

基于样条插值的非线性滤波器的分析与设计

伍小芹^{1,2} 张宏科¹ 邓家先²

(1. 北京交通大学 电子信息工程学院 100044; 2. 海南大学 信息科学技术学院 570228)

摘要: 在理论分析和实际应用中, 信号分析具有重要的理论意义和实际应用价值。非平稳信号的分析及处理一直是学术和工程界关注的热点问题之一。由于传统数据分析方法受线性或者平稳性假设的限制, 无法有效地应用于图像处理、语音处理及雷达信号处理等实际应用中。本文通过对非线性、非平稳数据的建模, 研究了适合非平稳数据分析的经验数据分解算法。建立了可行的经验数据分解滤波器的设计准则, 并利用三次样条插值预测滤波器的参数。使用超光谱图像数据进行测试分析, 在一次经验数据分解后, 分析了高频子带数值在规定范围内的概率分布及相应的熵值。实验结果表明: 经验数据分解算法产生的高频系数在 0 附近更集中, 这对图像压缩有利, 从而证明经验数据分解是一种对非平稳数据有效的分析方法。

关键词: 经验数据分解; 滤波器设计; 非平稳数据分析; 三次样条插值

中图分类号: TN957.5, TN919.81 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)06-0901-05

Analysis and Design of Non-linear filters Based on Cubic Spline Function

WU Xiao-qin^{1,2} ZHANG Hong-ke¹ DENG Jia-xian²

(1. Electric Information Engineering College, Beijing Jiaotong University, 100044, China;

2. Information Science and Technology College, Hainan University, 570228, China)

Abstract: Signal analysis has important theoretical and practical application. Non-stationary signal analysis and processing is one of the hot topics in the scientific and engineering research area. Because of the limit of linearity and stationarity assumption, the traditional methods can not be effectively used in image processing, speech processing and radar signal processing. A model suiting for non-linear and non-stationary is established. The empirical data decomposition algorithm is discussed. A suitable design criteria is established. The use of cubic spline functions to predict the parameters of the predictive filter is discussed. Making a test on spectrum image data with empirical data decomposition. The system is simulated in Matlab. The probability distribution of the samples in high-frequency subbands whose values are within the specified range and the corresponding entropy are analyzed through simulation. The results show that the high-frequency coefficients produced by empirical data decomposition algorithm is more concentrated than those of 5/3 wavelet and 9/7 wavelet, which are useful to image compression, and also proved empirical data decomposition is an effective analysis method for non-stationary image data.

Key words: Empirical Data Decomposition; filter design; Non-stationary Data Analysis; Cubic Spline Function

1 引言

信号分析在数据压缩等方面具有及其重要的意义,尤其是对非平稳数据有效的分析方法更是学术和工程界关注的热点问题之一。由于传统数据分析方法受线性或者平稳性假设的限制,无法有效地应用于图像处理、语音处理及雷达信号处理等实际应用中。

小波变换是非平稳数据分析的有效方法之一^[1-2], 适合分段平稳的数据分析,在信号分析方面得到广泛

应用。但是小波变换要求待分析数据是分段平稳的;小波滤波器的参数与待分析数据之间没有必然联系,不能根据数据变化规律对常数进行调整,这些特性限制了小波滤波器在实际工程中的应用,或者难以取得理想的分析结果。针对小波滤波器不足,许多学者在滤波器设计方面进行了进一步研究,实现了滤波器参数的自适应选择,取得了相应的研究成果。这些自适应设计方法有的是 IIR 滤波器,有的是对原有滤波器的改进^[3-4]。

经验模式分解是一种有效的非平稳数据分析方法^[5-7],在缓慢变化特征提取、去噪等方面十分有效,但是经验模式分解要求在整个数据集中,极值点和过零点的数量相等,或者相差一个;局部极大值和极小值包络定义的均值为0,这种要求对一般的数据而言是不合适的。更为重要的是其筛选过程十分复杂,所以经验模式分解使用范围有限,但是十分适合从已调信号中提取数据的主要变化规律。

针对非分段平稳数据,我们提出了经验数据分解算法^[8-10]。提出了数据分解的分解和综合结构,并采用优化设计对预测滤波器参数进行了预测,对经验数据分解在数字图像压缩中的应用也做了初步讨论。本文对经验数据分解算法进行了更深入研究,并讨论了如何利用三次样条插值预测滤波器的参数。在满足信号准确重建各分析滤波器应满足的条件的前提下,可根据需要选择低通滤波器,将观测数据分解成小区域,对小区域的均值进行三次样条插值,从而得出预测滤波器的参数。使用超光谱图像数据进行测试分析,在一次经验数据分解后,研究了子带 LH、子带 HL 和子带 HH 中数值(即偶数样点的误差)位于 $[-100, 100]$ 范围内的点的概率分布,并与 JPEG2000 中的 5/3 小波算法和 9/7 小波算法对应子带样点的概率分布进行了比较,结果表明经验数据分解算法产生的高频系数在 0 附近更集中,相应的熵值也表明了该特点,这对图像压缩有利。下面首先介绍经验数据分解滤波器的设计准则,给出在完全重构条件下滤波器组中各参数满足的关系。

