

# 基于模糊 $C$ 均值聚类算法与隶属算法的 容差电路软故障诊断

黄 亮 侯建军 骆 丽

(北京交通大学电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘 要:** 在聚类分析与隶属函数的基础上, 提出了一种容差电路软故障诊断的新算法。对于含有容差元件的模拟电路, 由于允许电路参数在一定范围内偏离理想值, 所以很难判断电路是处于正常容差状态, 还是软故障状态。本文首先简述了模糊  $C$  均值聚类算法与模糊控制隶属算法的基本原理。然后通过一个容差电路软故障诊断实例, 以验证本文算法的有效性: 首先确定容差电路的正常状态与软故障状态种类, 对每一种状态进行电路仿真, 获取将来进行聚类分析与故障诊断的样本。然后对采集样本进行聚类分析, 利用模糊  $C$  均值聚类算法将各种状态分类, 并且得到所有状态的聚类中心。最后随机模拟一种电路状态, 利用模糊隶属算法, 计算当前电路状态与各状态聚类中心的隶属度, 判断电路处于哪一种工作状态, 实现容差电路的软故障诊断。实例表明, 本文算法能够准确清晰地辨别容差电路的正常状态与故障状态, 仅需少量样本即可获得各种状态的典型参数, 对容差电路进行客观有效的软故障诊断。

**关键词:** 模拟电路; 故障诊断; 聚类分析; 容差; 模糊  $C$  均值; 模糊控制; 隶属算法

**中图分类号:** TP206+.3    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-0530(2011)04-0624-05

## Soft Fault Diagnosis of Analog Circuits with Tolerance Based on Fuzzy $C$ -means Clustering Algorithm and Membership Algorithm

HUANG Liang HOU Jian-jun LUO Li

(School of Electronic and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** To diagnose the soft fault of analog circuits with tolerance, an innovative arithmetic based on fuzzy  $C$ -means clustering analysis and fuzzy membership function is presented. Because there is the tolerance in analog circuits containing several the tolerance components, such as resistors and capacitors, the parameter of analog circuits with tolerance is permitted to depart the ideal parameter partly. It is very difficult to distinguish the normal tolerance state and the soft fault states. Firstly, the basic theory of fuzzy  $C$ -means (FCM) clustering algorithm and membership algorithm of fuzzy control is summarized. Secondly, a soft fault diagnosis example of analog circuit with tolerance is provided to verify the validity of our algorithm: Firstly, the classes of the normal tolerance state and the soft fault states are defined in analog circuits with tolerance. Multisim software is used to simulate the normal state and the soft fault states of analog circuits with tolerance and get the enough samples that needed by future clustering analysis and fault diagnosis. Secondly, samples are analyzed by clustering algorithm. Fuzzy  $C$ -means clustering algorithm is applied to classify the normal state and the soft fault states of analog circuits with tolerance; clustering centers are obtained by fuzzy  $C$ -means clustering algorithm. Clustering center is the typical parameter of the normal tolerance state and the soft fault states of analog circuit with tolerance. Finally, a random state is simulated in Multisim software. Fuzzy membership algorithm is used to calculate the membership between current state and clustering centers, judge the state of analog circuits with tolerance, diagnose the fault of analog circuits with tolerance. The result shows that this method can classify the normal state and fault states of analog circuits with tolerance accurately, obtain the typical parameter of every state using small samples, diagnose the soft fault of analog circuits with tolerance objectively and effectively.

