

阵列双稳随机共振在微弱信号检测中的应用研究

莫建文¹ 欧阳缮² 肖海林² 孙希延²

(1. 西安电子科技大学工程学院, 陕西 西安 710071;

2. 桂林电子科技大学信息与通信学院, 广西 桂林 541004)

摘要: 阵列双稳随机共振(stochastic resonance, SR)系统可利用噪声在单个双稳 SR 系统基础上进一步增强微弱信号检测的能力, 为强噪声背景下微弱信号的检测开创了新方法。本文应用阵列双稳 SR 原理进行微弱信号检测的研究, 采用理论和数值仿真相结合, 通过稳态自协方差函数, 分析了阵列双稳 SR 系统输出信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)增益。在此基础上, 分别讨论了阵列噪声、外部噪声及阵列单元数对检测性能的影响。并与单个双稳 SR 检测弱信号进行性能比较, 分析和仿真结果都表明, 在相同条件下, 采用阵列双稳 SR 比采用单个双稳 SR 检测微弱信号性能有较大改善。这些研究结果对于阵列双稳 SR 的进一步发展及应用具有重要意义。

关键词: 微弱信号检测; 随机共振; 阵列双稳随机共振; 信噪比增益

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)05-0755-05

Study on Application of Array Bistable Stochastic Resonance in Weak Signal Detection

MO Jian-wen¹ OUYANG Shan² XIAO Hai-lin² SUN Xi-yan²

(1. School of Electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China;

2. Coll. of Information and Communication, Guilin Univ. of Electronic Technology, Guilin 541004, China)

Abstract: Noise can be used in array bistable stochastic resonance (SR) systems to furtherly enhance the ability of weak signal detection over isolated bistable one. This leads to a new method of weak signal detection from heavy background noise. In this paper, we investigate a method of weak signal detection using array bistable SR theory. By introducing stationary auto-covariance, we study the signal-to-noise ratio (SNR) gain by using both theoretical and numerical arguments. Based on this study, we analyze the effects of array noise, external noise and array sizes on detection performance. Finally we compare the corresponding detection method with the one using isolated bistable SR. Both theoretical analysis and numerical simulation show that the detection performance is much improved by using an array bistable SR than an isolated bistable one under the same conditions. Thus this study is significant for the development of array bistable SR theory and applications.

Key words: weak signal detection; stochastic resonance(SR); array bistable stochastic resonance; signal-to-noise ratio(SNR) gain

1 引言

1981 年 Benzi R 等人在研究古代气象冰川问题时提出了随机共振(stochastic resonance, SR)概念^[1], 之后 SR 现象成为信号处理^[2,3]、物理^[4]、生物^[5]、神经系统^[6]等领域的研究课题。SR 在信号处理方面的研究, 特别是利用双稳 SR 研究弱信号的放大识别具有独特的优势^[7,8]。强噪声干扰下的信号作用于 SR 系统, 信

号与噪声在非线性系统的协调作用下, 会发生噪声能量向信号能量的转移, 产生共振输出, 从而提高系统信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)达到检测弱信号的目的。Mcnamara B 等人首次研究了 SR 系统 SNR 随噪声强度变化的非单调钟形曲线, 并以此作为评判系统是否产生共振的尺度^[9]。此后, SNR 成为判断 SR 系统是否产生共振最常用的度量。SNR 增益定义为输出 SNR 与输入 SNR 的比值。Loerincz K 等人首次理论证明了

收稿日期: 2010 年 9 月 16 日; 修回日期: 2011 年 3 月 17 日

基金项目: 国家 973 计划(2008CB317109); 国家自然科学基金(60972084, 60802018); 广西科学基金(桂科自 099124)资助课题