2 经验数据分解滤波器设计准则

经验数据分解的分析滤波器结构如图 1 所示,输入信号 $x(n)$ 经过低通滤波器 $a(n)$ 和下 2 采样后得到低频分量 $y(n)$,低频分量能够反映数据变化的主要规律。 $y(n)$ 经过预测滤波器 $b(n)$ 得到输入信号偶分量的预测值,产生误差 $e(n)$,从而实现观测数据的分析。

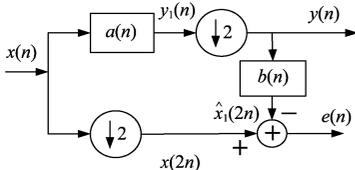


图1 分析滤波器结构

Fig. 1 the structure of analysis filter

一个两通道滤波器组如图 2 所示,由分析滤波器组和综合滤波器组组成^[11-14]。比较图 1 和图 2,可以将图 1 中的两个滤波器等效为图 2 中的分析滤波器组,即

$$\begin{aligned} H_0(z) &= A(z) \\ H_1(z) &= 1 - A(z)B(z^2) \end{aligned} \quad (1)$$

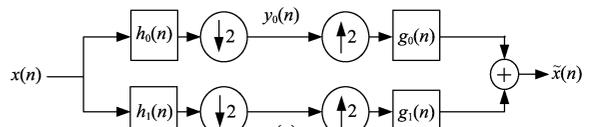


图2 一般滤波器结构

Fig. 2 the structure of general filter

数据完全重构应当满足

$$\begin{aligned} H_0(-z)G_0(z) + H_1(-z)G_1(z) &= 0 \\ H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z) &= 2cz^{-n_0} \end{aligned} \quad (2)$$

将公式(1)代入公式(2),整理得到

$$\begin{aligned} A(-z)G_0(z) + (1 - A(-z)B(z^2))G_1(z) &= 0 \\ A(z)G_0(z) + (1 - A(z)B(z^2))G_1(z) &= 2cz^{-n_0} \end{aligned} \quad (3)$$

对应的矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} A(-z) & 1 - A(-z)B(z^2) \\ A(z) & 1 - A(z)B(z^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2cz^{-n_0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

在实际工程应用中,在保证准确重建的条件下,希望所设计的滤波器组中所有的滤波器是 FIR 的。当 $G_0(z)$ 和 $G_1(z)$ 为 FIR 滤波器时, $\det W = A(-z) - A(z)$ 必须满足

$$\det W = 2cz^{-l}, l \text{ 取整数} \quad (5)$$

从而求得

$$\begin{bmatrix} G_0(z) \\ G_1(z) \end{bmatrix} = \frac{2z^{-n_0}}{\det W} \begin{bmatrix} A(-z)B(z^2) - 1 \\ A(-z) \end{bmatrix} \quad (6)$$

从公式(6)可以看出,当 $A(z)$ 和 $B(z)$ 为 FIR 滤波器时, $G_0(z)$ 和 $G_1(z)$ 是否为 FIR 与 $B(z)$ 关系不大,只需合理选择 $A(z)$ 即可,使得我们可以灵活地设计 $B(z)$ 以满足实际需要。

3 分析滤波器的设计

对于非平稳数据 $x(n)$,选择表 1 所示的分析低通滤波器,有 $\det W = A(-z) - A(z) = -z^{-1}$,满足公式(5),能保证 $G_0(z)$ 和 $G_1(z)$ 为 FIR 滤波器,其中 $G_1(z)$ 的系数容易由公式(6)直接得出,列于表 1 中。在图 1 中, $a(n)$ 为低通滤波器, $y(n)$ 是对输入数据 $x(n)$ 进行低通滤波得到的,代表了局部范围内输入数据的加权平均值,反映了具有缓慢变化的、非平稳观测数据主要变化规律。 $y(n)$ 经过预测滤波器 $b(n)$ 得到输入信号偶分量的预测值,产生误差 $e(n)$,从而实现观测数据的分析。

现在的任务是根据给定数据 $x(n)$,选择合适的预测滤波器常数 $b(n)$,即设计分析高通滤波器实现对已知的观测数据的分解。由于数据是非平稳的,本文利用三次样条插值对数据变化规律进行描述。