**Key words:** analog circuit; fault diagnosis; clustering analysis; tolerance; FCM; fuzzy control; membership algorithm

## 1 引言

电路故障诊断是电路研究领域的重要分支。近年来电路故障诊断技术取得了很多研究成果,但是与数字电路故障诊断相比,由于模拟电路的电路响应与元件参数存在容差,电路中存在非线性现象和反馈回路,故障模型比较复杂,模拟电路故障诊断[1-5]技术发展较慢。特别对于含有容差元件的容差电路[1],允许电路参数在一定范围内偏离理想值,很难判断电路是处于正常容差状态,还是故障状态。模拟电路故障可以分为硬故障和软故障。发生软故障的元件或电路并未完全失效,只是参数偏离了容差范围,所以软故障诊断的难度要大大高于硬故障诊断。

模拟电路故障诊断现有的方法有故障字典法[2]、神经网络[3,4]、支持向量机[5]等。这些方法在进行故障诊断之前,都需要大量的故障样本进行测试、学习和训练。随着人工智能[6]的发展,将模式识别技术与数据分析、小波[4]、模糊数学[7]等方法相结合,取得了不错的诊断效果。

聚类分析[8]将一个元素的集合分割成几类,每个类内的元素之间是相似的。聚类分析无需训练样本,通过迭代即可得到各类的聚类中心。模糊C均值(Fuzzy C-means, FCM)[9]聚类算法以模糊理论为基础,是一种相似性的模糊划分,使得被划分到同一类的元素之间相似度最大。

隶属算法[10]是模糊数学的基本概念,是刻画模糊集合的数学表达式。隶属函数可以得到元素对类别的隶属度,隶属度可以是[0,1]区间内的任意值,定量描述了元素对类别的归属程度。

本文在FCM聚类分析与模糊隶属算法的基础上,提出了一种容差电路软故障诊断的新方法。第2节简述了模糊C均值聚类算法。第3节简述了模糊控制的隶属函数算法。第4节是一个容差电路软故障诊断实例,对容差电路的正常状态与故障状态进行聚类分析,将各种状态分类,得到所有状态的聚类中心;利用模糊隶属算法,判断电路处于哪一种工作状态。通过实例表明,该方法能够轻松准确地区分容差电路的正常状态与故障状态,对模拟电路进行客观精确地故障诊断。

## 2 模糊C均值聚类分析

聚类分析是将元素的集合分组成多个类的分析过程。聚类分析是在相似的基础上进行分类,同一个类中的元素有较大的相似性,不同类之间的元素有较大的相异性。

模糊C均值(FCM)聚类算法是目前应用最广泛的聚类分析算法之一。设 $n$ 个元素组成的集合为: $X = \{x_i, i=1, 2, \dots, n\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 。对集合 $X$ 应用FCM聚类算法,可将集合 $X$ 的 $n$ 个元素划分为 $C$ 类,并得到每个类的聚类中心 $C = \{c_j, j=1, 2, \dots, c\} = \{c_1, c_2, \dots, c_c\}$ 。

$\mu_{ij}$ 是元素 $x_i$ 对聚类中心 $c_j$ 的隶属度。 $\mu_{ij}$ 必须满足: $\mu_{ij} \in [0, 1]$ ,且 $\sum_{j=1}^c \mu_{ij} = 1$ 。隶属度可以是[0,1]区间内的任意值,每个元素对全部聚类中心的隶属度之和为1。隶属度的计算公式为:

$$\mu_{ij} = 1 / \left[ \sum_{k=1}^c \left( \frac{d_{ij}}{d_{ik}} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right] = 1 / \left[ \sum_{k=1}^c \left( \frac{\|x_i - c_j\|}{\|x_i - c_k\|} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right] \quad (1)$$

式(1)中的 $m$ 为加权指数, $m > 1$ ,通常取 $1.1 \leq m \leq 5$ 。式(1)中 $d_{ij}$ 为元素 $x_i$ 到聚类中心 $c_j$ 的欧氏距离: $d_{ij} = \|x_i - c_j\|$ 。聚类中心的计算公式为:

$$c_j = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_{ij}^m x_i}{\sum_{i=1}^n \mu_{ij}^m} \quad (2)$$

FCM算法是基于对目标函数的优化,求解最小方差的最优值:

$$J(U, C) = \sum_{j=1}^c \sum_{i=1}^n \mu_{ij}^m d_{ij}^2 \quad (3)$$

FCM算法进行聚类分析的步骤为:

- 步骤1. 给定目标函数的参数:分类数 $c$ 、加权指数 $m$ 、最大迭代次数 $l$ 和阈值 $\varepsilon$ 。
- 步骤2. 初始化隶属矩阵与聚类中心。
- 步骤3. 用式(2)计算 $c$ 个聚类中心。
- 步骤4. 用式(3)计算目标函数。如果 $J$ 小于 $\varepsilon$ ,或新 $J$ 相对于上一次 $J$ 的改变量小于 $\varepsilon$ ,则迭代停止。
- 步骤5. 用式(1)重新计算隶属矩阵 $U$ ,返回到步骤3。

FCM算法思路清晰,不需要大量的训练样本,收敛快,可以快速处理大量数据。而且MATLAB提供了FCM函数,可以使用函数的默认参数,把FCM算法交给计算机完成。FCM的这些优势,使FCM在模式识别领域得到了广泛应用。

## 3 模糊隶属算法

模糊控制是模糊数学的重要分支,模糊控制能够对模糊事物进行精确化描述。模糊集合是模糊控制的数学基础,模糊集合的定义为:设论域为 $U$ , $U$ 的一个模

糊子集为  $A$ 。对于论域  $U$  中的任意元素  $x, \forall x \in U$ , 可以用隶属函数构建一个映射:

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$$

$\mu_A$  称为模糊子集  $A$  的隶属函数, 隶属函数是刻画模糊集合的数学表达式, 是模糊数学的基本概念。 $\mu_A(x)$  称为元素  $x$  对模糊子集  $A$  的隶属度。隶属度可以是  $[0, 1]$  区间内的任意值, 既  $0 \leq \mu_A(x) \leq 1$ 。隶属度定量描述了元素对模糊集合的归属程度。当  $\mu_A(x) = 1$  时, 表示  $x$  完全属于  $A$ ; 当  $\mu_A(x) = 0$  时, 表示  $x$  完全不属于  $A$ ; 当  $0 < \mu_A(x) < 1$  时, 表示  $x$  部分属于  $A$ 。

常见的隶属函数有正态函数、三角函数、矩形函数、上升函数、下降函数等。不同的隶属函数分别适合于不同元件或电路的故障诊断。对于容差元件或容差电路的故障诊断, 如电容、电感与电阻等容差元件构成的容差电路, 可以选用正态函数。图 1 为正态分布隶属函数曲线。

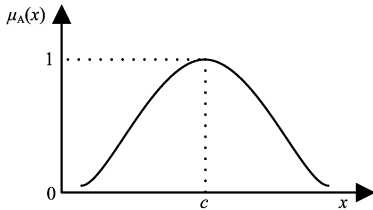


图 1 正态分布隶属函数曲线

Fig. 1 Normal Distribution Curve of Membership Function

图 1 正态分布隶属函数曲线的顶部较为平坦, 当电路参数稍微偏离标准值时, 电路参数位于允许容差范围内, 电路处于无故障状态。当误差逐渐增加, 超出容差范围后, 电路处于故障状态。图 1 对应的正态分布隶属函数为:

$$\mu_A(x) = e^{-\frac{(x-c)^2}{2\sigma^2}} \times 100\% \quad (4)$$

式(4)中有两个参数:  $c$  与  $\sigma^2$ 。 $c$  为正态曲线的中心值,  $\sigma^2$  表征正态曲线的偏差或宽度。为了确定式(4)中参数  $c$  与  $\sigma^2$ , 需要对电路进行分析和计算。为了求取式(4)的参数  $c$ , 需要计算电路参数的理想值。为了求取式(4)的参数  $\sigma^2$ , 需要首先分析电路参数的最大值和最小值。当参数达到极限值时, 设电路状态为 0.01, 由此求得式(4)的参数  $\sigma^2$ 。

## 4 容差电路软故障诊断实例

### 4.1 容差电路与故障模式

图 2 是常见的电源稳压电路。LM317 是三端可调集成稳压器, 输出参考电压  $U_{\text{ref}} = 1.25\text{V}$ 。 $D_1$  与  $D_2$  是为保护 LM317 而设计的保护二极管。电容  $C_1$ 、 $C_2$  与  $C_3$  提高了稳压器的纹波抑制能力。当图 2 稳压电路正常

