文章编号：1001-506X(2011)08-1829-08

输入受限高超声速飞行器鲁棒变增益控制

黄显林，葛东明
（哈尔滨工业大学控制理论与制导技术研究中心，黑龙江 哈尔滨 150001）

摘　要：针对一个输入受限吸气式高超声速飞行器模型，研究了其鲁棒变增益控制问题。为处理飞行器模型中的建模误差和饱和非线性，将标准的线性变参数(linear parameter-varying, LPV)控制问题扩展到对时变参数、动态不确定性和饱和非线性具有结构摄动的鲁棒性框架内。基于对模型不确定性和饱和非线性的积分二次型约束刻画，以定标线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)形式给出其鲁棒变增益控制算法。为进行变增益控制系统设计，建立了飞行器的 LPV 模型。基于多时间尺度特性，提出了一种由姿态回路和轨迹回路组成的内外环控制结构。内环实现对姿态的严格控制和克服执行机构饱和，外环实现对轨迹的精确跟踪。控制器增益随动压和马赫数调度，实现大跨度机动飞行控制。非线性仿真结果证实了算法和应用的有效性。

关键词：高超声速；变增益；线性变参数；抗饱和；积分二次型约束

中图分类号：V 448　　**文献标志码**：A　　**DOI**：10.3969/j.issn.1001-506X.2011.08.29

Robust gain-scheduling control of hypersonic vehicle subject to input constraints

HUANG Xian-lin, GE Dong-ming
(*Center for Control Theory and Guidance Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China*)

Abstract: For a model of an air-breathing hypersonic vehicle subject to input constraints, this paper is concerned with the robust gain-scheduling control. For dealing with the modeling error and saturation nonlinearities associated with the vehicle model, the standard control problem for linear parameter-varying (LPV) systems is extended into the robustness framework with structural perturbation of time-varying parametric, dynamic uncertainties and saturation nonlinearities. Based on the characterization of model uncertainties and saturation nonlinearities via integral quadratic constraints, the robust gain-scheduling control algorithm is presented in terms of scaled linear matrix inequalities (LMI). In order to conduct a gain-scheduling control system design, an LPV model of the vehicle is developed. Based on the multi-time scale property, an inner/outer loop control structure consisting of attitude loop and trajectory loop is proposed. The inner-loop achieves tight attitude control and overcomes actuator saturation. The outer-loop achieves accurate trajectory tracking. The gains of the controllers are scheduled with dynamic pressure and Mach number to achieve large-span maneuver flight control. Nonlinear simulation results are presented to verify the algorithm and application.

Keywords: hypersonic; gain-scheduling; linear parameter-varying (LPV); anti-windup; integral quadratic constraint

0　引　言

随着航空航天技术的飞速发展，临近空间(20～100 km)特有的战略意义日益凸显，对近空间飞行器的发展涉及国家安全与和平利用空间。在众多的近空间飞行器中，以吸气式发动机为动力的高超声速飞行器以其显著的军民两用应用价值，成为目前临近空间飞行技术的主要研究方向。作为航空与航天技术的综合产物，高超声速飞行器飞行环境复杂、飞行包线跨度大、机体/发动机一体化、细长体外形和轻结构设计导致其动力学特性十分特殊，表现有机体/发动机耦合，弹道/姿态大滞后、控制/结构耦合、静不稳定性和非最小相位行为、动态特性易变、模型不确定性等特点[1-2]，给飞行控制系统设计提出了许多新的研究挑战。

在现有文献中，线性控制设计主要有早期的经典控制[3]、H_∞ 和 μ 综合[4]、基于 H_∞ 的特征结构配置[5]、最近的参考命令跟踪[6]、自适应控制[7]和鲁棒输出反馈控制[8]。目前的线性控制研究只基于某一个工作点设计局部控制器，而当飞行器做大跨度机动飞行时，模型中的非线性特性

收稿日期：2010-03-31；**修回日期**：2011-03-25。
基金项目：国家自然科学基金(60874084)；国家自然科学基金重大研究计划培育项目(90916005)资助课题

作者简介：黄显林(1956-)，男，教授，博士，主要研究方向为飞行器导航与控制、基于天空地平台智能导航体系及关键技术、复杂系统控制。
E-mail：xlinhuang@hit.edu.cn

