后续雷达成像处理中,需要将接收处理后的实信号经过希尔伯特变换转换为复信号。此时加性噪声为复噪声信号。由希尔伯特变换的性质可知,复噪声信号的虚部同样服从高斯分布,并且和实部具有相同的均值和方差,那么加性噪声 $n_n(\hat{t})$ 服从复高斯分布^[11]。式(1)表示的回波信号可以认为是二维 ISAR 图像在方位维作 FFT 操作的结果,即式(1)在方位维作 IFFT 操作可以得到 ISAR 二维图像。实际中,考虑到误差相位和噪声的存在,式(1)直接作方位 IFFT 无法得到“聚焦”良好的 ISAR 图像^[12],所以在 ISAR 成像中需要进行误差相位补偿以实现 ISAR 图像的自聚焦处理。

式(1)可以表示为矩阵形式:

$$s = \begin{bmatrix} s(1,1) \\ s(1,2) \\ \vdots \\ s(1,N) \\ \vdots \\ s(M,N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varphi} & & \\ & \ddots & \\ & & \boldsymbol{\varphi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{F}_N & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{F}_N \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a(1,1) \\ a(1,2) \\ \vdots \\ a(1,N) \\ \vdots \\ a(M,N) \end{bmatrix} + n = \mathbf{E}\mathbf{F}\mathbf{a} + n \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{\varphi} = \text{diag} [\exp(j \cdot \varphi_1), \exp(j \cdot \varphi_2), \dots, \exp(j \cdot \varphi_N)]$; \mathbf{E} 表示误差相位矩阵; \mathbf{F} 为表征相位历程的傅里叶变换矩阵; \mathbf{F}_N 表示归一化的傅里叶变换矩阵,大小为 $N \times N$; \mathbf{a} 为需要求解的 ISAR 图像,大小为 $MN \times 1$,其中 M 为距离维离散点数, N 为方位维离散点数; n 表示加性噪声矩阵。为便于表示,将噪声写成如下形式: $n = n_r + j \cdot n_i$, 并有以下结论: $\text{var} [n(t)] = \sigma_n^2$ 和 $E[n(t)] = 0$, 其中 σ_n^2 为噪声方差。

2 ISAR 成像的贝叶斯统计模型

传统 ISAR 成像算法利用自聚焦算法进行运动误差补

偿以实现图像聚焦处理,一般通过相干积累^[13]或者利用图像整体信息^[14]抑制噪声和杂波影响提取误差相位。然而,传统 ISAR 成像在重构图像的时候并没有实现噪声的有效抑制,所以在低信噪比条件下成像结果存在很强的背景噪声的干扰,这样会影响目标的特征提取和边缘检测,从而不利于 ISAR 目标的识别和检测。

式(2)表示在噪声存在条件下信号的重构和降噪问题。本文从噪声抑制和信号恢复的角度,综合利用观测样本信息、总体信息和先验信息,基于最大后验概率准则,利用贝叶斯统计建立 ISAR 成像模型,以提高 ISAR 成像的精度。那么,式(2)关于 a 的最大后验概率估计(maximum a posteriori, MAP)可以表示为

$$\hat{a} = \arg \max [p_n(s - \mathbf{E}Fa) \cdot p_a(a)] \quad (3)$$

式中,基于贝叶斯准则,将 MAP 写成复高斯噪声 n 和目标信号 a 的统计分布的形式。MAP 需要知道噪声和目标信号的先验统计信息,同时考虑到 ISAR 成像处理的是复数据,所以需要研究复高斯噪声信号和 ISAR 复图像的统计模型。下面分别建立复高斯噪声和 ISAR 复图像的统计模型,在推导之前作以下假设:观测噪声相互独立和 ISAR 目标的散射点相互独立。

n_r 为 n_i 的希尔伯特变换,并且两者服从高斯分布那么 $n_i(l)$ 和 $n_r(l)$ 相互独立, $C_{n,n_i} = C_{n,n_r} = \mathbf{0}$ 。为便于推导复高斯噪声的分布函数,引入向量 $v = [n_r^T, n_i^T]^T$,假设 n 大小为 $K \times 1 (K = M \cdot N)$,那么 v 大小为 $2K \times 1$ 。因为 n_r 和 n_i 同服从联合高斯分布,所以 v 也服从联合高斯分布,其分布函数可以表示为

$$p_v(v) = \frac{1}{(2\pi)^K \sqrt{|C_v|}} \exp \left[-\frac{v^H C_v^{-1} v}{2} \right] \quad (4)$$

式中, $C_v = \begin{bmatrix} C_{n_r} & C_{n_r,n_i} \\ C_{n_r,n_i} & C_{n_i} \end{bmatrix} = \text{diag} [\sigma_n^2/2]_{2K \times 2K}$ 为 v 的协方差矩阵;