SR 系统中 SNR 增益可以超过“1”^[12], 随后在研究 SR 中, SNR 增益超过“1”的区域引起了人们的极大兴趣^[10-11]。

近年来, 利用单个双稳 SR 技术研究微弱信号的放大识别很多^[7,8], 该方法能大大提高系统 SNR 增益, 为微弱信号的检测识别带来新的研究思路。人们想在此基础上进一步提高微弱信号的识别能力, 2004 年 Chapeau-Blondeau F 等人提出了阈值饱和型阵列 SR 模型, 该模型的主要特点是在阵列噪声的作用下阵列 SNR 增益与单个的相比可以超过“1”^[13], 即阵列 SR 中阵列噪声起积极作用, 能够从输入信号中吸取更多信息, 以产生最大输出^[14-15]。2006 年, Duan F. 等人提出了阵列双稳 SR 模型^[16], 并于 2008 年进行了初步理论分析^[17], 本文应用该模型进行弱信号检测研究, 采用理论与数值仿真相结合的方法, 进一步分析了阵列双稳 SR 系统 SNR 增益, 并得出了有益的结论。

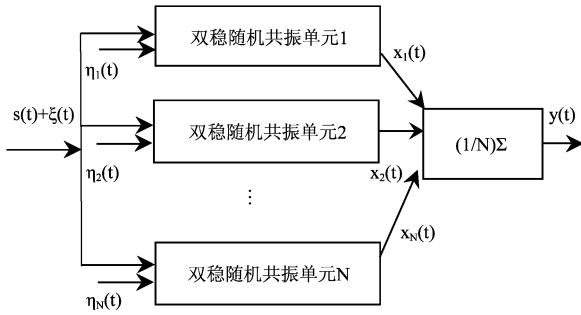


图1 阵列双稳SR模型

Fig. 1 Model of array bistable SR

2 阵列双稳SR与信噪比增益

2.1 阵列双稳SR模型

N 个并联非耦合阵列双稳 SR 模型如图 1 所示, 每个阵列单元的输入都是同一微弱正弦信号和外部噪声的混合信号 $s(t)+\xi(t)$, 这里 $s(t)=A\cos(2\pi ft)$, A 为信号幅度, $\xi(t)$ 是均值为 0, 强度为 D_ξ 的白噪声, 且 $\xi(t)$ 与 $s(t)$ 不相关, 阵列内部噪声 $\eta_i(t)$ (简称阵列噪声) 与输入 $s(t)+\xi(t)$ 不相关, N 个相互独立阵列噪声 $\eta_i(t)$ 的强度为 D_η , 阵列中每个 SR 单元对应的 Langevin 方程为^[16]

$$\begin{aligned} dx_i(t)/dt &= ax_i(t) - bx_i^3(t) + s(t) + \xi(t) + \eta_i(t), \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (1)$$

其中, a, b 为阵列单元 SR 的实参数, $x_i(t)$ 为第 i 个阵列单元的输出信号。阵列双稳 SR 的输出为各个单元输出的算术平均值, 即

$$y(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t) \quad (2)$$

阵列双稳 SR 系统输入 SNR 为

$$R_{in} = \frac{4A^2}{2\pi^2 D_\xi \Delta B} \quad (3)$$

式中, ΔB 为频带宽度。第 i 个阵列单元及阵列双稳 SR 系统输出 SNR 分别为

$$R_i = \frac{|\langle E[x_i(t)] \exp(-j2\pi t/T_s) \rangle|^2}{\langle \text{var}[x_i(t)] \rangle \Delta t \Delta B} \quad (4)$$

$$R_{out} = \frac{|\langle E[y(t)] \exp(-j2\pi t/T_s) \rangle|^2}{\langle \text{var}[y(t)] \rangle \Delta t \Delta B} \quad (5)$$

式中 $E[\dots]$ 为均值, $\text{var}(\dots)$ 为方差, 算子 $\langle \dots \rangle = \int_0^{T_s} \dots dt, T_s$ 为信号周期, Δt 为采样间隔。

由于阵列中的 SR 单元相互独立, 则

$$E[y(t)] = E\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i(t)\right] = E[x_i(t)] \quad (6)$$

