

证据理论与贝叶斯网络相结合的可靠性分析方法

锁斌^{1,2}, 曾超¹, 程永生¹, 李军¹

(1. 中国工程物理研究院电子工程研究所, 四川 绵阳 621900;
2. 中国工程物理研究院北京研究生部, 北京 100088)

摘要: 针对可靠性分析中存在的认知不确定性问题, 将证据理论引入到贝叶斯网络。给出了存在认知不确定性时故障树向贝叶斯网络的转换方法, 以及基于信任测度和似然测度求解顶事件发生概率的方法。研究了三种重要度的求解方法, 同时提出了一个重要概念——认知重要度, 给出了其实际意义和计算方法。最后, 运用所提出方法对某导弹发动机进行了可靠性分析, 结果表明, 该方法增强了贝叶斯网络处理不确定性信息的能力, 简单有效且可以得到更丰富的信息。

关键词: 可靠性; 可靠性分析; 证据理论; 贝叶斯网络; 认知不确定性

中图分类号: TB 114.3

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.10.39

Reliability analysis based on evidence theory and Bayesian networks method

SUO Bin^{1,2}, ZENG Chao¹, CHENG Yong-sheng¹, LI Jun¹

(1. Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621900, China;
2. Department of Graduate Students, China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China)

Abstract: To deal with epistemic uncertainties in reliability analysis, the implementation of evidence theory in Bayesian networks is studied. The method to convert fault trees to Bayesian networks in epistemic uncertainty condition is proposed, and the probability of top event is calculated by belief measure and plausibility measure of evidence theory. Three importances are solved, and a key concept, epistemic importance, is proposed, which definition and algorithm are given. Finally, with a numerical example, it is shown that the proposed method could enhance the ability of Bayesian networks to deal with uncertainty information in reliability analysis, and could obtain additional information.

Keywords: reliability; reliability analysis; evidence theory; Bayesian networks; epistemic uncertainty

0 引言

近年发展起来的贝叶斯网络技术, 能很好地表达变量的随机不确定性和相关性, 且能进行不确定性推理。贝叶斯网络的推理机制和故障状态的描述和故障树很相似, 但在描述事件的多态性和非确定性逻辑关系方面更具优势, 因此比传统的故障树更适合于可靠性分析^[1]。文献[2-3]讨论了故障树向贝叶斯网络转化的方法, 文献[4-7]讨论了贝叶斯网络在可靠性分析、可靠性评估中的应用。

在实际的可靠性分析过程中, 常常会遇到实验不充分、信息不完整、数据不一致的情况, 此时往往会产生认知不确定性。工程系统内部结构和机理的复杂性以及人的认识上的局限性是认知不确定性产生的根源, 这些不确定性对可靠性分析带来的影响, 有时甚至比系统本身固有的随机不确定性带来的影响更为突出。

因此, 如何增强贝叶斯网络处理认知不确定性的能力, 是一个值得探讨的问题。文献[8]在这方面做了初步的探

索, 提出了证据理论与贝叶斯网络相结合对与门、或门的表示方法, 以及初步的可靠性计算方法。但对于认知不确定性下故障树分析中的其他逻辑门的表示方法、重要度求解等并未进行分析。文献[9]将文献[8]提出的方法应用到配电网可靠性评估中, 取得了较好的效果。本文将在文献[8]研究的基础上, 更为深入地探讨证据理论与贝叶斯网络的结合及其在可靠性分析中的应用。

1 贝叶斯网络简述

贝叶斯网络是一种有向无环图 (directed acyclic graph, DAG), 是表达不确定性和进行推理的有力工具。一个 m 个节点的贝叶斯网络可表示为 $G = ((N, A), D)$, 其中 (N, A) 表示有向无环图, N 为节点的集合, 即 $N = \{N_1, N_2, \dots, N_m\}$; A 为节点间的有向弧的集合, 代表了变量间的关联关系; D 表示与每个节点相关的条件概率分布。节点 N_i 的父节点的集合表示为 $Pa(N_i)$ 。各节点需满足 Markov 独立性条件:

$$p(N_i | N_1, N_2, \dots, N_{i-1}, \zeta) = p(N_i | Pa(N_i), \zeta) \quad (1)$$

收稿日期: 2010-08-30; 修回日期: 2011-01-06。

基金项目: “十一五”行业重点预研项目资助课题

作者简介: 锁斌(1979-), 男, 工程师, 博士研究生, 主要研究方向为不确定性信息处理、系统可靠性分析与评估。E-mail: suo.y.y@163.com

