

# 冲击噪声背景下基于归一化的线性约束特征干扰相消器

李洪涛<sup>1</sup> 贺亚鹏<sup>1</sup> 朱晓华<sup>1</sup> 胡文<sup>2</sup>

(1. 南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 江苏南京 210094;

2. 南京航空航天大学 信息科学与技术学院, 江苏南京 210016)

**摘要:** 针对冲击噪声背景下, 常规波束形成算法性能下降的问题, 本文提出一种适用于任意未知统计特性的代数拖尾冲击噪声环境下的基于归一化的线性约束特征干扰相消器( N-LCEC )算法。该算法在附加线性约束的条件下, 以噪声功率最小化为目标函数; 通过对输入信号进行无穷范数归一化, 使变换信号的二阶统计量在代数拖尾的冲击噪声环境下存在且有界, 然后将自适应权矢量约束于噪声子空间的方法, 提高了波束形成器在冲击噪声背景下的性能。N-LCEC 算法无需噪声特征指数的先验信息, 适用冲击噪声环境更广; N-LCEC 算法具有运算简单, 干扰抑制能力强, 同时保持静态方向图的副瓣特征等优点。仿真结果验证了该算法的有效性和优越性。

**关键词:** 阵列信号处理; 线性约束特征干扰相消器; 分数低阶矩; 冲击噪声

**中图分类号:** TN911.7    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-0530(2011)05-0795-05

## Normalized-LCEC Amid Heavy-Tailed Impulsive Noise of Unknown Statistics

LI Hong-tao<sup>1</sup> HE Ya-peng<sup>1</sup> ZHU Xiao-hua<sup>1</sup> HU Wen<sup>2</sup>

(1. School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China; 2. College of Information Science and Technology, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** To solve the performance degradation of beamformer amid heavy-tailed impulsive noises of unknown statistics, a new beamforming approach to combat the arbitrary unknown heavy-tailed impulsive noises of unknown statistics is presented. The new approach, termed as Normalized-Linearly Constrained Eigencanceler ( N-LCEC ) algorithm, is formulated as one to minimize the noise power of the beamformer's output subject to a pre-specified set of linear constraints. To improving the performance of the beamformer amid heavy-tailed impulsive noise of unknown statistics, the new algorithm put the weighting vector to the noise subspace after the input signal being infinity norm snapshot normalized which to keep the second-order-statistics of the input signal existing and finite. This new N-LCEC algorithm has these advantages: ( 1 ) simpler computationally with a closed-form solution, ( 2 ) needing no prior information nor estimation of the impulsive noise's effective characteristic exponent's numerical value, ( 3 ) applicable to a wider class of heavy-tailed impulsive noises of unknown statistics, and ( 4 ) offering better interference-rejection and low sidelobe. Simulation results demonstrate the validity and superiority of the proposed algorithm.

**Key words:** Array signal processing; Linearly Constrained Eigencanceler; Fractional Lower Order Moments; Impulsive noise

## 1 引言

自适应波束形成技术作为阵列信号处理中一种被广泛使用的工具, 在雷达、声纳、无线通信系统等诸多领域有着广泛的应用。其中, 线性约束最小方差( LC-

MV )算法由于其优良的特性受到广泛的重视。LCMV 算法需要利用接收信号的二阶统计量, 在具有代数拖尾概率密度函数的冲击噪声环境下, 由于代数拖尾比高斯概率密度函数的指数递减拖尾更长, 代数拖尾分布的随机变量只存在有限的  $p$  阶矩( $p < \alpha \leq 2$ , 其二阶及

收稿日期: 2010 年 11 月 19 日; 修回日期: 2011 年 3 月 12 日

基金项目: 航空基金( 2009ZCS2038 ); 南京理工大学自主科研专项计划资助项目( 2010ZYTS028 ); 南京理工大学科研启动基金资助( 2010ZDJH05 )