因此, 阵列双稳 SR 系统输出的自协方差表示为

$$\begin{aligned} \langle \text{var}[y(t)] \rangle &= \langle E[y(t)y(t)] - E[y(t)]E[y(t)] \rangle \\ &= \langle E[x_i(t)x_j(t)] - E[x_i(t)]E[x_j(t)] \rangle + \\ &\quad \frac{\langle E[x_i(t)x_i(t)] - E[x_i(t)]E[x_i(t)] \rangle}{N} \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $i \neq j$ 且 $i, j=1, 2, \dots, N$ 。

2.2 自、互协方差关系分析及阵列 SNR 增益

由于阵列的非线性特性与外部噪声 $\xi(t)$ 及阵列噪声 $\eta_i(t)$ 相互作用有关, 因此式 (7) 中自协方差函数 $\langle \text{var}[x_i(t)] \rangle = C_{x_i x_i} = \langle E[x_i(t)x_i(t)] \rangle$ 及互协方差函数 $C_{x_i x_j} = \langle E[x_i(t)x_j(t)] \rangle$ 的理论分析很困难, 通过数值仿真可以得出 $C_{x_i x_i}$ 和 $C_{x_i x_j}$ 之间的关系。

信号幅度 $A=0.1$, 信号频率 $f=0.01\text{Hz}$, 频带宽度 $\Delta B=0.01\text{Hz}$, 采样频率为 5Hz , 系统参数 $a=1, b=1$ 。仿真结果如图 2 所示, 其中, 图 2(a) 中曲线 ①、② 分别描述了外部噪声 $D_\xi=0.1$ 时, 自、互协方差随阵列噪声强度变化规律, 图 2(b) 中曲线 ①、② 分别描述了阵列噪声 $D_\eta=0.1$ 时, 自、互协方差随阵列外部噪声强度变化规律。

由图 2 及理论分析知 $C_{x_i x_i}$ 和 $C_{x_i x_j}$ 之间有如下关系: (1) 当阵列噪声为 0 时, 有 $C_{x_i x_j} = C_{x_i x_i}$; 当外部噪声为 0 时, 各个阵列单元由互不相关的噪声作用, 则有 $C_{x_i x_j} = 0$ 。(2) 由图 2(a) 知, 当外部噪声固定不变, $C_{x_i x_j}$ 随阵列噪声 D_η 的增加逐渐减小, 即远离 $C_{x_i x_i}$, 类似反比关系。(3) 由图 2(b) 知, 当阵列噪声固定不变, $C_{x_i x_j}$ 随外部噪声 D_ξ 的增加逐渐变大, 并向 $C_{x_i x_i}$ 逼近。

由上述分析, 可设

$$C_{x_i x_j} = \frac{D_\xi}{D} C_{x_i x_i}, D = D_\xi + D_\eta \quad (8)$$

图 2(a) 和图 2(b) 中曲线 ③ 分别描述了利用式

(8)算出的 $C_{x_i x_j}$ 随阵列内、外噪声变换规律,这两条曲线分别与图 2(a)、2(b)中曲线②变化趋势基本吻合,即验证了式(8)中假设的合理性。

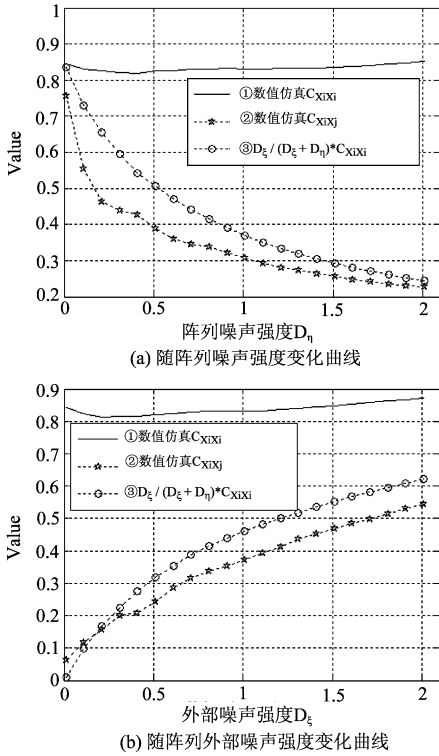


图 2 $C_{x_i x_i}$ 和 $C_{x_i x_j}$ 随阵列内、外噪声变化曲线

Fig. 2 Curves of $C_{x_i x_i}$ and $C_{x_i x_j}$ with internal and external noise density