根据贝叶斯公式给出的条件概率定义：

$$P(A | B) = \frac{P(B | A)P(A)}{P(B)} \quad (2)$$

式中, $P(B)$ 为先验概率; $P(A|B)$ 为后验概率; $P(B|A)$ 为似然率。

设 A 为具有 n 个状态 a_1, a_2, \dots, a_n 的变量, 则由全概率公式有

$$P(B) = \sum P(B | A = a_i)P(A = a_i) \quad (3)$$

由式(2)和式(3)可以算出后验概率 $P(A|B)$ 。贝叶斯网络具有双向推理的特性, 不但可以从先验概率推导出后验概率, 即由原因导出结果, 还可以从后验概率推导出先验概率, 即由结果导出原因。这一特性在可靠性分析、故障诊断中有着重要的应用^[10-12]。

2 证据理论的几个重要概念

证据理论在处理认知不确定性方面有独特的能力, 它以 Bayesian 理论的广义化为出发点, 用多值映射得出概率的上下界, 在表达和处理认知不确定性上具有较强的能力^[13]。同时, 由于证据理论可以很好地兼容概率理论, 因此也可以处理随机不确定性。下面介绍几个与本文相关的定义定理, 更多内容可参考文献^[13-15]。

定义 1 设 Θ 为辨识框架, 定义 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, 若 A 表示识别框架 Θ 的任一子集, 记为 $A \subseteq \Theta$, 且满足

$$\begin{cases} m(\emptyset) = 0 \\ \sum_{A \subseteq \Theta} m(A) = 1 \end{cases} \quad (4)$$

则 $m(A)$ 称为事件 A 的基本信任分配函数, 表示证据对 A 的信任程度。

定义 2 设 Θ 为辨识框架, 定义信任测度 $Bel: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, 似然测度 $Pl: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, 使得对 $\forall A \in 2^\Theta$ 且 $A \neq \emptyset$ 有

$$Bel(A) = \sum_{B \subseteq A} m(B) \quad (5)$$

$$Pl(A) = \sum_{B \cap A \neq \emptyset} m(B) \quad (6)$$

并且

$$Bel(A) = 1 - Pl(\bar{A}) \quad (7)$$

定理 1 设 Θ 为辨识框架, Bel 和 Pl 分别是 2^Θ 上的信任测度和似然测度, 则对 $\forall A \in 2^\Theta$ 有

$$Bel(A) \leq Pl(A) \quad (8)$$

根据式(5)和式(6), 可知式(8)成立。式(8)表明, 对于“事件 A 为真”的可信任度测度, $Pl(A)$ 是比 $Bel(A)$ 更乐观的估计, 或者说 $Bel(A)$ 比 $Pl(A)$ 的估计更保守。若以 $P(A)$ 来表示对 $\{A$ 为真”的可信度测度的真值, 则有

$$Bel(A) \leq P(A) \leq Pl(A) \quad (9)$$

由式(9)可以看出, $Bel(A)$ 为对 $P(A)$ 估计的概率下界, 而 $Pl(A)$ 则为概率上界。

3 证据理论对贝叶斯网络的扩展

3.1 认知不确定下贝叶斯网络节点模型

为便于描述, 假设底事件均为二态事件。假定 $E=1$ 表示事件 E 发生, $E=0$ 表示事件 E 不发生。则可靠性分析模

型中的辨识框架为 $\Omega = \{0, 1\}$, 若 $m: 2^\Omega \rightarrow [0, 1]$ 为基本信任分配函数, 则其集幕为

$$2^\Omega = \{m(E = \emptyset) = 0; m(E = \{1\}); m(E = \{0\}); m(E = \{0, 1\})\} \quad (10)$$

基本信任分配函数需满足式(4)的约束。焦元 $\{0, 1\}$ 表示可靠性分析人员不清楚事件 E 发生还是不发生, 表达了认知不确定性。当底事件为 N 态事件时 ($N \geq 2$), 证据理论也可以很方便地表示其所有的状态。

文献[8]采用表格的方式给出了存在认知不确定性时与门、或门的贝叶斯网络节点的表示方法。为便于建模, 沿用故障树事件、逻辑门与贝叶斯网络节点的映射关系, 采用条件概率的表示方式进一步研究其他常用的故障树逻辑门与贝叶斯网络节点的映射关系。