$|\cdot|$ 表示矩阵的行列式操作。通过验证,可以得到以下结论:

- (1) $\forall n_r \in \mathbf{R}$ 和 $\forall n_i \in \mathbf{R}$, 有 $v^T C_v^{-1} v = 2n^H C_n^{-1} n$;
- (2) $2^{2K} |C_v| = |C_n|^2$ 。

其中, $C_n = 2C_{n_r} = \text{diag} [\sigma_n^2]_{K \times K}$ 为复高斯噪声的协方差矩阵。

通过前面的分析,复高斯噪声的统计分布可以表示为

$$p_n(s - \mathbf{E}Fa) = \frac{1}{(\pi)^K |C_n|} \exp [-n^H C_n^{-1} n] |_{n=s-\mathbf{E}Fa} = \left(\frac{1}{\pi\sigma_n^2} \right)^{-K} \exp \left[-\frac{1}{\sigma_n^2} \|s - \mathbf{E}Fa\|_2^2 \right] \quad (5)$$

ISAR 图像用于表征目标散射点在距离-多普勒域的位置信息。通过大量实验可知,ISAR 成像目标一般仅在 ISAR 图像占据部分空间,而其他部分为观测噪声,基于以上分析,ISAR 图像具有稀疏特征。因此,其实部和虚部同样具有稀疏特征。在信号处理中,一般认为具有稀疏特征的信号服从拉普拉斯分布^[15]。由希尔伯特变换的性质可

知,实部和虚部服从相同的统计分布。假设 ISAR 图像的实部(或者虚部)的所有元素服从同分布,其分布函数可以表示为

$$p_{a_{k,r}}(a_{k,r}) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_{a_{k,r}}} \exp [-\sqrt{2} |a_{k,r}| / \sigma_{a_{k,r}}]$$

式中, $a_{k,r}$ 为 a 中第 k 个分量 a_k 的实部, $-\infty < a_{k,r} < +\infty$; $\sigma_{a_{k,r}}^2$ 为 $a_{k,r}$ 的方差。为便于推导 ISAR 图像的统计分布,引入 ISAR 图像的振幅和相位概念:

$$\begin{cases} |a_k| = \sqrt{a_{k,r}^2 + a_{k,i}^2}, & |a_k| \geq 0 \\ \varphi_{a_k} = \arctan \left(\frac{a_{k,i}}{a_{k,r}} \right), & 0 \leq \varphi_{a_k} \leq 2\pi \end{cases} \quad (6)$$

式中, $|a_k|$ 和 φ_{a_k} 分别表征 a_k 的振幅和相位信息。那么可得 a_k 的分布函数如下:

$$p_{a_k}(a_k) = p(|a_k|; \varphi_{a_k}) = |J| p(a_{k,r}; a_{k,i}) = \frac{|a_k|}{2\sigma_{a_{k,r}}^2} \exp [-\sqrt{2} (|a_{k,r}| + |a_{k,i}|) / \sigma_{a_{k,r}}] \quad (7)$$

式中, $J = \partial(a_{k,r}; a_{k,i}) / \partial(|a_k|, \varphi_{a_k}) = |a_k|$ 为雅可比行列式。那么 ISAR 图像的联合概率密度分布可表示为

$$p_a(a) = \prod_{k=1}^K \frac{|a_k|}{2\sigma^2} \exp [-\sqrt{2} (|a_{k,r}| + |a_{k,i}|) / \sigma] \quad (8)$$

式中, $\sigma = \sigma_{a_{k,r}}$, 需要强调的是: σ^2 为 ISAR 图像实部或者虚部的方差,而不是 ISAR 图像的方差。将式(5)和式(8)代入式(3),并取对数,从而可以得到最大后验概率求得的代价函数:

$$\begin{aligned} \hat{a} = \arg \min & \left[\|s - \mathbf{E}Fa\|_2^2 + \frac{\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma} \sum_{k=1}^K (\gamma_k |a_k|) - \sigma_n^2 \sum_{k=1}^K \ln \frac{|a_k|}{\sigma} \right] \approx \\ & \arg \min \left[\|s - \mathbf{E}Fa\|_2^2 + \frac{\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma} \sum_{k=1}^K (\gamma_k |a_k|) \right] \quad (9) \end{aligned}$$