将式(8)代入式(7)有

$$\langle \text{var}(y_i[t]) \rangle = \langle \text{var}(x_i[t]) \rangle \times \left(\frac{D_\xi}{D} + \frac{D_\eta}{ND} \right) \quad (9)$$

综合式(6)和式(9),可以得到阵列 SNR 增益的表达式为

$$G_{array} = \frac{R_{out}}{R_{in}} = \frac{|\langle E[y(t)] \exp(-j2\pi t/T_s) \rangle|^2}{\langle \text{var}(x_i[t]) \rangle \Delta t} \times \frac{2\pi^2 D_\xi}{4A^2} \times \frac{D}{D_\xi + D_\eta / N} = \frac{G_1 D}{D_\xi + D_\eta / N} \quad (10)$$

式中 $G_1 = \frac{|\langle E[x_i(t)] \exp(-j2\pi t/T_s) \rangle|^2}{\langle \text{var}(x_i[t]) \rangle \Delta t} \times \frac{2\pi^2 D_\xi}{4A^2}$ 为阵列单元的 SNR 增益,由上式知阵列 SNR 增益与阵列内、外噪声强度、阵列单元数及阵列单元 SNR 增益均有关;阵列 SNR 增益与单个的相比,其比值存在大于“1”的区域。

3 SNR 增益的进一步分析

为了更全面研究阵列双稳 SR 检测微弱信号的性

能,分别考察了阵列噪声、外部噪声及阵列单元数 N 对阵列 SNR 增益的影响。取信号幅度 $A=0.1$,信号频率 $f=0.01\text{Hz}$,频带宽度 $\Delta B=0.01\text{Hz}$,采样频率为 5Hz ,系统参数 $a=1, b=1$,图 3 给出了阵列 SNR 增益 G_{array} 随阵列噪声强度 D_η 的变化规律,并同时绘出了 5 种不同外部噪声强度的情况。可以清楚看到,对任意外部噪声强度,均可以通过调谐阵列噪声使阵列 SNR 增益达到某个极大峰值,即阵列 SR 峰值。这一峰值随外部噪声强度的增加先变高后变低。因此,利用阵列双稳 SR 检测微弱信号,都可以通过调谐阵列噪声使系统达到共振,但要使检测性能最佳,则要求外部噪声强度在最优噪声强度区间内。

图 4 给出了信号幅度 $A=0.1$,信号频率 $f=0.01\text{Hz}$,频带宽度 $\Delta B=0.01\text{Hz}$,采样频率为 5Hz ,系统参数 $a=1, b=1$,外部噪声强度 $D_\xi=0.5$ 时,对不同的阵列单元数 N ,阵列 SNR 增益与文献[8]中单个 SR 的比值随阵列噪声强度变化曲线。由图 4 知,随着 N 的增加, G_{array}/G_1 的峰值不断增加,即阵列 SR 较单个 SR 检测微弱信号性能不断改善,但当 N 大于 100 后,性能改善不明显。

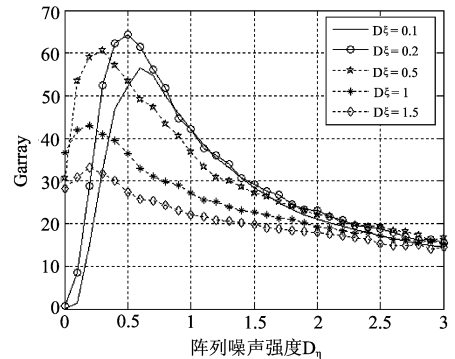


图 3 不同外部噪声强度下,阵列噪声调谐阵列 SR 现象
Fig. 3 Array SR phenomenon tuned by array noise for different external noise density