二阶以上统计量都不存在,错误地将这类冲击噪声假设成高斯分布会使算法的性能严重下降。因此,LCMV 算法不适用于代数拖尾冲击噪声环境中。

针对冲击噪声环境下的波束形成问题,文献[1]提出最小分数低阶矩(FLOM)无失真响应波束形成算法;文献[2]提出基于 FLOM 的自适应线性约束波束形成算法;文献[3]提出最小分数低阶功率无失真响应波束形成算法。然而,所有基于 FLOM 的算法都必须假设噪声的特征指数  $\alpha$  大于算法的分数阶数  $p$ ,这就需要具有  $\alpha$  的先验信息或估计值,这在实际应用中通常不可能得到或者需要付出计算代价并且可能存在误差。文献[4,5]利用几何功率,提出适用于任意代数拖尾冲击噪声的基于对数矩的波束形成算法。然而这类算法与基于 FLOM 算法一样,当噪声模型与假设的模型发生偏差时,性能迅速下降。

本文提出一种基于归一化的线性约束特征干扰相消器(N-LCEC)算法则可以解决上述问题。N-LCEC 算法通过对输入信号进行无穷范数归一化后,将自适应权矢量约束于噪声子空间的方法,提高了波束形成器在冲击噪声背景下的性能,且适用于任意分布噪声模型。

## 2 信号模型

考虑具有  $N$  个阵元且间距为  $d$  的均匀线阵,各阵元均为全向阵元,  $M$  个远场窄带非相干信号从方向  $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M)$  入射到阵列,则阵列接收数据  $\mathbf{x}$  可以表示为:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{As}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  和  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$  分别为  $t$  时刻的阵列观测矢量和信号观测矢量; $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)]$  为阵列流形矩阵; $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), n_2(t), \dots, n_N(t)]^T$  为  $t$  时刻独立同分布的噪声矢量。 $\mathbf{a}(\theta_m) = [1, e^{j2\pi d \sin(\theta_m)/\lambda}, \dots, e^{j2(N-1)\pi d \sin(\theta_m)/\lambda}]^T$  为  $\theta_m$  方向信号的导向矢量。

假设信号与噪声互不相关,则阵列的输出为:

$$\mathbf{y}(t) = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{x}(t) \quad (2)$$

其中  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]^T$  为阵列加权矢量。

阵列输出总功率率为:

$$E\{\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)\} = \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{R}_x \boldsymbol{\omega} \quad (3)$$

其中  $E\{\cdot\}$  表示数学期望,  $\mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\}$  是阵列输入信号的协方差矩阵。

## 3 基于归一化的线性约束特征干扰相消器

### 3.1 线性约束特征干扰相消器

利用线性约束特征干扰相消器(LCEC)<sup>[6]</sup>进行波

束形成:

$$\begin{cases} \min \boldsymbol{\omega}^H \boldsymbol{\omega} \\ \text{s.t. } \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{C} = \mathbf{f}^H \\ \boldsymbol{\omega}^H \mathbf{U}_s = \mathbf{0} \end{cases} \quad (4)$$

其中  $\mathbf{C}$  是  $N \times R$  维的约束矩阵,  $\mathbf{f}$  是对应的  $R \times 1$  维的约束响应矢量,  $\mathbf{U}_s, \mathbf{U}_n$  分别为  $\mathbf{R}_x$  的干扰子空间和噪声子空间的矩阵表示,即  $\mathbf{R}_x = \mathbf{U}_s \mathbf{A}_s \mathbf{U}_s^H + \mathbf{U}_n \mathbf{A}_n \mathbf{U}_n^H$ ,  $\mathbf{A}_s, \mathbf{A}_n$  为对角矩阵,  $\mathbf{A}_s$  的对角元素为  $\mathbf{U}_s$  中特征向量对应的大特征值,  $\mathbf{A}_n$  的对角元素为  $\mathbf{U}_n$  中特征向量对应的小特征值<sup>[6]</sup>,且  $\mathbf{I} = \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H + \mathbf{U}_s \mathbf{U}_s^H$ 。

求解式(4),得到 LCEC 加权矢量为:

$$\boldsymbol{\omega}_{LCEC} = \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (5)$$

传统的 LCEC 算法是基于二阶统计量发展而来的,而在代数拖尾的冲击噪声环境下,信号的二阶统计量  $\mathbf{R}_x$  不存在,因此传统的 LCEC 算法不能适用。