式中,利用条件 $\sqrt{2}|a_k| \geq |a_{k,r}| + |a_{k,i}| \geq |a_k|$ 可得 $|a_{k,r}| + |a_{k,i}| = \gamma_k |a_k|$, 其中 $1 \leq \gamma_k \leq \sqrt{2}$; 取近似是因为 $\ln |a_k|$ 相对于 $|a_k|$ 的作用很小可以忽略。由式(9)可得,本文基于最大后验概率推导的代价函数与正则化问题建立的稀疏约束方程形式一致,取近似的第二项可以认为对 ISAR 图像的自适应稀疏表征。ISAR 图像的稀疏约束系数 $\mu = \sqrt{2}\sigma_n^2 / \sigma$ 与噪声方差成正比,与信号的标准方差成反比。在噪声抑制方面:当噪声水平比较大时,通过提高对目标的稀疏约束,可以有效实现抑制噪声;而当噪声水平较小时,通过降低对目标的稀疏约束,从而获得目标信号更多的细节信息。在信号恢复方面:当信号方差较大时,信号稀疏性较弱,通过降低对目标信号的稀疏约束,有效保留信号中的较小分量;当信号方差较小时,信号稀疏性较强,通过提高对信号的稀疏约束,有效降低实现噪声抑制。本文基于贝叶斯估计得到的系数 μ 为自适应稀疏表征的结果,该系数与观测噪声水平大小以及目标信号自身的特征密切相关。

3 ISAR 成像处理

3.1 统计参数估计

由前文的分析可知,ISAR 图像稀疏约束系数 μ 的大小与回波信号的噪声方差和 ISAR 图像的方差密切相关,本文基于观测数据估计噪声的方差和 ISAR 图像实部的方差,以实现 ISAR 图像的自适应稀疏表征。文献[16]利用小波变换的多尺度和多分辨特性,提出了一种中值滤波的方法估计噪声方差,该方法具有较高的鲁棒性,并且得到广泛应用。在实际处理中,将式(2)所示的回波信号转换到小波变换域,分别进行实部和虚部的噪声方差估计,取小波系数的中值作为噪声方差的估计标准。那么复噪声的方差估计结果可表示如下:

$$\sigma_n = \frac{\text{median}[\lvert \text{real}(y_i) \rvert]}{0.6745} + \frac{\text{median}[\lvert \text{imag}(y_i) \rvert]}{0.6745} \quad (10)$$

式中, $\text{median}[\cdot]$ 表示取均值操作; $y_i \in \text{subband } HH_1$, HH_1 为观测回波信号 s 在小波变换域的最高频子带。

下面分析 ISAR 图像实部(或者虚部)方差的估计方法。如果已知矩阵 \mathbf{E} 和 \mathbf{F} (\mathbf{F} 为归一化的傅里叶变换矩阵,是已知的;而 \mathbf{E} 为误差相位矩阵,是待求解的。在本节最后将介绍如何在 \mathbf{E} 未知的条件下进行 ISAR 图像实部方差估计),将式(2)转换到 ISAR 图像域,可以表示为

$$\mathbf{b}_r = \mathbf{a}_r + \mathbf{n}'_r \quad (11)$$

式中, \mathbf{b}_r 为观测 ISAR 图像的实部; \mathbf{a}_r 为没有噪声干扰的 ISAR 图像实部; \mathbf{n}'_r 为 ISAR 图像域的观测噪声实部。由于 \mathbf{E} 和 \mathbf{F} 为线性变换,其逆变换同样为线性变换,所以 \mathbf{n}'_r 服从 0 均值的高斯分布。由于 \mathbf{a}_r 和 \mathbf{n}'_r 是相互独立的,那么式(11)的方差可以表示为

$$\sigma_{b_r}^2 = \sigma^2 + \sigma_{n_r}^2 \quad (12)$$

式中, $\sigma_{b_r}^2$ 为观测 ISAR 图像实部方差; $\sigma_{n_r}^2$ 为噪声实部的方差。同样利用小波变换中值估计的方法估计噪声方差 $\sigma_{n_r}^2$, 然后通过估计 $\sigma_{b_r}^2$ 而得到 σ^2 的估计值。

本文利用最大似然估计方法估计 $\sigma_{b_r}^2$, 此时需要知道观测 ISAR 图像实部 \mathbf{b}_r 的先验知识,然而 \mathbf{b}_r 的统计分布是未知的,此处对 \mathbf{b}_r 的统计作两种假设:高斯分布和拉普拉斯分布。

$$\begin{cases} \hat{\sigma}_{b_r}^2 = \frac{1}{K} \sum_{b_{r,k} \in b} \lvert \mathbf{b}_{r,k} \rvert^2, \mathbf{b}_r \text{ 服从高斯分布} \\ \hat{\sigma}_{b_r} = \frac{\sqrt{2}}{K} \sum_{b_{r,k} \in b} \lvert \mathbf{b}_{r,k} \rvert, \mathbf{b}_r \text{ 服从拉普拉斯分布} \end{cases} \quad (13)$$

