

多智能体系统的有限时间跟踪控制

余莹莹, 方华京

(华中科技大学控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 基于领导-跟随者模型研究了多智能体系统的有限时间跟踪控制问题。针对领导者状态是时变的情况, 提出了一类非线性有限时间跟踪控制算法, 在固定网络拓扑结构下, 利用 Lyapunov 有限时间稳定性理论和矩阵理论分析, 得到了该算法使得系统中跟随者状态在有限时间内与领导者状态达到一致的充分条件; 在切换网络拓扑结构下, 提出了一类有限时间跟踪控制算法, 在领导者的状态是时不变的情况下, 给出了该算法使得系统实现有限时间跟踪控制的充分条件。仿真实例验证了所提出两类算法的有效性。

关键词: 有限时间跟踪控制; 领导-跟随者模型; Lyapunov 函数; 多智能体系统

中图分类号: TP 13

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.08.36

Finite-time tracking control for multi-agent systems

SHE Ying-ying, FANG Hua-jing

(Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The finite-time tracking problems of multi-agent systems with leader-follower models are studied. To track a time-varying leader, a nonlinear finite-time tracking control protocol is proposed for multi-agent systems under fixed network topologies. Based on the theory of finite-time Lyapunov stability and matrix theory, the sufficient conditions which guarantee the system to reach a finite-time tracking are obtained. Moreover, for the system under switching network topologies, another tracking control protocol is proposed. The followers can track the time-invariant leader in finite time. Two simulations are presented to illustrate the obtained theoretical results.

Keywords: finite-time tracking control; leader-follower model; Lyapunov function; multi-agent system

0 引言

近年来,多智能体系统的协调控制问题引起了研究人员的极大关注。在多智能体系统中,刻画个体动力学的局部规则可以看作个体的控制器,如何根据局部信息设计合适的控制算法使得系统达到要求的状态,这是控制工程师最感兴趣的问题。1987年,Reynolds^[1]最早提出了一个计算机模型来模拟多个体的群体行为。文献[2]提出了一个简单的离散系统模型来刻画智能体的局部控制规则。此外,很多学者研究了领导-跟随者模型的多智能体系统的跟踪控制问题。Mu等^[3]研究了系统在具有一个领导者时的动态行为。针对具有虚拟领导者的多智能体系统,Jadabaie等^[4]提出了一类跟踪控制算法,并给出了系统实现跟踪的充分条件。Olfati-Saber^[5]采用虚拟领导者引领群体避开环境障碍物来实现系统的避碰与聚集。Hong等^[6]使用邻域状态估计的方法研究了切换网络拓扑结构下的跟踪控制问题。Peng等^[7]使用领导-跟随者模型研究了系统在具有时滞的情况下的跟踪问题。

目前,对于多智能体系统有限时间跟踪控制问题的研

究已经非常成熟,但是大多数跟踪控制算法都是使得系统中跟随者最终渐近的跟踪领导者,实际上系统并不能在有限的时间内实现跟踪。但是很多实际的控制系统要求动态响应快,且在可调的有限时间内达到零跟踪误差,因此有限时间跟踪控制问题具有更强的工程应用背景。本文针对固定和切换网络拓扑结构下的多智能体系统分别提出了两类不同的跟踪控制算法,通过选取合适的 Lyapunov 函数对系统的有限时间跟踪控制进行了分析。

1 预备知识

1.1 图论相关知识

假设多智能体系统中有 n 个智能体,用一个无向图 $G=(V, E, A)$ 来表示智能体之间的信息交换网络拓扑结构。顶点集 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为有限的非空集,图的顶点 v_i 表示智能体 i ; 边集 $E \subseteq V^2$, 图的边 $e_{ij}=(v_i, v_j) \in E$ 表示智能体 i 和智能体 j 可以相互传递信息,即 $e_{ij} \in E \Leftrightarrow e_{ji} \in E$; 加权图的邻接矩阵 $A=[a_{ij}]$ 为对称非负矩阵,其中, $a_{ii}=0$, 当 $i \neq j$ 且 $(v_i, v_j) \in E$ 时, $a_{ij} > 0$ 。智能体 i 的邻接成员用集合 $N_i=\{v_j \in V; (v_i, v_j) \in E\}$ 表示。