工作时, 输出电压  $U_0$  为 5V。电源电路的输出电压  $U_0$  的表达式为:

$$U_0 = U_{\text{ref}} \times \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) \quad (5)$$

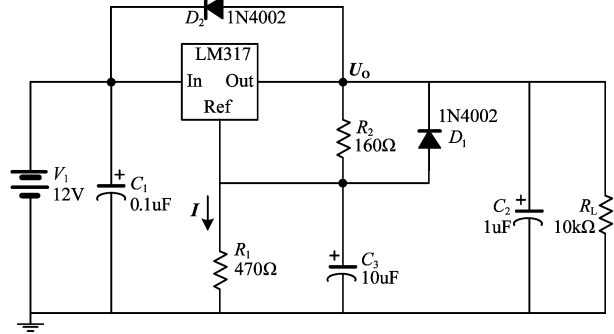


图 2 容差电路

Fig. 2 Analog Circuit with Tolerance

在图 2 电源电路中选择两个测量参数作为诊断参数: 稳压电路的输出电压  $U_0$  与流过电阻  $R_1$  的电流  $I$ 。值得注意的是, 由于电流的测量相对复杂, 在模拟电路故障诊断中, 一般情况下应该尽量选择电压作为诊断参数。但是本例中, 如果选择输出电压  $U_0$  与参考电压  $U_{\text{ref}}$  作为诊断参数, 在  $R_1 \uparrow$  故障与  $R_2 \downarrow$  故障之间、 $R_1 \downarrow$  故障与  $R_2 \uparrow$  故障之间, 存在故障重叠现象, 将无法获得正确诊断。所以只能把稳压电路的输出电压  $U_0$  与流过电阻  $R_1$  的电流  $I$  作为诊断参数。

设图 2 容差电路共有 5 种电路状态, 如表 1 所示。表 1 的 5 种电路状态包括一个正常容差状态和 4 种软故障状态。由于电阻发生软故障时, 电阻值只是偏离了标称值, 电阻并没有完全失效, 所以容差电路软故障诊断的难度要大于硬故障诊断。

表 1 故障模式

Tab. 1 Fault Sets

编号	电路状态
1	正常状态。阻容元件参数在 $\pm 5\%$ 容差范围内。
2	电阻 $R_1 \uparrow$ 软故障。 $R_1$ 电阻值是标称值的 120% ~ 150%。
3	电阻 $R_1 \downarrow$ 软故障。 $R_1$ 电阻值是标称值的 60% ~ 80%。
4	电阻 $R_2 \uparrow$ 软故障。 $R_2$ 电阻值是标称值的 120% ~ 150%。
5	电阻 $R_2 \downarrow$ 软故障。 $R_2$ 电阻值是标称值的 60% ~ 80%。

### 4.2 FCM 聚类分析

对图 2 电路进行 MULTISIM 仿真, 每种状态随即选取 10 个仿真样本, 共 50 个仿真样本, 作为模糊  $C$  均值聚类分析的样本。用 MATLAB 软件的 FCM 函数对 50 个样本进行聚类分析。式(1-3)中的各参数取值为: 聚

类数  $c=5$ , 加权指数  $m=2$ , 最大迭代次数  $l=100$ , 阈值  $\varepsilon=10^{-5}$ 。图 3 为 FCM 算法对图 2 电路 5 种电路状态的聚类分析结果。