由于实部和虚部的方差相同,为了得到较好的估计结果,可以同时估计噪声和 ISAR 图像实部和虚部的方差,然后取其平均值作为方差的估计结果。那么 σ^2 的估计结果表示如下:

$$\hat{\sigma} = \max \left[\sqrt{\left(\frac{\hat{\sigma}_{b_r} + \hat{\sigma}_{b_i}}{2} \right)^2 - \left(\frac{\hat{\sigma}'_{n_r} + \hat{\sigma}'_{n_i}}{2} \right)^2}, 0 \right] \quad (14)$$

然而有一个问题值得关注:在估计 ISAR 图像 σ 的时候,需要得到“聚焦”良好的 ISAR 图像观测样本才可以得到 $\hat{\sigma}$ 的精确估计结果,此时进行的稀疏表征是最优的;而误差相位 \mathbf{E} 是未知的,即在最初的时候利用式(2)只能得到“散焦”的 ISAR 图像。那么,如何有效地进行统计参数估计以实现 ISAR 图像的自适应表征?可以采取这样的思想:在求解误差相位时,同时估计 ISAR 图像的标准方差 σ , 更新稀疏约束系数 μ , 直至得到“聚焦”良好的 ISAR 图像。

3.2 初相校正和 ISAR 成像

本文的贝叶斯 ISAR 成像算法建立的代价函数如式(9)所示,而式(9)的形式与正则化问题一致,所以可以利用求解正则化问题的方法重构 ISAR 图像。文献[3-4]中提出了一类正则化问题的求解方法,然而式(9)所示的代价函数中由于误差相位 \mathbf{E} 的存在,导致常规的算法无法求解。基于文献[3]的基本思想,本文采用基于共轭梯度迭代的方法,通过求解最优化问题进行自适应误差相位估计和重构高分辨的 ISAR 图像。

为了避免式(9)中 \mathbf{a} 在 0 处不可导问题,作以下近似: $\lvert \mathbf{a}_k \rvert \approx (\lvert \mathbf{a}_k \rvert^2 + \delta)^{1/2}$, 其中 δ 是一个非负的微小分量。那么式(9)所示的代价函数可以改写为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{a}} &= \arg \min \left[\lVert \mathbf{s} - \mathbf{E}\mathbf{F}\mathbf{a} \rVert_2^2 + \frac{\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma} \sum_{i=1}^K (\gamma_k \lvert \mathbf{a}_k \rvert) \right] \approx \\ &\arg \min \left[\lVert \mathbf{s} - \mathbf{E}\mathbf{F}\mathbf{a} \rVert_2^2 + \frac{\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma} \sum_{i=1}^K (\gamma_k (\lvert \mathbf{a}_k \rvert^2 + \delta)^{1/2}) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

考虑到目标信号 \mathbf{a} 为复信号,式(15)所示目标函数的共轭梯度代表其收敛方向。利用式(15)可以求得目标函数关于 \mathbf{a} 的共轭梯度:

$$\nabla_{\mathbf{a}} \cdot (\mathbf{a}) = \mathbf{H}(\mathbf{a})\mathbf{a} - \mathbf{F}^H \mathbf{E}^H \mathbf{s} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{H}(\mathbf{a})$ 为近似的共轭梯度的梯度矩阵(Hessian 矩阵),为 \mathbf{a} 的函数。目标函数的共轭梯度 $\nabla_{\mathbf{a}} \cdot (\mathbf{a})$ 是 \mathbf{a} 的函数,所以利用式(16)无法直接求解 \mathbf{a} , 而需要利用自适应方法通过数值迭代求解 \mathbf{a} 。 $\mathbf{H}(\mathbf{a})$ 的具体形式可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{a}) &= \mathbf{F}^H \mathbf{E}^H \mathbf{E} \mathbf{F} + \frac{\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma} \mathbf{W}(\mathbf{a}) = \\ &\mathbf{F}^H \mathbf{F} + \frac{\sqrt{2}\sigma_n^2}{\sigma} \mathbf{W}(\mathbf{a}) \end{aligned} \quad (17)$$

式中,利用条件 $\mathbf{E}^H \mathbf{E} = \mathbf{I}$, 同时 $\mathbf{W}(\mathbf{a}) = \text{diag} [\gamma_k / 2(2\sqrt{\lvert \mathbf{a}_k \rvert^2 + \delta})]$ 。 本文采取 $\mathbf{H}(\mathbf{a})$ 作为近似的 Hessian 矩阵,基于共轭梯度采用拟牛顿的迭代算法求解 \mathbf{a} , 那么关于 \mathbf{a} 的更新表达式为

$$\hat{\mathbf{a}}_{k+1} = \hat{\mathbf{a}}_k - [\mathbf{H}(\hat{\mathbf{a}}_k)]^{-1} \nabla_{\hat{\mathbf{a}}_k} \cdot (\hat{\mathbf{a}}_k) \quad (18)$$