收稿日期: 2010-04-12; 修回日期: 2011-05-09。

基金项目: 国家自然科学基金(60874053, 60574088)资助课题

作者简介: 余莹莹(1983-), 女, 博士, 主要研究方向为多智能体系统协调控制。E-mail: sylviasy@sina.com

如果图 G 中两个不同顶点 v_i 和 v_j 存在一条路径时,称 v_i 和 v_j 可达的。当且仅当图 G 的任意两个不同的顶点之间都存在一条路径时,称该图是连通图。

当个体间的通信网络拓扑结构是时变的情况下,通常把这种动态拓扑结构称为切换网络拓扑结构。切换网络拓扑结构可以用动态图 $G(\mathbf{A}(t))$ 来表示, $G(\mathbf{A}(t)) = \{G_1, G_2, \dots, G_q\}$ 是由 n 个智能体组成的所有可能的通信网络拓扑结构图, $q \in \mathbf{R}^+$ 表示图的总数。网络拓扑结构在 $t_i (i=0, 1, 2, \dots)$ 时刻进行切换, 在 $[t_i, t_{i+1})$ 时段内, 通信网络拓扑结构不变。

定义 1^[8] 无向图 G 的 Laplacian 矩阵定义为

$$\mathbf{L}(G) = \mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$$

式中, $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ 是图 G 的度矩阵, 其中 $d_i = \sum_{j \neq i} a_{ij}$ 。显然, \mathbf{L} 是一个对称的半正定矩阵, 且 $\mathbf{L}\mathbf{1} = \mathbf{0}$ 。

1.2 相关引理

这里给出一些需要用到的引理和定义:

引理 1^[9] 对于一个给定无向图 G , \mathbf{L} 为该无向图的 Laplacian 矩阵。若 G 是连通的, 那么 $\mathbf{L}(\mathbf{A})$ 半正定, 且 $\mathbf{L}(\mathbf{A})$ 的特征根满足

$$0 = \lambda_1(\mathbf{L}) < \lambda_2(\mathbf{L}) \leq \dots \leq \lambda_n(\mathbf{L})$$

图 G 的代数连通度等于 $\min_{\xi \neq 0, \mathbf{1}^T \xi = 0} \frac{\xi^T \mathbf{L}(\mathbf{A}) \xi}{\xi^T \xi}$, 即当 ξ 满足 $\mathbf{1}^T \xi = 0$ 时, 有 $\xi^T \mathbf{L}(\mathbf{A}) \xi \geq \lambda_2(\mathbf{L}(\mathbf{A})) \xi^T \xi$ 。

引理 2^[10] 假设函数 $V(t): [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ 是可微的 ($V(t)$ 在零点的导数为右导数), 若

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -KV(t)^\alpha, \quad K > 0; \quad 0 > \alpha > 1$$

那么函数 $V(t)$ 将会在有限时间 $t^* \leq \frac{V(0)^{1-\alpha}}{K(1-\alpha)}$ 内收敛到零点。对于所有 $t \geq t^*$, $V(t) = 0$ 。

引理 3^[10] 给定 $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n \geq 0$ 和 $0 < p \leq 1$, 有

$$\left(\sum_{i=1}^n \xi_i \right)^p \leq \sum_{i=1}^n \xi_i^p \leq n^{1-p} \left(\sum_{i=1}^n \xi_i \right)^p$$

引理 4^[10] 若无向图 $G(\mathbf{A})$ 连通, 对于向量 $\mathbf{b} = [b_1, b_2, \dots, b_n]^T \geq 0, \mathbf{b} \neq \mathbf{0}$, 那么矩阵 $\mathbf{L}(\mathbf{A}) + \text{diag}(\mathbf{b})$ 是正定的。