### 3.2 本文算法的提出

本文提出基于归一化的线性约束特征干扰相消器(N-LCEC)算法,算法在 LCEC 结构中用归一化采样信号来代替原始采样信号,归一化采样信号定义为瞬时自适应无穷范数快拍归一化信号<sup>[7]</sup>,无穷范数快拍归一化后信号的二阶统计量在代数拖尾的冲击噪声环境下可以证明是存在且有界的<sup>[8]</sup>,因此,N-LCEC 算法可以应用于任意代数拖尾的冲击噪声环境下。

用  $\mathbf{x}(t)$  表示瞬时自适应无穷范数快拍归一化信号<sup>[9]</sup>,其表达式为:

$$\mathbf{x}(t) = \frac{\mathbf{x}(t)}{\max\{|x_1(t)|, \dots, |x_N(t)|\}} \quad (6)$$

则经过归一化的信号协方差矩阵为:

$$\boldsymbol{\Omega} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}(t)^H\} \quad (7)$$

对  $\boldsymbol{\Omega}$  进行特征分解,得:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{V}_s \mathbf{A}_s \mathbf{V}_s^H + \mathbf{V}_n \mathbf{A}_n \mathbf{V}_n^H \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{V}_s, \mathbf{V}_n$  分别为  $\boldsymbol{\Omega}$  的干扰子空间和噪声子空间的矩阵表示,则 N-LCEC 算法的加权矢量为:

$$\boldsymbol{\omega}_{N-LCEC} = \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n^H \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{V}_n \mathbf{V}_n^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} \quad (9)$$

在实际情况中,瞬时自适应无穷范数归一化阵列自相关函数  $\boldsymbol{\Omega}$  是未知的,需要通过自适应迭代算法获得。本文采用采样协方差矩阵求逆算法(SMI)对权系数进行迭代,该算法可得到最大信噪比(SINR)意义上的最优权值<sup>[10]</sup>,且收敛速度快。权系数通过  $M$  次快拍数据估计得到:

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{x}_m \mathbf{x}_m^H \quad (10)$$

对  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$  进行特征分解,得:

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\mathbf{V}}_s \hat{\mathbf{A}}_s \hat{\mathbf{V}}_s^H + \hat{\mathbf{V}}_n \hat{\mathbf{A}}_n \hat{\mathbf{V}}_n^H \quad (11)$$

因此, 基于 SMI 自适应算法的 N-LCEC 算法的加权矢量为:

$$\boldsymbol{\omega}_{N-LCEC} = \widehat{\mathbf{V}}_n \widehat{\mathbf{V}}_n^H \mathbf{C} \left( \mathbf{C}^H \widehat{\mathbf{V}}_n \widehat{\mathbf{V}}_n^H \mathbf{C} \right)^{-1} \mathbf{f} \quad (12)$$

与基于 FLOM 的波束形成算法只适用于  $S\alpha S$  型冲击噪声不同, N-LCEC 算法没有特定的噪声模型, 因此适用于任意分布噪声。此外基于 FLOM 的波束形成算法在参数  $p < \alpha$  情况下才能适用, 而实际应用中, 往往无法得到冲击噪声的  $\alpha$  的先验信息。N-LCEC 算法可适用于任意分布的冲击噪声模型(如  $\alpha$  稳定分布、稳定高斯混合分布、高斯混合分布、拉普拉斯分布等模型), 其与传统 LCMV 算法的区别是归一化信号的二阶统计量在上述噪声环境中是存在且有界的。

#### 4 仿真及性能分析

本节通过在不同冲击噪声环境下比较 N-LCEC 算法与传统的 LCMV 算法以及基于 FLOM 的 LCMV 算法的性能。所有仿真均为 500 次蒙特卡罗实验的平均, 每次试验中快拍数均为  $N=200$ 。基于 FLOM 的算法我们采用 IRLS( iteratively reweighted least squares ) 算法进行计算, 基于 FLOM 算法的参数  $p=1$ 。

**试验 1** 假设阵列为 32 阵元的等距线阵, 阵元间距  $d=\lambda/2$ 。期望信号方向为  $20^\circ$ , 3 个干扰信号方向分别为  $-10^\circ, 30^\circ$  和  $50^\circ$ , 干扰的干噪比均为  $30\text{dB}$ 。空间噪声为  $S\alpha S$  冲击噪声。