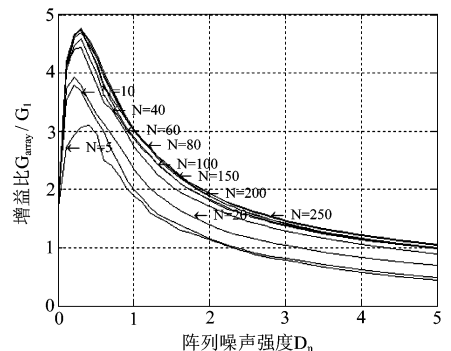


图 4 不同 N 值, G_{array}/G_1 随阵列噪声强度变化曲线
Fig. 4 Curves of G_{array}/G_1 with internal noise density for different values of N

4 数值仿真及性能分析

为了更进一步研究阵列双稳 SR 检测微弱信号的性能,我们以微弱周期信号为实例,进行仿真实验并同文献[8]进行比较。取信号幅度 $A=0.1$, 信号频率 $f=0.01\text{Hz}$, 频带宽度 $\Delta B=0.01\text{Hz}$, 采样频率为 5Hz , 系统参数 $a=1, b=1$, 阵列内部噪声强度 $D_n=0.2$, 阵列单元数 $N=100$ 。图5描述了本文方法同文献[8]方法检测微弱信号的性能比较。从图5可以看出,在外部噪声的最优噪声强度区域内,阵列 SNR 增益比单个 SR 的大得多,两者 SNR 增益的比值存在大于“1”的区域,即采用阵列双稳 SR 比采用单个 SR 检测弱信号性能有较大改善,但随外部噪声强度的增加,阵列双稳 SR 系统性能没有明显的改善,接近单个 SR 系统性能。该数值仿真结果与理论分析结论完全一致。

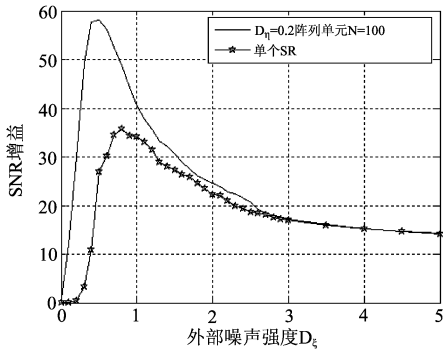


图5 阵列 SR 和单个 SR 检测弱信号的性能比较

Fig. 5 Performance comparison between array SR and isolated one

5 结论

本文研究了应用阵列双稳 SR 技术检测微弱信号的方法,采用理论与数值仿真相结合的方法,分析了阵列双稳 SR 系统 SNR 增益,并进一步分析了阵列噪声,外部噪声及阵列单元数对检测性能的影响,得到如下结论:1)在任意外部噪声强度下,均可以通过调谐阵列噪声,使系统产生阵列 SR 现象;2)阵列 SR 峰高随外部噪声强度的增加先变高后变低;3)阵列信 SNR 益随阵列单元数的增加不断改善,但当阵列单元数达到 100 以上时,性能改善不明显。最后以微弱周期信号为例,进行信号检测并同文献[8]比较,发现在相同条件下,采用阵列双稳 SR 比采用单个双稳 SR 检测微弱信号在很大程度上提高了系统性能。这些研究结果对于阵列双稳 SR 的微弱信号检测应用具有指导意义。