定义 2^[11] 定义函数 $\text{sign}(r)^\alpha \triangleq \text{sign}(r) |r|^\alpha$, 其中, $r \in \mathbf{R}, \alpha > 0$ 。符号函数 $\text{sign}(r)$ 的定义如下

$$\text{sign}(r) = \begin{cases} 1, & r > 0 \\ 0, & r = 0 \\ -1, & r < 0 \end{cases}$$

可以看出: $\text{sign}(r)^\alpha$ 是关于 r 连续的, 且

$$\frac{d|r|^\alpha}{dr} = (\alpha + 1) \text{sign}(r)^\alpha$$

2 多智能体系统有限时间跟踪控制

本节主要基于领导-跟随者模型研究了多智能体系统的有限时间跟踪控制问题。对于具有 1 个领导者和 n 个跟随者的多智能体系统, 系统中领导者的状态为 $\mathbf{x}_0(t)$, 跟随者的状态为 $\mathbf{x}_i(t) (i=1, \dots, n)$ 。系统中个体的动态模型为

$$\dot{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{u}_i(t) \quad (1)$$

2.1 固定拓扑网络结构下有限时间跟踪控制

针对多智能体系统(1), 当其拓扑网络结构为固定时,

且领导者的状态 $\mathbf{x}_0(t)$ 是时变的情况下, 提出了如下非线性有限时间跟踪控制算法

$$\mathbf{u}_i(t) = -\text{sign} \left[\sum_{j=0}^n a_{ij} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) \right]^\alpha \quad (2)$$

式中, α 为常数且 $0 < \alpha < 1$; $\mathbf{x}_0(t)$ 为一时间函数。 $a_{ij} (i, j = 1, \dots, n)$ 是邻接矩阵 \mathbf{A} 中的第 (i, j) 个元素, 若领导者与跟随者 i 有信息传递时, 那么 $a_{i0} > 0 (i=1, \dots, n)$, 否则 $a_{i0} = 0$ 。

定理 1 考虑具有 1 个领导者和 n 个跟随者的多智能体系统(1), 在跟随者之间的无向通信拓扑结构图 G 连通且至少有一个 a_{i0} 为非零正数时, 算法(2)可以使得系统(1)中跟随者的状态在有限时间内与领导者达到一致, 即 $\mathbf{x}_i(t) \rightarrow \mathbf{x}_0(t)$ 。

证明 定义 $\tilde{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)$, 此时

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_i(t) &= \dot{\mathbf{x}}_i(t) - \dot{\mathbf{x}}_0(t) = \\ &= -\text{sign} \left[\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t)) \right]^\alpha - \dot{\mathbf{x}}_0(t) \end{aligned}$$

使用有限时间跟踪控制算法(2)时, 系统(1)用矩阵表示为

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = -\text{sign}[\mathbf{M}\tilde{\mathbf{x}}]^\alpha - \mathbf{I}\dot{\mathbf{x}}_0(t)$$

式中

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = [\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1(t), \dots, \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_n(t)]^T, \quad \tilde{\mathbf{x}}(t) = [\tilde{\mathbf{x}}_1(t), \dots, \tilde{\mathbf{x}}_n(t)]^T$$

令矩阵 $\mathbf{M} = \mathbf{L}(\mathbf{A}) + \text{diag}(a_{10}, \dots, a_{n0})$, 由于拓扑网络 G 连通, 且至少有一个 a_{i0} 为非零正数, 根据引理 4 可知, 矩阵 \mathbf{M} 为正定矩阵, 并且根据 Laplacian 矩阵 $\mathbf{L}(\mathbf{A})$ 的性质可以得到: \mathbf{M} 是对称矩阵。选取 Lyapunov 函数

$$V(t) = \frac{1}{4} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t))^2$$

显然 $V(t) \geq 0$ 。对 $V(t)$ 进行求导, 有

$$\frac{dV(t)}{dt} = \sum_{i=0}^n \frac{\partial V(t)}{\partial \tilde{\mathbf{x}}_i} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_i =$$

$$- \sum_{i=0}^n \left[\left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\tilde{\mathbf{x}}_j(t) - \tilde{\mathbf{x}}_i(t)) \right)^2 \right]^{\frac{1+\alpha}{2}}$$