变得突出,导致飞行器动态特性变化显著,使得只基于单一工作点模型的控制设计,只能实现在设计工作点附近的局部控制,无法满足大跨度机动飞行控制要求。此外,由于飞行器是纵向静不稳定的,需要高带宽的姿态控制系统,使得控制系统对外部环境干扰十分敏感,特别是当飞行器做大跨度机动飞行时,突风干扰会引起气动攻角的瞬态变化,造成显著的气动俯仰力矩需要足够的控制操纵力矩平衡,这容易引起控制舵面瞬时饱和,如不能够及时恢复,会导致飞行器姿态失稳。因此,对控制舵面物理受限的考虑是高可靠性控制设计的关键问题。

针对目前文献的局限性,本文研究了高超声速飞行器的大跨度机动飞行控制问题、输入受限控制问题以及鲁棒性问题。首先,将此 3 个问题归入到对动态不确定性、时变参数和无记忆非线性具有结构摄动的线性变参数系统[9]理论框架内加以研究,给出了一种鲁棒变增益控制算法。其次,基于对飞行器非线性模型的 LPV 建模和动力学特性分析,提出了一种双回路控制结构,应用所给出的控制算法设计了鲁棒变增益飞行控制系统,在鲁棒性意义下解决了抗控制舵面瞬时饱和的稳定性问题、姿态的严格控制问题以及轨迹的精确跟踪控制问题,控制器增益随动压和马赫数调度,解决了大跨度机动飞行控制问题。最后,详细的非线性仿真验证说明了理论结果和应用的有效性。

文中符号定义如下。$\mathbf{R}$ 为实数集合,$\mathbf{R}_+$ 是非负实数,$\mathbf{R}^{m\times n}$ 是 $m\times n$ 实矩阵集合,$\boldsymbol{\Lambda}^{n\times n}$ 是 n 维对角矩阵。在主对角元处具有子块 $\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_p$ 的块对角结构表示为 $\mathrm{diag}\,(\boldsymbol{X}_1,\boldsymbol{X}_2,\cdots,\boldsymbol{X}_p)$。$sy(\boldsymbol{AS})$ 等于 $\boldsymbol{AS}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}$。$\mathbf{C}^1$ 是一阶可导函数集合。$\boldsymbol{L}_{2e}^{2}$ 代表在有限区间上平方可积的 n 维函数空间。

1　鲁棒 LPV 控制方法

1.1　问题描述

问题框架如图 1 所示,其为线性分式变换(linear fractional transformation, LFT)结构,其中 $P(\boldsymbol{\rho})$ 为广义 LPV 被控对象,通常由实际被控对象、执行机构动态和设计者指定的加权函数组成,其表达示为

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}_p\\ \boldsymbol{z}\\ \boldsymbol{y}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_p(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{B}_w(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{B}_u(\boldsymbol{\rho})\\ \boldsymbol{C}_z(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{D}_{zw}(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{D}_{zu}(\boldsymbol{\rho})\\ \boldsymbol{C}_y(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{D}_{yw}(\boldsymbol{\rho}) & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_p\\ \boldsymbol{w}\\ \boldsymbol{u}\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中,$\boldsymbol{w}=[\boldsymbol{w}_r^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{w}_p^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;$\boldsymbol{z}=[\boldsymbol{z}_r^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{z}_p^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$;状态 $\boldsymbol{x}_p\in\mathbf{R}^{n_p}$;鲁棒性通道输入输出为 $\boldsymbol{w}_r$, $\boldsymbol{z}_r\in\mathbf{R}^{n_r}$;性能指标通道输入输出为 $\boldsymbol{w}_p$,$\boldsymbol{z}_p\in\mathbf{R}^{n_p}$;控制器量测输入 $\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^{n_y}$;控制器控制输出 $\boldsymbol{u}\in\mathbf{R}^{n_u}$。时变参数向量 $\boldsymbol{\rho}(t)$ 的轨迹事先未知,但可以在线测量用于调度控制器的增益,包含于如下集合:

$$\boldsymbol{S}_\rho:=\{\boldsymbol{\rho}(t)\in\mathbf{C}^1(\mathbf{R}_+,\mathbf{R}^s):\boldsymbol{\rho}\in\boldsymbol{\mathcal{P}},\ |\dot{\boldsymbol{\rho}}_i|\leqslant v_i,i=1,\cdots,s\} \tag{2}$$