表3 分析高通滤波器和综合低通滤波器的系数

Tab.3 the coefficients of analysis high-pass filter and synthesis low-pass filter

n	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$h_1(n)$	0	0.0101	0.0203	0.9453	-0.1297	-0.2781	-0.4265	-0.1953	0.0360	0.0180
$g_0(n)$	-0.0203	0.0406	-1.8906	-0.2594	0.5563	-0.8531	0.3906	0.0719	-0.0360	0

4 仿真及结论

采用一级分解,选择6幅超光谱图像,分别使用本文介绍的经验数据分解算法和 db5/3 小波算法以及 db9/7 小波算法分别对这些图像进行分解,研究一次分解后子带 LH、子带 HL 和子带 HH 中数值(即偶数样点的误差)位于 $[-100, 100]$ 范围内的点的概率分布(以其中一幅光谱图像的数据为例),如图4所示,并计算相应的熵值,如表4所示。用经验数据分解算法和 db5/3 小波算法以及 db9/7 小波算法对 Lena 图像进行一级分解,得到图5。

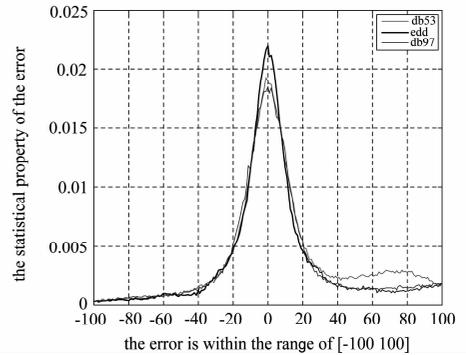
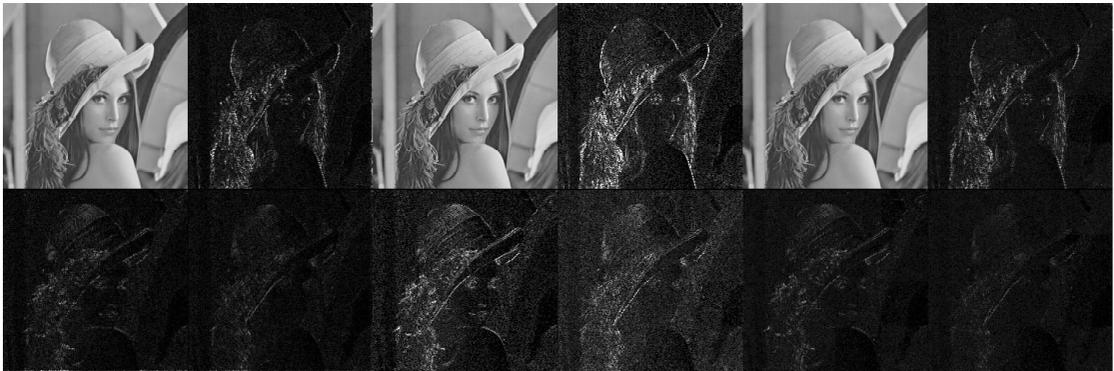


图4 三种分解算法的固定范围内的概率分布
Fig.4 The probability distribution in the specified range by three decomposition methods



(a) 经验数据分解
(a) empirical data composition

(b) 5/3小波分解
(b) 5/3 decomposition

(c) 9/7小波分解
(c) 9/7 decomposition

图5 三种算法对 lena 图像的一次分解结果

Fig.5 the decomposition result of three algorithm to lena image

表4 高频子带确定范围的熵比较(单位: bpp-bit per pixel 比特/像素)

Tab.4 the entropy comparison of high-frequency sub-bands in the specified range

图像	本文算法	Db5/3 小波算法	DB9/7 小波算法
Test1	0.0065	0.0159	0.0087
Test2	0.0027	0.0079	0.0032
Test3	0.0085	0.0187	0.0064
Test4	0.006	0.0142	0.0187
Test5	0.0022	0.0074	0.0045
Test6	0.0014	0.017	0.0024

由仿真数据和图表可知,经验数据分解后高频系数在零附近的集中度比 db5/3 和 db9/7 强些,该结论是与表4的结果一致的,这对图像压缩有利。

综合上文的讨论可得出以下结论:

- (1) 经验数据分解是一种有效的非线性数据分解算法,能够有效描述数据变化规律,可以用于平稳数据分解,但对非平稳数据的分析更有效;相对一般小波滤波器,对非平稳数据具有更好的滤波器效果,从而有利于后续数据处理;
- (2) 讨论了分析、综合滤波器一般结构和基本设计思想,预测滤波器除了要求为 FIR 滤波器之外没有更多的约束,用户可以灵活进行滤波器的设计以满足不同