由引理 3 得到

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq - \left[\sum_{i=0}^n \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\tilde{\mathbf{x}}_j(t) - \tilde{\mathbf{x}}_i(t)) \right)^2 \right]^{\frac{1+\alpha}{2}}$$

由于 $V(t) \neq 0$, 且 \mathbf{M} 为对称的正定矩阵, 令 $\lambda_1(\mathbf{M})$ 为 \mathbf{M} 最小的特征根, 那么 $\lambda_1(\mathbf{M}) > 0$, 且对于所有 $\xi \in \mathbf{R}^n$, 有 $\xi^T \mathbf{M} \xi > \lambda_1(\mathbf{M}) \xi^T \xi$, 因此

$$\frac{\sum_{i=0}^n \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\tilde{\mathbf{x}}_j(t) - \tilde{\mathbf{x}}_i(t)) \right)^2}{V(t)} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{M}^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{x}}}{\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{M} \tilde{\mathbf{x}}} \geq 2\lambda_1(\mathbf{M})$$

综合上面的分析可以得到

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq - (2\lambda_1(\mathbf{M}))^{\frac{1+\alpha}{2}} V(t)^{\frac{1+\alpha}{2}}$$

根据引理 2 可知, 算法(2)可以使得系统(1)中跟随者在有限时间内跟踪领导者, 其收敛时间

$$t^* = \frac{2V(0)^{\frac{1-\alpha}{2}}}{(2\lambda_1(\mathbf{M}))^{\frac{1+\alpha}{2}} (1-\alpha)}$$

注 1 在定理 1 中的证明中, 也可选取 Lyapunov 函数

$$V(t) = \sum_{i=0}^n \frac{1}{1+\alpha} \left| \sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right|^{1+\alpha}$$

对 $V(t)$ 进行求导,有

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} &= \sum_{i=0}^n \left[\text{sign} \left(\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right) \right] \cdot \\ &\quad \frac{d \left[\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right]}{dt} = \\ &\quad \sum_{i=0}^n \left[\text{sign} \left(\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right) \right] \cdot \\ &\quad \left[\sum_{j=0}^n a_{ij} (\dot{\tilde{x}}_j(t) - \dot{\tilde{x}}_i(t)) \right] = \\ &\quad \sum_{i=0}^n \left[\text{sign} \left(\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right) \right] \cdot \\ &\quad \left\{ \sum_{j=0}^n a_{ij} \left[-\text{sign} \left(\sum_{i=0}^n a_{ji} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right) - \dot{x}_0(t) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left(-\text{sign} \left(\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right) - \dot{x}_0(t) \right) \right] \right\} = \\ &\quad -\text{sign} \left[\left(\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right)^T \right] \cdot \\ &\quad \mathbf{M} \text{sign} \left(\sum_{j=0}^n a_{ij} (\tilde{x}_j(t) - \tilde{x}_i(t)) \right) \end{aligned}$$

经过类似定理 1 的分析可以得到

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq -\lambda_1(\mathbf{M})(1+\alpha)^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}} V(t)^{\frac{2\alpha}{1+\alpha}}$$

此时算法(2)同样使得系统(1)中跟随者在有限时间内跟踪领导者,其收敛时间

$$t^* = \frac{V(0)^{\frac{1+\alpha}{2\alpha}}}{\lambda_1(\mathbf{M})(1+\alpha)^{\frac{1}{1+\alpha}}(1-\alpha)}$$

2.2 切换拓扑网络结构下有限时间跟踪控制

由于通信过程中的节点和节点之间链接的故障,传输过程中信息丢失等原因的存在,个体间的通信网络拓扑结构一般都是时变的,针对切换网络拓扑结构下的多智能体系统(2),当领导者的状态是时不变的情况下,我们提出了如下有限时间跟踪控制算法:

$$\mathbf{u}_i(t) = - \sum_{j=0}^n a_{ij}(t) \text{sign}(\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t))^\alpha \quad (3)$$