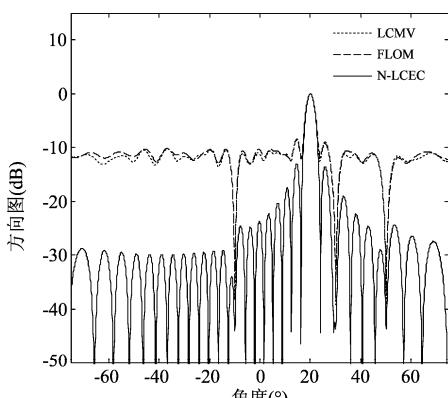


图 1  $S\alpha S$  冲击噪声背景下不同波束形成算法的性能对比图

Fig. 1 Various Beamformers' beam patterns in  $S\alpha S$  noise

图 1 为  $S\alpha S$  冲击噪声背景下传统 LCMV 算法、基于 FLOM 的 LCMV 算法以及 N-LCEC 算法的方向图对比。从图中可以看出, 本文提出的 N-LCEC 算法的方向图与传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LCMV 算法相比, 副瓣电平更低, 平均达到  $-30\text{dB}$ , 且更接近静态方向图的副瓣特征, 而且具有更深的零陷, 零陷深度达  $-45\text{dB}$ 。性能优于传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LC-

MV 算法。

**试验 2** 假设阵列为 32 阵元的等距线阵, 阵元间距  $d=\lambda/2$ 。期望信号方向为  $20^\circ$ , 2 个干扰信号方向分别为  $-20^\circ$  和  $40^\circ$ , 干扰的干噪比均为  $50\text{dB}$ 。空间噪声为稳定-高斯混合噪声。

图 2 为稳定-高斯混合分布冲击噪声背景下传统 LCMV 算法、基于 FLOM 的 LCMV 算法以及 N-LCEC 算法的方向图对比。从图中可以看出, 本文提出的 N-LCEC 算法的方向图与传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LCMV 算法相比, 副瓣电平更低, 平均达到  $-30\text{dB}$ , 且更接近静态方向图的副瓣特征, 而且具有更深的零陷, 零陷深度达  $-55\text{dB}$ 。性能优于传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LCMV 算法。

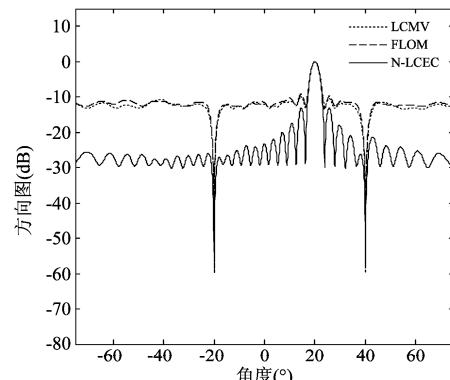


图 2 稳定-高斯混合分布冲击噪声背景下不同波束形成算法的性能对比图

Fig. 2 Various Beamformers' beam patterns in stable-Gaussian-mixture noise

**试验 3** 假设阵列为 32 阵元的等距线阵, 阵元间距  $d=\lambda/2$ 。期望信号方向为  $20^\circ$ , 3 个干扰信号方向分别为  $-20^\circ, -10^\circ$  和  $35^\circ$ , 干扰的干噪比均为  $20\text{dB}$ 。空间噪声为高斯混合噪声。

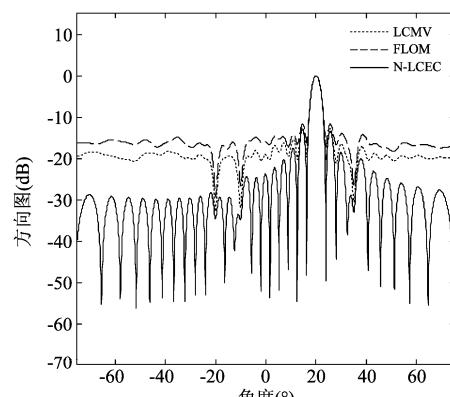


图 3 高斯混合分布冲击噪声背景下不同波束形成算法的性能对比图

Fig. 3 Various Beamformers' beam patterns in Gaussian-mixture noise

图 3 为高斯混合分布冲击噪声背景下传统 LCMV 算法、基于 FLOM 的 LCMV 算法以及 N-LCEC 算法的方向图对比。从图中可以看出,本文提出的 N-LCEC 算法的方向图与传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LCMV 算法相比,副瓣电平更低,平均达到于-30dB,且更接近静态方向图的副瓣特征,而且具有更深的零陷,零陷深度达-50dB。性能优于传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LCMV 算法。