参考文献

- [1] Benzi R, Sutera A and Vulpiani A. "The mechanism of stochastic resonance"[J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1981, 14(11): I453-I457.
- [2] He D, Lin Y, He C, Jiang L. "A Novel Spectrum-Sensing Technique in Cognitive Radio Based on Stochastic Resonance"[J]. IEEE Transactions on vehicular Technology, 2010, 59(4): 1680-1688.
- [3] Jiang L, Huang L, Yang R, Lai Y. "Control of transmission in disordered graphene nanojunctions through stochastic resonance"[J]. Applied Physics Letters, 2010, 96(26): 262114-3.
- [4] Yuri P Kalmykov, Serguey V Titov and William T Coffey. "Spin-size effects in stochastic resonance in uniaxial superparamagnets"[J]. Physical Review B, 2010, 81(17): 172411-4.
- [5] 王宝华, 陆启韶, 吕淑娟. 阈下激励与噪声联合作用下肝细胞系统的内钙时空随机共振问题[J]. 物理学报, 2009, 58(11): 7458-7565.
Wang Bao-hua, Lu Qi-shao, Lü Shu-juan. The spatio-temporal stochastic resonance of calcium in coupled hepatocytes systems affected by subthreshold stimuli and noise [J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(11): 7458-7565. (in Chinese)
- [6] Wang Q, Perc M, Duan Z and Chen G. "Delay-induced multiple stochastic resonances on scale-free neuronal networks"[J], CHAOS, 2009, 19(2): 023112-7.
- [7] 王友国, 吴乐南. 随机谐振在信号接收中的应用研究[J]. 信号处理, 2007, 23(5): 768-770.
Wang You-guo, Wu Le-nan. Application of stochastic resonance in signal reception[J], Signal Processing, 2007, 23(5): 768-770. (in Chinese)
- [8] 叶青华, 黄海宁, 张春华. 用于微弱信号检测的随机共振系统设计[J]. 电子学报, 2009, 37(1): 216-220.
Ye Qing-hua, Huang Hai-ning, Zhang Chun-hua. Design of stochastic resonance systems in weak signal detection [J], Acta Electronica Sinica, 2009, 37(1): 216-220. (in Chinese)
- [9] Mcnamara B and Wiesenfeld K. "Theory of stochastic resonance"[J]. Physical Review A, 1989, 39(9): 4854-4869.
- [10] Chapeau-Blondeau F. "Input-output gains for signal in

- noise in stochastic resonance”[J]. Physics Letters A, 1997, 232(1-2):41-48.
- [11] Cubero D, Casado-Pascual J, Gómez-Ordóñez J, Casado J M, and Morillo M. “Very large stochastic resonance gains in finite sets of interacting identical subsystems driven by subthreshold rectangular pulses”[J]. Physical Review E, 2007, 75(6):062102(1-4).
- [12] Ioerincz K, Gingl Z and Kiss L B. “A stochastic resonator is able to greatly improve signal-to-noise ratio”[J]. Physics Letters A, 1996, 224(1-2):63-67.
- [13] Chapeau-Blondeau F and Rousseau D. “Enhancement by noise in parallel arrays of sensors with power-law characteristics”[J]. Physical Review E, 2004, 70(61): 060101(1-4).
- [14] Blanchard S, Rousseau D and Chapeau-Blondeau F. “Noise enhancement of signal transduction by parallel arrays of nonlinear neurons with threshold and saturation” [J]. Neurocomputing, 2007, 71(1-3): 333-341.
- [15] Chapeau-Blondeau F and Rousseau D. “Noise-aided SNR amplification by parallel arrays of sensors with saturation” [J]. Physics Letters A, 2006, 351(4-5):231-237.
- [16] Duan F, Chapeau-Blondeau F and Abbott D. “Noise-enhanced SNR gain in parallel array of bistable oscillators” [J]. Electronics Letters, 2006, 42(17):1008-1009.
- [17] Duan F, Chapeau-Blondeau F, Abbott D. “Stochastic resonance in a parallel array of nonlinear dynamical ele-

ments”[J]. Physics Letters A, 2008, 372(13):2159-2166.

作者简介



莫建文(1972-),男,广西平南人,西安电子科技大学博士研究生,桂林电子科技大学副教授,主要研究方向为 GPS 信号处理、图像信号处理。

E-mail:jwmo@guet.edu.cn



欧阳缮(1960-),男,江西安福人,桂林电子科技大学副校长、教授,博士生导师,主要研究方向为自适应信号处理、通信信号处理、神经网络理论与应用。

E-mail:hmoys@guet.edu.cn



肖海林(1976-),男,湖北麻城人,电子科技大学博士,桂林电子科技大学副教授,主要研究方向为新一代无线通信天线分集技术、信道建模、信道估计以及信道编码。E-mail:xhl_xiaohailin@163.com



孙希延(1973-),女,山东潍坊人,中科院博士,桂林电子科技大学教授,主要研究方向是 GPS 信号处理。

E-mail:sunxiyan1@163.com