式中, α 为常数且 $0 < \alpha < 1$; $a_{ij}(t)$ 为 t 时刻,邻接矩阵 $\mathbf{A}(t)$ 中的元素。

定理 2 考虑具有 1 个领导者和 n 个跟随者的多智能体系统,当跟随者之间的通信网络拓扑结构图 $G(\mathbf{A}(t))$ 在每一时刻都是连通的,且任意时刻至少有一个 a_{i0} 为非零正数时,算法(3)可以使得系统(2)中跟随者的状态在有限时间内与领导者达到一致,即 $\mathbf{x}_i(t) \rightarrow \mathbf{x}_0(t)$ 。

证明 由于领导者的状态 $\mathbf{x}_0(t)$ 是时不变的,那么 $\dot{\mathbf{x}}_0(t) = 0$ 。定义 $\tilde{\mathbf{x}}_i(t) = \mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)$,根据文献[9]的分析可以知道, $\tilde{\mathbf{x}}_i(t)$ 不受拓扑网络结构变化的影响。其中

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}_i(t) = \dot{\mathbf{x}}_i(t) - \dot{\mathbf{x}}_0(t) = - \sum_{j=0}^n a_{ij} \text{sign}(\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t))^\alpha$$

选取 Lyapunov 函数 $V(t) = \sum_{j=0}^n \tilde{\mathbf{x}}_j(t)^2$ 。对 $V(t)$ 求导可

得

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} &= 2 \sum_{i=0}^n \tilde{\mathbf{x}}_i(t) \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_i(t) = \\ &= -2 \sum_{i=0}^n \tilde{\mathbf{x}}_i(t) \left[\sum_{j=0}^n a_{ij} \text{sign}(\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t))^\alpha \right] = \\ &= - \sum_{i,j=0}^n a_{ij}(t) (\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t)) \text{sign}(\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t))^\alpha = \\ &= - \sum_{i,j=0}^n a_{ij}(t) (\tilde{\mathbf{x}}_i(t) - \tilde{\mathbf{x}}_j(t))^{1+\alpha} = \\ &= - \sum_{i,j=0}^n [a_{ij}(t)]^{\frac{2}{1+\alpha}} (\tilde{\mathbf{x}}_j(t) - \tilde{\mathbf{x}}_i(t))^2 \Big]^{\frac{1+\alpha}{2}} \end{aligned}$$

由引理 3 得到

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq - \left[\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)^{\frac{2}{1+\alpha}} (\tilde{\mathbf{x}}_j(t) - \tilde{\mathbf{x}}_i(t))^2 \right]^{\frac{1+\alpha}{2}}$$

令矩阵 $\mathbf{B}(t) = [b_{ij}(t)] \in \mathbf{R}^{n \times n}$, 其中 $b_{ij}(t) = a_{ij}(t)^{\frac{2}{1+\alpha}}$ 。若通信拓扑结构图 $G(\mathbf{A}(t))$ 在每一时刻都是连通的,那么图 $G(\mathbf{B}(t))$ 在每一时刻也是连通的。定义矩阵 $\mathbf{N}(t) = \mathbf{L}(\mathbf{B}(t)) + \text{diag}(a_{10}^{\frac{2}{1+\alpha}}, \dots, a_{n0}^{\frac{2}{1+\alpha}})$, 由于拓扑网络 $G(\mathbf{B}(t))$ 连通,且至少有一个 $a_{i0}^{\frac{2}{1+\alpha}}$ 为非零正数时($a_{i0} \neq 0 \Leftrightarrow a_{i0}^{\frac{2}{1+\alpha}} \neq 0$),根据引理 4 可知,矩阵 $\mathbf{N}(t)$ 为对称的正定矩阵。此时有

$$\frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij}(t)^{\frac{2}{1+\alpha}} (\tilde{\mathbf{x}}_j(t) - \tilde{\mathbf{x}}_i(t))^2}{V(t)} \geq 2\lambda_1(\mathbf{N})$$