式中, $[\cdot]^{-1}$ 表示矩阵的求逆操作。在进行 ISAR 图像重构的同时,基于回波数据进行自适应误差相位估计。在没有误差相位先验信息的条件下,设置初始值为 0, 即 $\varphi(n) = 0(n=1, 2, \dots, N)$, 误差相位估计的更新表达式为

$$\exp [j \cdot \hat{\varphi}_{g+1}(n)] = \exp [j \cdot \hat{\varphi}_g(n)] \cdot \exp [j \cdot \Delta \hat{\varphi}_{g+1}(n)] \quad (19)$$

式中, $\exp [j \cdot \Delta \hat{\varphi}_{g+1}(n)] = \frac{\langle [\hat{\mathbf{E}}_g \mathbf{F} \mathbf{a}]_{c(n)}, [\mathbf{s}]_{c(n)} \rangle}{\|[\hat{\mathbf{E}}_g \mathbf{F} \mathbf{a}]_{c(n)}, [\mathbf{s}]_{c(n)}\|}$,

$[\mathbf{s}]_{c(n)} = [[\hat{\mathbf{E}}_g \mathbf{F} \mathbf{a}]_{c(n)}]^H [\mathbf{s}]_{c(n)}$ 表示向量的内积运算, $[\cdot]_{c(n)}$ 表示按下标 $c(n) = n; N; (M-1) \cdot N + n$ 取向量中元素。

式(18)的迭代终止条件设置为

$$\|\hat{\mathbf{a}}_{g+1} - \hat{\mathbf{a}}_g\|_2 / \|\hat{\mathbf{a}}_g\|_2 < \rho \quad (20)$$

式中, $\rho > 0$ 为预先设置的迭代终止门限, 为很小的正常数。利用式(18)和式(19), 通过不断迭代最终可以求解自适应误差相位, 同时重构“聚焦”良好的高分辨 ISAR 图像。由前面的推导可知, 本文基于稀疏表征的 ISAR 成像算法具有较强的鲁棒性: 一方面, 本文的相位自聚焦算法并不基于误差相位的具体形式, 而是通过数值迭代的方法基于回波数据求解以实现运动误差补偿; 另一方面, 基于贝叶斯统计建立 ISAR 成像模型, 该方法具有较强的噪声抑制能力, 同时保证 ISAR 图像的重构精度。

本文 ISAR 成像算法的运算量主要表现为式(18)和式(19)的迭代操作。式(19)运算量主要表现为向量内积运算和 \mathbf{F}^H 操作, 向量内积运算可以通过向量点乘实现, 而 \mathbf{F}^H 操作可以利用 IFFT 操作得到简化。而式(18)的运算量主要体现在 $[\mathbf{H}(\hat{\mathbf{a}}_g)]^{-1}$ 的求解, 通过分析发现, $\mathbf{H}(\mathbf{a})$ 为对角矩阵, 可得

$$[\mathbf{H}(\hat{\mathbf{a}}_g)]^{-1} = \text{diag} \left[\sqrt{2} \|\hat{\mathbf{a}}_{g,k}\| / \left(\sqrt{2} \|\hat{\mathbf{a}}_{g,k}\| + \frac{\gamma_k \sigma_n^2}{\sigma} \right) \right] \quad (21)$$

式中, $\hat{\mathbf{a}}_{g,k}$ 为 $\hat{\mathbf{a}}_g$ 中第 k 个分量。那么式(18)的数值迭代可以通过矩阵 Hadamard 乘法的运算而得到简化, 从而有效提高该算法的运行效率。

4 实验结果与分析

下面基于 ISAR 实测数据进行成像处理以验证本文算法的有效性和可行性。4.1 节通过实验以验证稀疏约束系数 μ 选择的合理性; 4.2 节首先利用实验验证本文 ISAR 自聚焦算法的有效性, 然后通过实验利用本文的自聚焦算法与常规 ISAR 自聚焦算法进行比较, 以验证本文算法的优越性。

为了分析 ISAR 成像算法的有效性, 需要提出一种关于 ISAR 成像质量的评价准则。本文基于均方误差准则 (mean squared error, MSE) 或者 ISAR 输出图像的信噪比 (signal-to-noise ratio, SNR), 进行 ISAR 成像质量的评估。其定义可以表示如下:

$$\begin{aligned} \text{MSE} &= \frac{1}{M \cdot N} \|\hat{\mathbf{a}} - \mathbf{a}\|_2^2 \\ \text{SNR}_{\text{out}} &= 10 \lg \left(\frac{\sigma_{|\mathbf{a}|}^2}{\text{MSE}} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