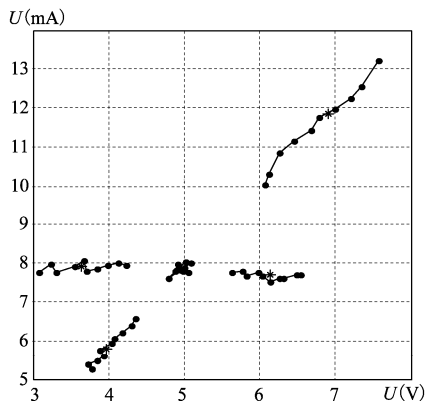


图 3 容差电路 5 种状态的聚类分析

Fig. 3 Cluster Analysis of 5 States in Tolerance Circuit

图 3 的横坐标和纵坐标分别为稳压电路的输出电压  $U_0$  与流过电阻  $R_1$  的电流  $I$ 。在图 3 中, 中间 10 个黑点为正常状态样本, 右方黑点为  $R_1\uparrow$  故障样本, 左方黑点为  $R_1\downarrow$  故障样本, 左下方黑点为  $R_2\uparrow$  故障样本, 右上方黑点为  $R_2\downarrow$  故障样本。

图 3 的聚类分析结果清晰直观, 可见 FCM 算法可以准确的对容差电路的 5 种状态进行聚类分析, 成功率为 100%。并且利用 FCM 函数, 得到了 5 种状态的聚类中心, 如表 2 所示。每一个聚类中心是每种状态的典型值, 可以作为将来进行电路故障诊断的故障字典。

表 2 容差电路 5 种状态的聚类中心

Tab. 2 Cluster Centers of 5 States in Tolerance Circuit

电路状态	$U_0$ 的聚类中心	$I$ 的聚类中心
1. 正常	4.964V	7.869mA
2. $R_1\uparrow$	6.139V	7.706mA
3. $R_1\downarrow$	3.638V	7.901mA
4. $R_2\uparrow$	3.970V	5.787mA
5. $R_2\downarrow$	6.899V	11.85mA

### 4.3 用隶属算法进行故障诊断

下面用隶属算法对图 2 容差电路进行软故障故障诊断。随机模拟一种电路状态, 得到待诊断参数为:  $U_0=5.874, I=8.106\text{mA}$ 。

用式(4)正态隶属函数, 判断该电路处于哪一种状态。式(4)中的参数  $c$  为各状态的聚类中心。按照第 3 节介绍的偏差  $\sigma^2$  计算方法, 建立  $U_0$  与  $I$  的隶属函数

分别为:

$$\mu_A(U_0) = e^{-\frac{(U_0-c_u)^2}{5.43}} \times 100\% \quad (6)$$

$$\mu_A(I) = e^{-\frac{(I-c_i)^2}{7.82}} \times 100\% \quad (7)$$

将待诊断参数代入式(6)和式(7), 得到待诊断参数与各状态聚类中心的隶属度, 如表 3 所示。

表 3 测试点电压与各状态聚类中心的隶属度

Tab. 3 Membership Degree between Voltage of Test Points and Every State

电路状态	$U_0$ 的隶属度	$I$ 的隶属度	总隶属度
1. 正常	85.9%	99.3%	92.6%
2. $R_1\uparrow$	98.7%	98.0%	98.4%
3. $R_1\downarrow$	39.8%	99.5%	69.7%
4. $R_2\uparrow$	51.3%	50.3%	50.8%
5. $R_2\downarrow$	82.4%	16.6%	49.5%

由于图 1 电路中两个测试点对电路状态的表征程度相等, 所以表 3 最后一列的总隶属度为  $U_0$  隶属度与  $I$  隶属度的平均值。

由表 3 的最后一列可见, 总隶属度排序为:  $\mu_2 > \mu_1 > \mu_3 > \mu_4 > \mu_5$ 。由总隶属度排序可知, 当前电路状态对电阻  $R_1\uparrow$  软故障的隶属度最大, 该容差电路处于电阻  $R_1\uparrow$  软故障状态。

## 5 结束语

模糊 C 均值(FCM)聚类算法无需大量样本进行测前训练, 收敛速度快, 可以对容差电路的正常状态与故障状态进行状态分类。利用 MATLAB 提供的 FCM 函数, 可以帮助工程人员轻松使用 FCM 进行电路故障诊断。