式中, $\lambda_1(\mathbf{N}) = \min_{i \geq 0} \lambda_1(\mathbf{N}(t))$ 。由此得到

$$\frac{dV(t)}{dt} \leq - (2\lambda_1(\mathbf{N}))^{\frac{1+\alpha}{2}} V(t)^{\frac{1+\alpha}{2}}$$

此时在给定条件下,系统(1)使用算法(3)可以在有限时间内实现跟踪。

3 仿真算例

这一节给出了多智能体系统(1)有限时间跟踪控制的仿真示例。假设系统中有 1 个领导者 L_0 和 5 个跟随者 $F_1 \sim F_5$,其通信拓扑结构图如图 1 所示。当智能体 j 在智能体 i 的邻域范围内时,其邻接矩阵中的元素 $a_{ij} = 1$, 否则 $a_{ij} = 0$ 。

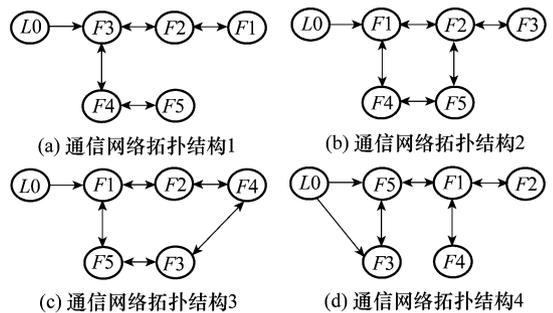


图 1 系统(1)通信网络拓扑结构图

在固定拓扑结构下,选取系统通信拓扑结构图如图 1(a)。当 $\alpha = 0.8$, 初始状态随机给定时,图 2 显示了二维空间中,当领导者 L_0 的状态 $\mathbf{x}_0(t) = \left[2t, \sin\left(\frac{t}{2}\right) \right]^T$ 时,系统(1)使用有限时间跟踪控制算法(2)时的状态轨迹。图 3(a)和

图 3(b) 分别显示了坐标 x 和 y 坐标的跟踪误差, 可以看出系统跟随者的状态在有限时间内与领导者的状态达到一致, 其跟踪误差最终趋于零, 即在有限时间内 $x_i(t) \rightarrow x_0(t)$ 。

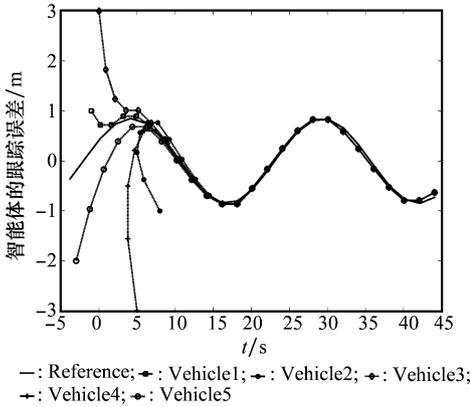


图 2 固定拓扑结构下系统的状态轨迹

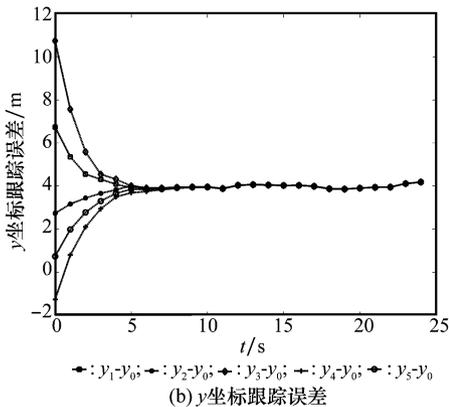
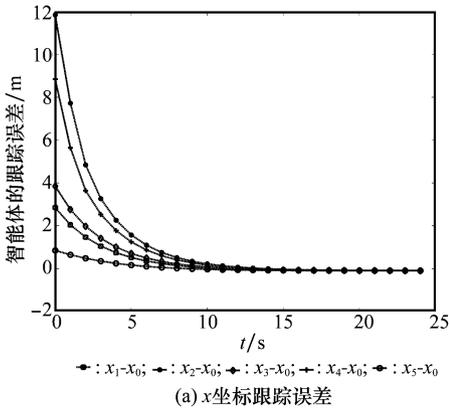
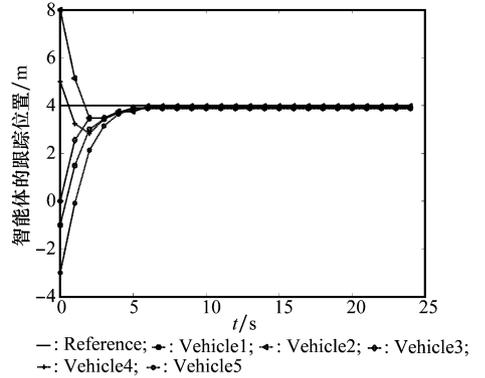