在存在认知不确定性时, 常用故障树逻辑门的贝叶斯网络节点模型如图 1 所示。

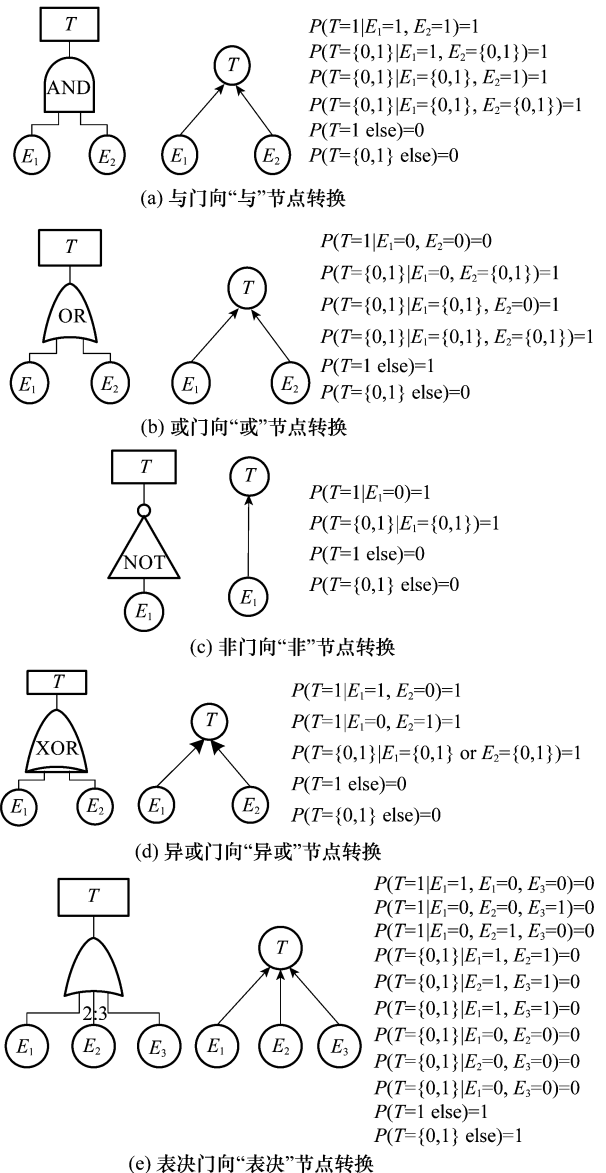


图 1 认知不确定下贝叶斯网络节点模型

3.2 基于证据网络的顶事件发生概率计算方法

由于贝叶斯网络节点间具有条件独立性, 因此在计算顶事件发生概率时不再需要像故障树方法那样单独进行不交化计算和最小割集和路集的求解, 而只需利用联合概率分布直接计算顶事件 T 的发生概率, 即

$$P(T = 1) = \sum_{E_1, \dots, E_{n-1}} P(E_1 = s_1, \dots, E_{n-1} = s_{n-1}, T = 1) \quad (11)$$

式中, 节点 E_i 对应于故障树中的底事件或中间事件; $s_i \in \{0, 1\}$ 表征 E_i 是否发生; n 则表示贝叶斯网络中节点的数量。

当底事件存在认知不确定信息时, 通过贝叶斯网络推理和证据推理组成的证据网络, 不确定性会从底事件向中间事件和顶事件传递。

如图 2 所示, 底事件 E_i, E_j 存在认知不确定性时, 中间节点 M 的发生概率并非是一个定值, 而是一个区间, 其上、下界分别由证据理论的两个测度函数 $Pl(M=1)$ 和 $Bel(M=1)$ 来求得, 实际的发生概率介于两者之间。

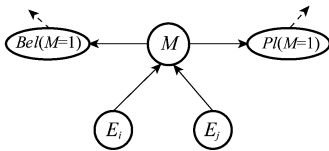


图 2 证据网络中间节点的概率模型

中间节点的状态可由图 1 所示的条件状态表来推理。若以“1”表示事件发生, “0”表示事件未发生, “0_1”表示不确定状态, 则由式(5)和式(6), 根据 M 节点的状态可得 $Bel(M=1)$ 和 $Pl(M=1)$ 的求解方法, 如表 1 所示。