**试验 4** 假设阵列为 32 阵元的等距线阵,阵元间距  $d = \lambda/2$ 。期望信号方向为  $20^\circ$ ,3 个干扰信号方向分别为  $-10^\circ, 30^\circ$  和  $50^\circ$ ,干扰的干噪比均为 30dB。空间噪声为拉普拉斯噪声。

图 4 为拉普拉斯分布冲击噪声背景下传统 LCMV 算法、基于 FLOM 的 LCMV 算法以及 N-LCEC 算法的方向图对比。从图中可以看出,本文提出的 N-LCEC 算法的方向图与传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LCMV 算法相比,副瓣电平更低,平均达到于-30dB,且更接近静态方向图的副瓣特征,而且具有更深的零陷,零陷深度达-32dB。性能远远优于传统 LCMV 算法和基于 FLOM 的 LCMV 算法。

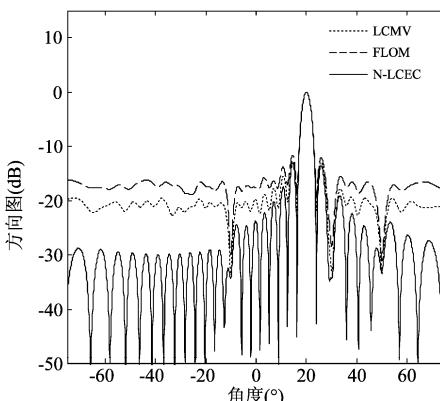


图 4 拉普拉斯分布冲击噪声背景下不同波束形成算法的性能对比图

Fig. 4 Various Beamformers' beam patterns in Laplacian noise

**试验 5** 假设阵列为 32 阵元的等距线阵,阵元间距  $d = \lambda/2$ 。期望信号方向为  $20^\circ$ ,3 个干扰信号方向分别为  $-10^\circ, 30^\circ$  和  $50^\circ$ ,干扰的干噪比均为 50dB。空间噪声为拉普拉斯噪声。

图 5 为拉普拉斯分布冲击噪声背景下文献[8]提出的 LCMNV 算法、文献[7]提出的 MMSNE 算法以及 N-LCEC 算法的方向图对比。从图中可以看出,本文提出的 N-LCEC 算法的方向图与 LCMNV 算法和 MMSNE 算法相比,副瓣电平更低,平均达到于-30dB,且更接近静态方向图的副瓣特征,而且具有更深的零陷,零陷深度达-45dB。性能远远优于 LCMNV 算法和 MMSNE 算

法。

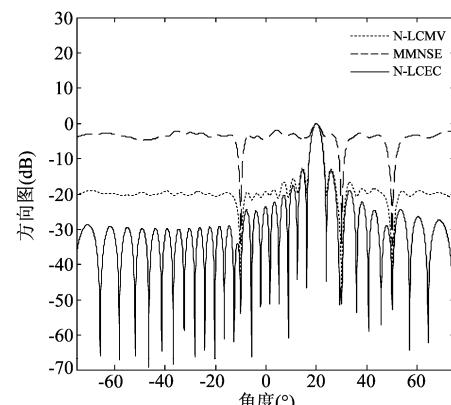


图 5 拉普拉斯分布冲击噪声背景下不同波束形成算法的性能对比图

Fig. 5 Various Beamformers' beam patterns in Laplacian noise

## 5 结束语

本文提出一种 N-LCEC 算法,算法通过将输入信号进行无穷范数归一化后,把自适应权矢量约束于噪声子空间的方法,提高了波束形成器在冲击噪声背景下的性能。N-LCEC 算法适用于任意代数拖尾的冲击噪声环境。N-LCEC 算法具有计算更为简单,不需要噪声特征指数的先验信息或估计,适用于更广的冲击噪声环境,干扰抑制能力更强,副瓣电平更低等优点。