对容差电路进行聚类分析, 可以得到各种电路状态的聚类中心。可以将聚类中心作为各电路状态的典型值, 作为将来进行电路故障诊断的故障字典。

将待诊断参数与聚类中心代入模糊隶属算法, 计算待诊断参数与各种电路状态之间的隶属度。利用隶属度排序, 判断当前电路处于何种工作状态, 实现容差电路的软故障诊断。通过实例表明, 该方法能够轻松准确地区分容差电路的正常状态与软故障状态, 对容差电路进行客观精确地故障诊断。

### 参考文献

[1] Peng Wang, Shiyuan Yang. A New Diagnosis Approach for Handling Tolerance in Analog and Mixed-signal Circuits by Using Fuzzy Math [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems Part 1: Regular Papers, 2005, 52 (10): 2118-2127.

- [2] Hagas Stanisaw. Multiple Soft Fault Diagnosis of Nonlinear circuits Using the Fault Dictionary Approach [J]. Bulletin of the Polish Academy of Sciences; Technical Sciences (S0239-7528), 2008, 56(1): 53-57.
- [3] Aminian F, Aminian M, Collins H W. Analog Fault Diagnosis of Actual Circuits Using Neural Networks, IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement [J], 2002, 15(3): 544-550.
- [4] 张维强, 徐晨, 宋国乡. 模拟电路故障诊断的小波包预处理神经网络改进算法[J]. 信号处理, 2007, 23(2): 204-209.  
Zhang Weiqiang, Xu Chen, Song Guoxiang. Two improved neural network algorithms of fault diagnosis for analog circuit based on wavelet packet preprocessing [J]. Signal Processing, 2007, 23(2): 204-209.
- [5] 黄亮, 侯建军, 魏学业, 等. 基于重分类与支持向量机的交流电路故障诊断[J]. 信号处理, 2009, 25(9): 1484-1487.  
Huang Liang, Hou Jianjun, Wei Xueye, et al. AC circuit fault diagnosis based on re-classification and SVM [J]. Signal Processing, 2009, 25(9): 1484-1487.
- [6] Vladimir N Vapnik. An Overview of Statistical Learning Theory [J]. IEEE Transaction On Neural Network (S1045-9227), 1999, 10(5): 988-999.
- [7] Arnold Kaufmann, MM Gupta. Introduction to Fuzzy Arithmetic; Theory and Applications [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1987, 1(1): 141-146.
- [8] Urszula Boryczka. Finding Groups in Data; Cluster Analysis with Ants [J]. Applied Soft Computing, 2009, 9(1): 61-70.
- [9] 田光明, 陈光禔. 基于熵调整模糊 c-均值聚类的时域

能量混合模型[J]. 信号处理, 2005, 21(1): 1-6.

Tian Guangming, Chen Guangju. Time-frequency energy mixture model using fuzzy C-means cluster with entropy regularization [J]. Signal Processing, 2005, 21(1): 1-6.

- [10] 李伟, 黄心汉, 陈曦. 一种基于模式类特征空间统计分布的离散模糊隶属度函数模型[J]. 信号处理, 2004, 20(2): 170-173.

Li Wei, Huang Xinhan, Chen Xi. A model of discrete fuzzy membership function based on statistical distribution of features of pattern [J]. Signal Processing, 2004, 20(2): 170-173.

### 作者简介



黄亮(1978-),男,生于山东临沂,在北京交通大学攻读博士学位。现为北京交通大学电子信息工程学院讲师,主要从事电路设计、人工智能、自动控制等领域的研究。E-mail:huangli@bjtu.edu.cn



侯建军(1957-),男,生于天津市,在北京交通大学取得博士学位。现为北京交通大学电子信息工程学院教授,博士生导师,主要从事非线性电路理论、电子设计、交通信息工程及控制等领域的研究。E-mail:hteacher@126.com



骆丽(1966-),女,生于四川资阳,在北京交通大学取得博士学位。现为北京交通大学电子信息工程学院教授,主要从事微电子学、VLSI设计与IC设计等领域的研究。E-mail:lluo@bjtu.edu.cn