表 1 中间节点的信任概率和似然概率的求解方法

M 节点的状态	$Bel(M=1)$	$Pl(M=1)$
0	0	0
1	1	1
0_1	0	1

由表 1、图 1 和式(11), 通过证据网络推理, 即可求得顶事件发生的信任概率 $Bel(T=1)$ 和似然概率 $Pl(T=1)$, 且有实际发生概率 $P(T=1) \in [Bel(T), Pl(T)]$ 。

3.3 重要度和认知重要度

利用图约减界法、团树推理法、桶形排除法等推理算法^[1], 可以很容易求得贝叶斯网络中底事件 E_i 的三种重要度:

(1) 概率重要度

$$I_i^{Pr} = P(T = 1 | E_i = 1) - P(T = 1 | E_i = 0) \quad (12)$$

(2) 结构重要度

$$I_i^S = P(T = 1 | E_i = 1, P(E_j = 1) = 0.5) - P(T = 1 | E_i = 0, P(E_j = 1) = 0.5), 1 \leq j \neq i \leq N \quad (13)$$

(3) 关键重要度

$$I_i^C = \frac{P(E_i = 1)(P(T = 1 | E_i = 1) - P(T = 1 | E_i = 0))}{P(T = 1)} = \frac{P(E_i = 1)}{P(T = 1)} I_i^{Pr} \quad (14)$$

实际上, 由于认知不确定性的存在, 底事件 E_i 有三种状态, 即 $E_i=1, E_i=0, E_i=\{0, 1\}$ 。除了结构重要度为定值外, 其他两个重要度的表达式中 $P(\cdot)$ 均为区间数。可取 $P(\cdot)$ 为 $Bel(\cdot)$ 和 $Pl(\cdot)$ 的均值, 即

$$P(\cdot) = (Bel(\cdot) + Pl(\cdot))/2 \quad (15)$$

则求得的三个重要度均为定值。

上述方法求解的重要度无法反映出不确定性对系统可靠性的影响, 为此提出“认知重要度”这一概念。认知重要度是底事件的认知不确定性导致顶事件的不确定性的度量指标, 定义为: 设其他底事件认知不确定性为 0 时, 顶事件发生的信任测度和似然测度之差:

$$I_i^{Ep} = Pl(T = 1 | \text{cond.}) - Bel(T = 1 | \text{cond.})$$

$$\text{cond.} : m(E_i = \{0, 1\}) \neq 0, m(E_j = \{0, 1\}) = 0,$$

$$i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n, j \neq i \quad (16)$$

认知不确定性源于对知识的缺乏, 因此也被称为信息差^[16-17]。随着知识的积累和增加, 认知不确定性会逐渐缩小甚至消失。通过求解认知重要度, 可以得出哪个底事件的认知不确定性对系统可靠性的影响最大, 从而有针对性地通过更多的实验、更准确的仿真模型建模等手段减少该事件的不确定性。

4 实例分析

某导弹发动机失效的故障树如图 3 所示。图中给出了发动机点火失效、壳体爆破和壳体烧穿三种失效模式。

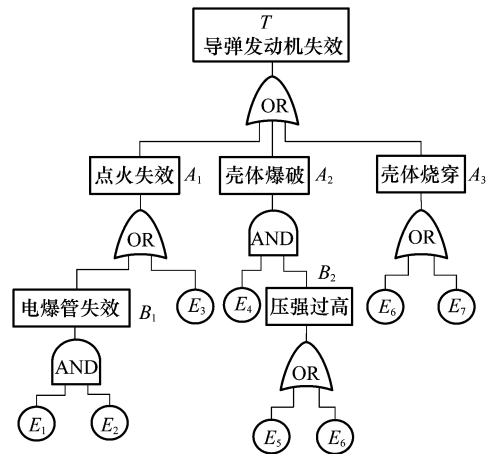


图 3 导弹发动机失效的故障树

由于数据缺失, 底事件 E_6 (包覆层脱粘) 的故障概率未知, 专家估计值为 0.002~0.006 之间。其他底事件的故障概率如表 2 所示。

表 2 计算参数表

底事件	故障概率
E_1 (电爆管 1 失效)	0.008
E_2 (电爆管 2 失效)	0.008
E_3 (点火信号失效)	0.001
E_4 (壳体失效)	0.002
E_5 (药柱裂纹)	0.005
E_7 (密封圈失效)	0.003