## 参考文献

- [1] Kannan B, Fitzgerald W J. Beamforming in additive  $\alpha$ -stable noise using fractional lower statistics (FLOS)[J]. IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems. 1999, 3:1755-1758.
- [2] Taskalides P, Nikias C L. Robust space-time adaptive processing (STAP) in non-Gaussian clutter environments [J]. IEE Proceedings-Radar, Sonar, Navigation. 1999, 146(2):84-93.
- [3] 何劲, 刘中. 脉冲噪声环境中稳健的自适应波束形成算法[J]. 电子学报. 2006, 34(3):464-468.
- [4] He J, Liu Z. Robust Adaptive Beamforming Method in Impulsive Noise[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(3): 464-468. (in Chinese)
- [5] He J, Liu Z, Wong K T. Linearly constrained minimum "Geometric Power" adaptive beamforming using logarithmic moments of data containing heavy-tailed noise of unknown statistics[J]. IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters. 2007, 6: 600-603.
- [6] 何劲, 刘中. 冲击噪声环境中最小“几何功率”误差波束形成算法[J]. 电子学报. 2008, 36(3): 510-515.
- [7] He J, Liu Z. Minimum "Geometric Power" Error Beamforming Amid Heavy-Tailed Impulsive Noise of Unknown

- Statistics [ J ]. Acta Electronica Sinica, 2008, 36( 3 ): 510-515. ( in Chinese )
- [ 6 ] 王永良, 丁前军, 李荣峰. 自适应阵列处理 [ M ]. 北京: 清华大学出版社, 2009.
- [ 7 ] 顾陈, 何劲, 朱晓华. 冲击噪声背景下基于最小均方归一化误差的波束形成算法 [ J ]. 电子学报, 2010, 38( 6 ): 1-5.
- Gu C, He J, Zhu X H. Minimum mean square “Normalized-Error” Beamforming Amid Heavy-Tailed Impulsive Noise of Unknown Statistics [ J ]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38( 6 ): 1-5. ( in Chinese )
- [ 8 ] He J, Liu Z. Linearly constrained minimum-‘normalised variance’ beamforming against heavy-tailed impulsive noise of unknown statistics [ J ]. IET Radar, Sonar and Navigation, 2008, 2( 6 ): 449-457.
- [ 9 ] 顾陈, 何劲, 王克让, 朱晓华. 任意分布冲击噪声背景下基于ESPRIT的DOA估计方法 [ J ]. 南京理工大学学报(自然科学版), 2009, 33( 6 ): 785-789.
- Gu C, He J, Wang K R, et al. ESPRIT-based Algorithm for DOA Estimation in Arbitrary Distribution Impulsive Noise Environment [ J ]. Journal of Nanjing University of Science and Technology ( Natural Science ), 2009, 33( 6 ): 785-789. ( in Chinese )
- [ 10 ] 刘桂瑜, 廖桂生, 陶海红. 一种样本污染且快拍数有限情况下的稳健的波束形成方法 [ J ]. 电子与信息学报, 2009, 31( 1 ): 192-195.
- Liu Gui-yu, Liao Gui-sheng, Tao Hai-hong. A Robust Beamforming Method in the Situation of Sample Pollution and Limited Snapshots [ J ]. Journal of Electronics & Infor-

mation Technology, 2009, 31( 1 ): 192-195. ( in Chinese )

### 作者简介



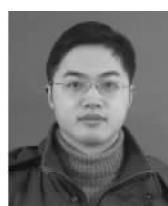
李洪涛(1979-),男,博士生,南京理工大学电子工程与光电技术学院,研究方向是阵列信号处理、自适应信号处理等。  
E-mail:floodlee@126.com



贺亚鹏(1983-),男,博士生,南京理工大学电子工程与光电技术学院,研究方向是高分辨信号处理、自适应信号处理等。  
E-mail:yapenghe@gmail.com



朱晓华(1966-),男,博士生导师,教授,南京理工大学电子工程与光电技术学院。研究方向是雷达系统、高速数字信号处理等。  
E-mail:zxh@mail.njust.edu.cn



胡文(1979-),男,讲师,南京航空航天大学信息科学与技术学院。研究方向是混沌动力学、雷达系统、信号处理等。  
E-mail:huwen@nuaa.edu.cn