式中, \mathbf{a} 为真实的 ISAR 图像; $\hat{\mathbf{a}}$ 为 ISAR 图像的估计结果; $\sigma_{|\mathbf{a}|}^2$ 为真实 ISAR 图像振幅的方差。可以将足够高的 SNR (例如 20~50 dB) 条件下的成像结果作为 ISAR 图像

的真实值, 用于分析和评价在较低 SNR 条件下的成像质量。

4.1 自适应稀疏表征的验证

由式(9)可知, 自适应稀疏约束系数 $\mu = \sqrt{2} \sigma_n^2 / \sigma$ 与观测噪声水平和 ISAR 图像的方差密切相关。该实验部分分别在三种不同 SNR 条件下对 Yak-42 飞机目标在不同稀疏约束系数下进行 ISAR 成像处理, 通过比较和分析, 以验证稀疏约束系数选择的合理性。

该实测数据为 C 波段 ISAR 系统录取的 Yak-42 飞机的回波数据, 其系统参数为: 中心频率 5 520 MHz, 发射信号带宽 400 MHz, 脉冲重复频率 400 Hz, 原始回波数据的 SNR 近似为 22 dB。利用文献[6]的最大相关法进行包络对齐处理后, 对回波信号添加高斯噪声信号, SNR 分别设置为 10 dB、5 dB 和 0 dB。考虑到目标运动和其他因素会引起误差相位的存在, 需要进行自聚焦处理。在三种不同 SNR 条件下, 分别利用本文介绍的统计参数估计方法基于回波数据估计系数 μ , 三种情况下 μ 估计结果分别为 5.540 5、11.079 5 和 48.733 9。取 1/10、1 倍和 10 倍的估计系数进行稀疏表征, 分别利用本文介绍的 ISAR 成像算法进行成像处理 (假设 $\gamma_k = 1$), 设置迭代终止门限 $\rho = 10^{-6}$, 成像结果如图 1 所示。通过分析图 1 可得, 当取 1/10 的估计系数进行稀疏约束时, 噪声没有得到有效抑制, 特别在低 SNR (0 dB) 条件下, 成像结果的背景噪声很强; 当取 10 倍估计系数进行稀疏约束时, ISAR 图像的有效分量没有被有效保留而被当作噪声去除。将未添加噪声条件下的成像结果作为 ISAR 图像的真实值, 表 1 分别列出了三种情况下的 ISAR 成像质量的指标。通过分析比较可得, 本文介绍的基于贝叶斯统计的成像方法可以有效实现 ISAR 图像的自适应稀疏表征, 取得更小的均方误差和更高的 SNR 的估计结果, 从而验证估计系数 μ 的选择合理性。

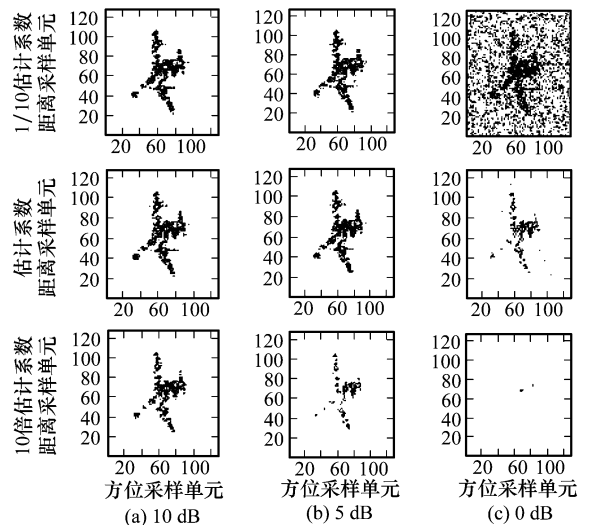


图 1 不同稀疏约束条件下的 ISAR 飞机成像结果

表 1 不同稀疏约束下的 ISAR 成像结果指标

SNR _{in} /dB		10	5	0
估计系数 1/10	MSE	19.426 9	21.811 9	42.640 0
	SNR _{out} /dB	15.825 5	15.322 7	12.411 4
估计系数	MSE	12.510 7	18.438 8	20.304 1
	SNR _{out} /dB	17.736 8	16.052 3	15.633 7
估计系数 10 倍	MSE	21.927 9	25.643 5	38.821 0
	SNR _{out} /dB	15.299 6	14.619 8	12.818 9