式中,$\boldsymbol{\mathcal{P}}\in\mathbf{R}^s$ 是一个紧集。

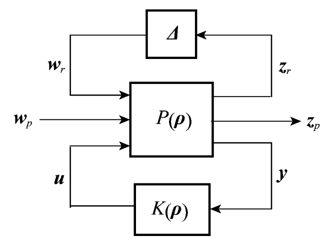

图 1　标准的 LFT 控制结构

不确定性摄动块 $\boldsymbol{\Delta}$ 是空间 $\boldsymbol{L}_{2e}^{r}[0,\infty)$ 到 $\boldsymbol{L}_{2e}^{r}[0,\infty)$ 的因果算子,其输入输出信号满足以下时域积分二次型约束[10]:

$$\int_0^t\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_r(t)\\ \boldsymbol{z}_r(t)\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}\boldsymbol{Q} & \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{S} & \boldsymbol{R}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_r(t)\\ \boldsymbol{z}_r(t)\end{bmatrix}\mathrm{d}t\geqslant 0,\ \forall\, t\geqslant 0 \tag{3}$$

式中,$\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{R}$ 是定标矩阵,满足,$\boldsymbol{Q}<0$,$\boldsymbol{R}>0$。假设 $\boldsymbol{\Delta}$ 具有块对角结构 $\boldsymbol{\Delta}=\mathrm{diag}\,(\Delta(s),\delta(t),\Phi)$,其中 $\Delta(s)$ 和 $\delta(t)$ 分别为动态不确定性和时变参数摄动,代表建模不确定性,Φ 为扇形区间有界非线性项,满足 $\Phi=I-\Psi$,Ψ 为标准的饱和非线性算子。表 1 给出了对摄动块 $\boldsymbol{\Delta}$ 的典型情况的积分二次性约束描述,同时包含了对有界诱导 L_2 范数性能 $\|\boldsymbol{z}_p\|_2\leqslant\gamma\|\boldsymbol{w}_p\|_2$ 的积分二次型约束描述、具体情况,组成 $\boldsymbol{Q}=\mathrm{diag}\,(\boldsymbol{Q}_1,\boldsymbol{Q}_2,\cdots,\boldsymbol{Q}_r,\boldsymbol{Q}_p)$,$\boldsymbol{R}=\mathrm{diag}\,(\boldsymbol{R}_1,\boldsymbol{R}_2,\cdots,\boldsymbol{R}_r,\boldsymbol{R}_p)$,$\boldsymbol{S}=\mathrm{diag}\,(\boldsymbol{S}_1,\boldsymbol{S}_2,\cdots,\boldsymbol{S}_p)$ 形式的块对角结构,以刻画 $\boldsymbol{\Delta}$ 的相应组成和诱导 L_2 范数性能。

表 1　摄动块 $\boldsymbol{\Delta}$ 和诱导 L_2 范数性能的积分二次型约束刻画

类型	$\Phi\in[0,\boldsymbol{K}_\Phi]$	$\mathrm{diag}\,(\delta_1,\cdots,\delta_{n_1})$	$\delta_i(t)\boldsymbol{I}_{n_i}$	$\|\Delta_i(s)\|_\infty<1$	$\|\boldsymbol{z}_p\|_2\leqslant\gamma\|\boldsymbol{w}_p\|_2$
定标矩阵	$\boldsymbol{Q}_i=-2\mathbf{V}\in\boldsymbol{\Lambda}^{n_i\times n_i}$ $\boldsymbol{S}_i=\mathbf{V}\boldsymbol{K}_\Phi$ $\boldsymbol{R}_i=\varepsilon\boldsymbol{I}_{n_i}$	$\boldsymbol{Q}_i=\in\boldsymbol{\Lambda}^{n_i\times n_i}$ $\boldsymbol{S}_i=0$ $\boldsymbol{R}_i=-\boldsymbol{Q}_i$	$\boldsymbol{Q}_i\in\mathbf{R}^{n_i\times n_i}$ $\boldsymbol{S}_i+\boldsymbol{S}_i^{\mathrm{T}}=0$ $\boldsymbol{R}_i=-\boldsymbol{Q}_i$	$\boldsymbol{Q}_i=-q\boldsymbol{I}_{n_i}$ $\boldsymbol{S}_i=0$ $\boldsymbol{R}_i=-\boldsymbol{Q}_i$	$\boldsymbol{Q}_p=-\gamma\boldsymbol{I}_{n_p}$ $\boldsymbol{S}_p=0$ $\boldsymbol{R}_p=(1/\gamma)\boldsymbol{I}_{n_p}$