采用 MSBNx 推理软件^[18] 建立导弹发动机的贝叶斯网络如图 4 所示。

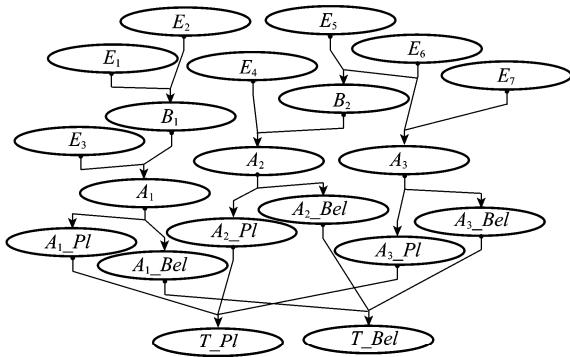


图 4 某导弹发动机的贝叶斯网络

利用本文提出的证据理论与贝叶斯网络相结合的推理方法计算中间节点 A_1, A_2, A_3 及系统失效的信任概率和似然概率,如表 3 所示。

表 3 A_1, A_2, A_3 及系统失效的信任概率和似然概率 %

节点	$Bel(M=1)$	$Pl(M=1)$
A_1	0.106 4	0.106 4
A_2	0.001 4	0.002 2
A_3	0.499 4	0.898 2
T	0.606 3	1.004 6

若底事件 E_6 的不确定性为 0,即 $m(E_6 = \{0, 1\}) = 0, m(E_6 = \{1\}) = 0.004$,则计算结果如表 4 所示。从表 4 可见,信任概率和似然概率相等,此时的算法由不确定性推理演化为精确性推理,具有很好的兼容性。

表 4 E_6 为精确概率时的信任概率和似然概率 %

节点	$Bel(M=1)$	$Pl(M=1)$
A_1	0.106 4	0.106 4
A_2	0.001 8	0.001 8
A_3	0.698 8	0.698 8
T	0.805 4	0.805 4

假设 6 个底事件均为不确定性事件,其失效概率的估计值如表 5 所示,计算各个底事件的三种重要度和认知重要度,如表 6 所示。

从表 6 可以看出,底事件的不确定度和认知重要度的排序并不相同,即底事件的不确定度的大小并不能反映出其对顶事件可靠性的影响。例如, E_5 的不确定度最大,但认知重要度却是最小; E_3, E_7 的不确定度最小,但认知重要度却较大。

表 5 不确定性参数表

底事件	故障概率
E_1 (电爆管 1 失效)	0.006~0.010
E_2 (电爆管 2 失效)	0.006~0.010
E_3 (点火信号失效)	0.001~0.002
E_4 (壳体失效)	0.001~0.005
E_5 (药柱裂纹)	0.003~0.009
E_6 (包覆层脱粘)	0.002~0.006
E_7 (密封圈失效)	0.002~0.003

表 6 重要度计算结果

事件	不确定度	I_i^{Pr}	I_i^{Sr}	I_i^{Cr}	$I_i^{Ep} (\times 10^{-4})$
E_1	0.004	0.007 9	0.046 9	0.008 0	0.317 4
E_2	0.004	0.007 9	0.046 9	0.008 0	0.317 4
E_3	0.001	0.993 4	0.140 6	0.188 2	9.934 2
E_4	0.004	0.005 9	0.046 9	0.002 3	0.238 0
E_5	0.006	0.002 9	0.046 9	0.002 3	0.178 5
E_6	0.004	0.995 9	0.140 6	0.466 9	39.836 8
E_7	0.001	0.994 4	0.140 6	0.332 1	9.944 2

虽然概率重要度和认知重要度的排序相同,但 E_3, E_6 和 E_7 的概率重要度几乎相同,而 E_6 的认知重要度却明显大于 E_3 和 E_7 ,因此 E_6 的认知不确定性对系统可靠性的影响要比 E_3 和 E_7 大很多。从定性的分析来说, E_3, E_6 和 E_7 的概率重要度相近,说明这 3 个底事件对顶事件发生与否的影响程度基本相同。但由表 6 可知, E_6 的不确定度大于 E_3 和 E_7 ,因此 E_6 的认知不确定性对顶事件可靠性的影响应大于 E_3 和 E_7 。认知重要度的计算结果和定性分析的结果相吻合,较好地反映了客观事实。

通过以上分析可知:若要进一步提高系统的可靠性,则需重点提高 E_3, E_6 和 E_7 的可靠性;若要提高系统可靠性分析结果的可信度,则应采用增加实验次数、提高仿真模型准确度等方法重点减小 E_6 的不确定性。

5 结论

存在认知不确定性的可靠性分析中,利用证据推理可建立各种贝叶斯网络逻辑节点的模型。在此基础上,结合贝叶斯网络推理方法,以及证据理论中的信任测度和似然测度,可计算出顶事件发生的概率区间。

通过计算本文提出的认知重要度,可找出对系统可靠性分析结果的可信度影响最大的事件,为有针对性地减少认知不确定性提供了依据。

证据理论增强了贝叶斯网络处理认知不确定性的能力,扩展了其应用。该方法简单有效,且便于程序实现。

参考文献:

[1] Bobbio A, Ciancamerla E, Franceschinis G, et al. Sequential application of heterogeneous models for the safety analysis of a control system: a case study[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2003, 81(3): 269-280.