4.2 ISAR 自聚焦算法的验证

本节通过对实测数据进行 ISAR 成像处理,以验证本文 ISAR 成像自聚焦算法的有效性。为了验证 ISAR 自聚焦算法的有效性,其性能指标应该包含两个因素:误差相位形式和回波的 SNR。不同的误差相位形式会影响最优化问题的收敛性,从而影响图像的聚焦质量。同样的,在低 SNR 的条件下,由于噪声的存在,最优化问题的收敛性同样会受到影响。所以验证本文算法在不同误差相位形式和不同 SNR 条件下的自聚焦结果是必要的。

该实验部分对录取的 Yak-42 飞机数据进行处理,分析不同误差相位形式对本文自聚焦算法的影响。误差相位包含三种误差相位:第一种误差相位为二次误差相位形式(抛物线形式),主要用于分析目标的高速平动引起的误差相位;第二种误差相位为正余弦相位形式,相比于第一种误差相位更复杂,主要用于分析目标的复杂运动产生的误差相位;第三种误差相位为随机误差相位形式,主要用于分析雷达系统不相干以及其他因素产生的误差相位。首先,对回波信号添加高斯噪声信号,SNR 分别设置为 10 dB,5 dB 和 0 dB,利用本文介绍的贝叶斯 ISAR 成像算法进行成像处理,成像结果如图 2 所示。表 2 列出了不同误差形式和不同 SNR 条件下本文算法成像质量的指标。通过分析可知,即使在随机误差相位存在和低 SNR 条件下,本文的贝叶斯 ISAR 成像算法仍然具有良好的聚焦效果。

为了进一步验证本文的 ISAR 成像方法的性能,分别与两种常规 ISAR 自聚焦算法进行比较,两种常规成像方法分别为加权最小二乘估计(weighted least square estimation, WLSE)算法和最小熵(minimum entropy autofocusing, MEA)算法,该实验部分对录取的舰船数据进行处理,该数据为步进频率数据,每个脉组由 31 个子脉冲组成,系统参数为:中心频率 5.57 GHz,信号合成带宽 640 MHz,共用频带宽度 20 MHz,脉冲重复频率 3 125 Hz,回波信号 SNR 高达 20 dB。首先对回波添加三种不同 SNR 的噪声:10 dB,5 dB 和 0 dB;然后进行距离维频带拼接和包络对齐处理^[6]。考虑到目标运动等因素导致误差相位的存在,在方位成像前需要进行自聚焦处理。最后,分别利用 WLSE 算法、MEA 算法和本文贝叶斯 ISAR 成像方法分别进行 ISAR 成像处理,如图 3 所示。利用各种成像算法在未添加噪声条件下的成像结果作为 ISAR 图像的真实值,表 3 列出了在不同误差形式下和不同 SNR 条件下三种成像方法的 ISAR 成像结果的指标。通过

分析可以发现,本文的贝叶斯成像算法能够有效实现噪声抑制,同时提高 ISAR 图像的重构精度。

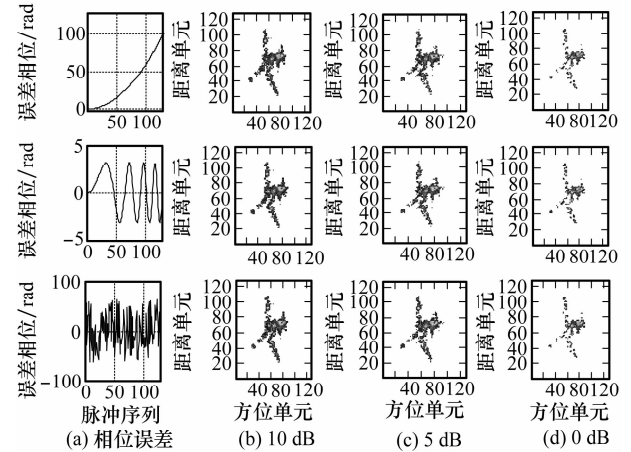


图 2 不同误差相位形式下 ISAR 成像结果

表 2 不同误差相位形式下的 ISAR 成像结果指标

SNR _{in} /dB		10	5	0
相位误差 1	MSE	12.510 7	18.411 9	20.304 1
	SNR _{out} /dB	17.736 8	16.052 3	15.633 7
相位误差 2	MSE	19.426 9	21.811 9	42.640 0
	SNR _{out} /dB	15.825 5	15.322 7	12.411 4
相位误差 3	MSE	21.927 9	25.643 5	38.821 0
	SNR _{out} /dB	15.299 6	14.619 8	12.818 9