假定控制器 $K(\boldsymbol{\rho})$ 同样为 LPV 结构,如下所示:

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}_k\\ u\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_k(\rho,\dot{\boldsymbol{\rho}}) & \boldsymbol{B}_k(\boldsymbol{\rho})\\ \boldsymbol{C}_k(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{D}_k(\boldsymbol{\rho})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_k\\ \boldsymbol{y}\end{bmatrix} \tag{4}$$

$\boldsymbol{x}_k\in\mathbf{R}^{n_k}$ 是控制器状态。那么,闭环系统具有如下实现:

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}_c\\ \boldsymbol{z}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_c(\boldsymbol{\rho},\dot{\boldsymbol{\rho}}) & \boldsymbol{B}_c(\boldsymbol{\rho})\\ \boldsymbol{C}_c(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{D}_c(\boldsymbol{\rho})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_c\\ \boldsymbol{w}\end{bmatrix} \tag{5}$$

闭环状态 $\boldsymbol{x}_c=[\boldsymbol{x}_p^{\mathrm{T}}\quad \boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$。控制问题是综合一个全阶($n_k=n_p$)的动态输出反馈 LPV 控制器(4),其利用量测输出 $\boldsymbol{y}$,时变参数向量 $\boldsymbol{\rho}$ 和可能 $\dot{\boldsymbol{\rho}}$,产生控制量 u,保证闭环系统(5)对不确定性摄动块 $\boldsymbol{\Delta}$ 是鲁棒稳定的,并且最小化如下所示的性能通道诱导 L_2 范数界 γ:

$$\sup_{\rho\in\boldsymbol{S}_\rho}\ \sup_{\|\boldsymbol{w}_p\|_2\neq 0,\boldsymbol{w}_p\in\mathbf{R}^{n_p}}\frac{\|\boldsymbol{z}_p(t)\|_2}{\|\boldsymbol{w}_p(t)\|_2}<\gamma,\ \boldsymbol{x}_c(t)=0 \tag{6}$$

为了叙述简洁,在文中某些地方有意忽略了数据和变量对于 $\boldsymbol{\rho}$ 和 $\dot{\boldsymbol{\rho}}$ 的依赖项。

1.2　控制器综合

基于对不确定性摄动块 $\boldsymbol{\Delta}$ 的积分二次型约束刻画(3)

和对闭环性能的诱导 L_2 范数刻画(6)，以下定理给出了控制问题的 LMI 描述。

定理 1(分析条件)　给定 $\gamma>0$，如果存在矩阵 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\rho})=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\rho})$ 和定标矩阵 $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{\rho})$、$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{\rho})$、$\boldsymbol{S}(\boldsymbol{\rho})$，对任意的 $\boldsymbol{\rho}\in\boldsymbol{S}_\rho$，满足 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\rho})>0$ 和

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}_c+\dot{\boldsymbol{P}} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_c+\boldsymbol{C}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{C}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{B}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_c & \boldsymbol{Q}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_c+\boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}_c & \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_c & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix}<0 \tag{7}$$

那么闭环系统(5)对满足积分二次型约束(3)的不确定性摄动块 $\boldsymbol{\Delta}$ 是鲁棒稳定的，且在零初始条件下，具有诱导 L_2 范数性能界 γ。

证明　考虑闭环系统(5)，假定一个二次型参数依赖 Lyapunov 函数 $V(\boldsymbol{x}_c,\boldsymbol{\rho})=\boldsymbol{x}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}(\boldsymbol{\rho})\boldsymbol{x}_c$，闭环系统的鲁棒稳定性和性能可以由如下不等式确定：

$$\dot{V}+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{z}<0 \tag{8}$$

将不等式(8)改写为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(V+\int_0^t(\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{w}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{z})\mathrm{d}\tau\right)<0 \tag{9}$$