的应用需求;

(3) 通过三次样条插值方法设计预测滤波器,并对超光谱图像进行分析,仿真结果表明所设计的滤波器能完成所要求的任务,一级分解后高频系数的熵小于JPEG2000中5/3小波和9/7小波相应系数的熵。

在后续的工作中,我们将进一步研究这种数据分解结构在图像压缩中的应用,并与现有的其他数据分解方法进行比较性研究,探讨更为合理的图像压缩算法。

参考文献

- [1] Mallat S G. Multiresolution approximation and wavelet orthonormal bases of $L^2(\mathbb{R})$ [J]. Trans. on American Math. Society, 1989, 315(1):69-87.
- [2] Moreau F, Dominique Gibert. Filtering non-stationary geophysical data with orthogonal wavelets. Geophysical research letters, 1996, Vol. 23, No. 4:407-410.
- [3] M. J. Brenner. Non-stationary dynamics data analysis with wavelet-svd filtering. Mechanical Systems and Signal Processing, 2003, 17 (4), pp. 765-786.
- [4] A. Linderhed, "Adaptive Image Compression with Wavelet Packets and Empirical Mode Decomposition", PhD thesis, Linköping University, Sweden, 2004.
- [5] Anna Linderhed, "Compression by image empirical mode decomposition". In: IEEE. International Conference on Image Processing (ICIP 2005), vol. 1, pp. 553-556.
- [6] A. O. Boudraa, J. C. Cexus, S. Benramdane, and A. Beghadi, "Noise filtering using empirical mode decomposition," in International Symposium on Signal Processing and its Applications (ISSPA), Sharjah, United Arab Emirates, 12-15, February 2007.
- [7] 让晓勇 叶俊勇 郭春华. 基于二维经验模态和均值滤波的图像去噪方法 [J]. 计算机应用, 2008, 28 (11): 2884-2886.
Rang X. Image denoising method based on bidimensional empirical mode decomposition and mean filtering [J]. Computer Applications, 2008, 28 (11): 2884-2886. (in Chinese)
- [8] Deng Jiastian, Wu Xiaoqin. Empirical data decomposition and its applications in image compression [J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2007, Vol. 18, No. 1:164-170.
- [9] Wu Xiaoqin, Kang Yaohong, Zhang Hongke. A new Near-Lossless Image Compression Algorithm [C], 2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, 2007. 5: 2813-2815.

- [10] 伍小芹,张宏科. 基于自适应优化的经验数据分解滤波器的设计 [J]. 信号处理, 2009. 4(25):657-660.
Wu X. Design and implementation of filters in empirical data decomposition [J]. Signal Processing, 2009. 4(25): 657-660. (in Chinese)
- [11] 王建卫,张泽银. 最小延迟 M 带余弦调制小波滤波器组设计 [J]. 信号处理, 2003. 3:242-246.
Wang J. Design of Lowest-Delay M-Band Cosine-Modulated Wavelet Filter Banks [J], Signal Processing, 2003. 3: 242-246. (in Chinese)
- [12] 熊小兵,赵尔沅. FIR 完全重建滤波器组构造双正交小波基 [J]. 通信学报, 1998. 6:26-32.
Xiong X. FIR perfect construction filter banks to construct biorthogonal wavelet [J], Journal on Communications, 1998. 6:26-32. (in Chinese)
- [13] Vaidyanathan P P, Kirac A. Result on optimal bi-orthogonal filter banks [J]. IEEE Trans. on Circuits and Systems II, 1998, 45(8):932-947.
- [14] 王美兰,水鹏朗,廖桂生,王桂宝. 无完全重构约束的两通道自适应 FIR 滤波器组设计 [J]. 电子信息学报, 2005. 4(27):570-573.
Wang M. Design of Two-Channel Signal-Adapted FIR Filterbanks without Perfect Reconstruction Constraints [J], Journal of Electronics & Information Technology, 2005. 4 (27):570-573. (in Chinese)

作者简介



伍小芹 (1975-), 女, 湖北蕲春人, 海南大学副教授, 在职攻读北京交通大学博士学位, 研究方向: 数字图像处理, 计算机信息检索。



张宏科 (1957-), 男, 博士学位。北京交通大学通信与信息工程系教授, 博士生导师。研究方向: 移动互联网的关键技术和新型传感器网络关键技术。



董家先 (1965-), 男, 湖北襄樊人, 毕业于西安电子科技大学, 博士学位。海南大学通信与信息工程专业教授, 硕士生导师。研究方向: 自适应滤波器设计, 数据压缩, 非线性滤波器设计。