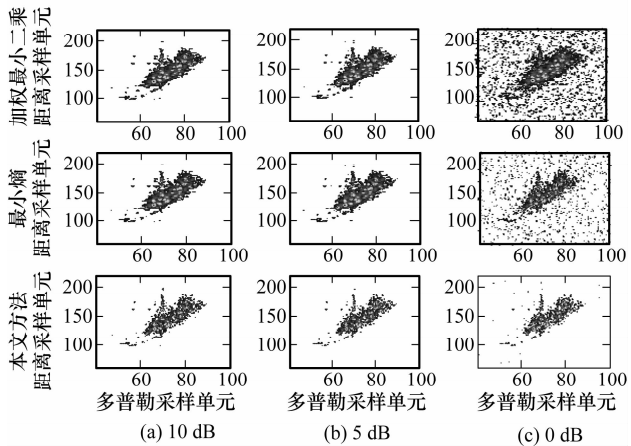


图 3 本文 ISAR 成像方法与常规 ISAR 自聚焦算法的比较

表 3 本文 ISAR 成像方法与常规 ISAR 自聚焦算法成像结果指标

SNR _{in} /dB		10	5	0
WLSE 算法	MSE	48.760 3	125.724 5	512.247 7
	SNR _{out} /dB	20.703 7	16.590 2	10.489 6
MEA 算法	MSE	49.389 0	128.502 0	425.471 0
	SNR _{out} /dB	20.648 1	16.495 3	11.295 7
本文方法	MSE	6.00	19.40	401.20
	SNR _{out} /dB	29.802 9	24.669 8	11.522 3

5 结束语

本文提出了一种基于贝叶斯统计的贝叶斯 ISAR 成像算法,通过建立复高斯噪声信号和 ISAR 复图像的统计模型,利用 ISAR 图像的稀疏特征先验信息基于贝叶斯估计准则建立 ISAR 成像模型,然后利用数值迭代方法求解最优化问题估计误差相位和实现 ISAR 图像的高精度重构。本文方法具有较高的鲁棒性,自聚焦算法不基于任何误差相位的形式,并且在低 SNR 条件下能够取得理想的成像效果。此外,利用 FFT/IFFT 运算和矩阵 Hadamard 乘积操作保证了最优化问题求解的高效性。

参考文献:

- [1] Kaya A, Kartal M. Point scatterer model for RCS prediction using ISAR measurements[C]// *Proc. of the International Conference on Recent Advances in Space Technologies*, 2009:422 - 425.
- [2] Zhang L, Xing M D, Qiu C W, et al. Achieving higher resolution ISAR imaging with limited pulses via compressed sampling[J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2009, 6 (3): 567 - 571.
- [3] Cetin M, Kard W C. Feature-enhanced synthetic aperture radar image formation based on nonquadratic regularization[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2001, 10(4): 623 - 631.
- [4] Sanadi S, Cetin M, Masnadi-Shirazi M A. Sparse signal representation for complex-valued imaging[C]// *Proc. of the Digital Signal Processing Workshop and 5th IEEE Signal Processing Education Workshop*, 2009:365 - 370.
- [5] Bernardo J M, Smith A F M. *Bayesian theory*[M]. New York: Wiley, 1994.
- [6] Chen C C, Andrews H C. Target-motion-induced radar imaging[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1980, 16(1): 2 - 14.
- [7] Ye W, Yeo T S, Bao Z. Weighted least-squares estimation of phase errors for SAR/ISAR autofocus[J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, 37(5): 2487 - 2494.
- [8] Papoulis A, Pillai S U. *Probability, random variables and stochastic process*[M]. New York: McGraw-Hill, 2002.
- [9] Zweig G. Super-resolution Fourier transforms by optimisation, and ISAR imaging [J]. *IEE Proceedings-Radar, Sonar and Navigation*, 2003, 150(4): 247 - 252.
- [10] Deledalle C A, Denis L, Tupin F. Iterative weighted maximum likelihood denoising with probabilistic patch-based weights[J]. *IEEE Trans. on Image Processing*, 2009, 18(12): 2661 - 2672.
- [11] Yothin R, Vo P N, Soontorn O. Complex Gaussian scale mixtures of complex wavelet coefficients[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2010, 58(7): 3545 - 3556.
- [12] Cao P, Xing M D, Sun G C, et al. Minimum entropy via subspace for ISAR autofocus[J]. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2010, 7(1): 205 - 209.
- [13] Kang B, Subbaram H M, Steinberg B D. Improved adaptive beamforming target for self-calibrating a distorted phase array[J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1990, 38(2): 186 - 194.
- [14] Munoz-Ferreras J M, Perez-Martinez F, Datcu M. Generalisation of inverse synthetic aperture radar autofocusing methods based on the minimisation of the Renyi entropy[J]. *IET Radar Sonar & Navigation*, 2010, 4(4): 586 - 594.
- [15] Ji S H, Ya X, Lawrence C. Bayesian compressive sensing[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2008, 56(6): 2346 - 2356.
- [16] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation by wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81(3): 425 - 455.