图 3 跟踪误差

在切换拓扑结构下, 系统的通信拓扑结构图切换顺序为图 1 中的 (a) \rightarrow (b) \rightarrow (c) \rightarrow (d) \rightarrow (a), 切换周期为 1 s。算法(3)中 $\alpha=0.3$, 初始状态随机给定, 图 4 给出了当领导者 L_0 的状态为 $x_0(t)=4$ 时, 系统(1)使用有限时间跟踪控制算法(3)时的状态轨迹。可以看出, 在切换拓扑网络结构下, 只要其网络拓扑结构图总是保持连通的, 且任意时刻至少有一个 a_{i0} 为非零正数时, 系统跟随者的状态在有限时间内与领导者的状态达到一致, 系统可以实现有限时间跟踪控制。



4 结 论

本文主要研究了多智能体系统的有限时间跟踪控制问题。使用领导-跟随者模型, 在领导者状态是时变的情况下, 提出了一类非线性有限时间跟踪控制算法, 基于 Lyapunov 有限时间稳定性理论和矩阵理论, 通过构造合适的 Lyapunov 函数进行分析得到; 在固定无向网络拓扑结构连通, 并且至少有一个跟随者可以参考到领导者的信息时, 系统能够实现有限时间跟踪。随后, 针对切换网络拓扑结构, 提出了一类有限时间跟踪控制算法, 通过分析得到, 在任意时刻无向网络拓扑结构连通且至少有一个跟随者可以参考到领导者的信息时, 系统中跟随者状态可以在有限时间内与领导者状态(时不变)达到一致。

参考文献:

- [1] Reynolds C W. Flocks, herds, and schools: a distributed behavioral model[J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 25 - 34.
- [2] Vicsek T, Czirok A, Jacob E B, et al. Novel type of phase transitions in a system of self-driven particles[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226 - 1229.
- [3] Mu S, Chu T, Wang L. Coordinated collective motion in a motile particle group with a leader[J]. *Physica A*, 2005, 351(2 - 4): 211 - 226.
- [4] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules [J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988 - 1001.
- [5] Olfati-Saber R. Flocking with obstacle avoidance[R]. Pasadena, California: California Institute of Technology, Control and Dynamical Systems, 2003.
- [6] Hong Y, Hu J, Gao L. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology[J]. *Automatica*, 2006, 42(7): 1177 - 1182.
- [7] Peng K, Yang Y. Leader-following consensus problem with a varying-velocity leader and time-varying delays[J]. *Physica A*, 2009, 388(2 - 3): 193 - 208.
- [8] Horn R, Johnson C. *Matrix analysis* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1985.
- [9] Olfati-Saber R, Murray R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 - 1533.
- [10] Wang L, Xiao F. Finite-time consensus problems for networks of dynamic agents[EB/OL]. [2007 - 1 - 25]. <http://arxiv.org/abs/math/0701724v1>.
- [11] Xiao F, Wang L, Jia Y. Fast information sharing in networks of autonomous agents[C]// *Proc. of the IEEE Control Conference*, 2008: 4388 - 4393.