[2] Boudali H, Dugan J B. A discrete-time Bayesian network reliability modeling and analysis framework[J]. *Reliability Engi-*

- neering & System Safety, 2005, 87(3): 337 - 349.
- [3] Montani S, Portinale L, Bobbio A. Radyban: a tool for reliability analysis of dynamic fault trees through conversion into dynamic Bayesian networks[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, 93(7): 922 - 932.
- [4] Doguc O, Ramirez M, Jose E. A generic method for estimating system reliability using Bayesian networks [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2009, 94(2): 542 - 550.
- [5] Hichem B, Joanne B D. A continuous-time Bayesian network reliability modeling and analysis framework[J]. *IEEE Trans. on Reliability*, 2006, 55(1): 86 - 97.
- [6] 梁家荣, 花仁杰. 评估 STAR 网络可靠性的新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(2): 419 - 422. (Liang J R, Hua R J. New method used for evaluating reliability of STAR networks[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(2): 419 - 422.)
- [7] David M, Martin N, Norman F. Improved reliability modeling using Bayesian networks and dynamic discretization[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2010, 95(4): 412 - 425.
- [8] Simon C, Weber C, Evsukoff A. Bayesian networks inference algorithm to implement Dempster Shafer theory in reliability analysis[J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, 93(7): 950 - 963.
- [9] 赵书强, 程德才, 刘璐. 结合 D-S 证据推理的贝叶斯网络法在配电网可靠性评估中的应用[J]. 电工技术学报, 2009, 24(7): 134 - 138. (Zhao S Q, Cheng D C, Liu L. Reliability evaluation of power distribution system based on D-S evidence inference and Bayesian networks method[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2009, 24(7): 134 - 138.)
- [10] 许丽佳, 王厚军, 龙兵. 基于贝叶斯网络的复杂系统故障预测[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(4): 197 - 201. (Xu L J, Wang H J, Long B. Fault prediction of complex systems based on Bayesian network[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(4): 197 - 201.)
- [11] 厉海涛, 金光, 周忠宝. 基于贝叶斯网络的动量轮可靠性建模与评估[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(2): 484 - 488. (Li H T, Jin G, Zhou Z B. Momentum wheel reliability modeling and assessment using Bayesian network[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2009, 31(2): 484 - 488.)
- [12] 厉海涛, 金光, 周经伦, 等. 贝叶斯网络推理算法综述[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(5): 157 - 161. (Li H T, Jin G, Zhou J L, et al. Survey of Bayesian network inference algorithms[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, 30(5): 157 - 161.)
- [13] Harmance D, Klir G J. Measuring total uncertainty in Dempster Shafer theory: a novel approach[J]. *International Journal of General Systems*, 1997, 22(4): 405 - 419.
- [14] Mohamed A B, Yves D S, Ahmed F, et al. Building a binary outranking relation in uncertain, imprecise and multi-experts contexts: the application of evidence theory[J]. *International Journal of Approximate Reasoning*, 2009, 50(8): 1259 - 1278.
- [15] 叶清, 吴晓平, 翟定军. 一种基于能量函数的证据合成算法[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(3): 566 - 569. (Ye Q, Wu X P, Zhai D J. Combination algorithm for evidence theory utilizing energy function [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(3): 566 - 569.)
- [16] Yakov B H. Uncertainty, probability and information-gaps[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2004, 85(1 - 3): 249 - 266.
- [17] Denys Y, Frank H K, Yakov B H, et al. Detection capacity, information gaps and the design of surveillance programs for invasive forest pests[J]. *Journal of Environmental Management*, 2010, 91(12): 2535 - 2546.
- [18] Carl M K, David H. MSBNx: A component-centric toolkit for modeling and inference with Bayesian networks[R]. Seattle: Microsoft Corporation, 2001.