由式(3)，注意到式(9)中的第二项是非负的，根据 Lyapunov 稳定性理论，系统是稳定的。此处，函数 V 会减小到零，但不一定具有单调性。因此，函数 V 是非传统意义上的 Lyapunov 函数。应用 Schur 补，条件(8)等价于条件(7)。

综合问题在于寻找 LPV 控制器(4)使得闭环系统(5)满足分析条件(7)，由如下给出控制器求解条件。

定理 2(控制器可解条件)　给定广义 LPV 被控对象(1)，记 $\boldsymbol{N}_X=[\boldsymbol{B}_u^{\mathrm{T}},\boldsymbol{D}_{zu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R},\boldsymbol{D}_{zu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}]_\perp$，$\boldsymbol{N}_Y=[\boldsymbol{C}_y,\boldsymbol{D}_{yw}]_\perp$。存在 LPV 控制器(4)使得闭环系统(5)满足分析条件(7)，只要存在矩阵 $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{\rho})=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\rho})\in\mathbf{R}^{n_p\times n_p}$，$\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{\rho})=\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\rho})\in\mathbf{R}^{n_p\times n_p}$，对任意的 $\boldsymbol{\rho}\in\boldsymbol{S}_\rho$，满足

$$\tilde{\boldsymbol{N}}_X^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} sy(\boldsymbol{A}_p\boldsymbol{X})-\dot{\boldsymbol{X}} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{C}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{B}_w+\boldsymbol{X}\boldsymbol{C}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}_z\boldsymbol{X} & -\boldsymbol{R} & \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_{zw} \\ \boldsymbol{B}_w^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_z\boldsymbol{X} & \boldsymbol{D}_{zw}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{Q}+sy(\boldsymbol{D}_{zw}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}) \end{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{N}}_X<0 \tag{10}$$

$$\tilde{\boldsymbol{N}}_Y^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix} sy(\boldsymbol{Y}\boldsymbol{A}_p)+\dot{\boldsymbol{Y}} & \boldsymbol{Y}\boldsymbol{B}_w+\boldsymbol{C}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{C}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{B}_w^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_z & \boldsymbol{Q}+sy(\boldsymbol{D}_{zw}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}) & \boldsymbol{D}_{zw}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}_z & \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_{zw} & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix}\tilde{\boldsymbol{N}}_Y<0 \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{X} & \boldsymbol{I} \\ \boldsymbol{I} & \boldsymbol{Y} \end{bmatrix}>0 \tag{12}$$

式中

$$\tilde{\boldsymbol{N}}_X=\boldsymbol{N}_X,\ \tilde{\boldsymbol{N}}_Y=\begin{bmatrix} \boldsymbol{N}_Y & \\ & \boldsymbol{I}_{n_r+n_p} \end{bmatrix} \tag{13}$$

证明　记控制器(4)矩阵为

$$\boldsymbol{\Omega}_k=\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_k & \boldsymbol{B}_k \\ \boldsymbol{C}_k & \boldsymbol{D}_k \end{bmatrix} \tag{14}$$

将闭环系统矩阵描述为对控制器矩阵 $\boldsymbol{\Omega}_k$ 的仿射依赖结构：

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_c & \boldsymbol{B}_c \\ \boldsymbol{C}_c & \boldsymbol{D}_c \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{A}}_p & \bar{\boldsymbol{B}}_w \\ \bar{\boldsymbol{C}}_z & \bar{\boldsymbol{D}}_{zw} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{B}}_u \\ \bar{\boldsymbol{D}}_{zu} \end{bmatrix}\boldsymbol{\Omega}_k\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{C}}_y & \bar{\boldsymbol{D}}_{yw} \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中

$$\begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{A}}_p & \bar{\boldsymbol{B}}_w & \bar{\boldsymbol{B}}_u \\ \bar{\boldsymbol{C}}_z & \bar{\boldsymbol{D}}_{zw} & \bar{\boldsymbol{D}}_{zu} \\ \bar{\boldsymbol{C}}_y & \bar{\boldsymbol{D}}_{yw} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}=\left[\begin{array}{cc:c:cc} \boldsymbol{A}_p & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_w & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{B}_u \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ \hdashline \boldsymbol{C}_z & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{zw} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{zu} \\ \hdashline \boldsymbol{0} & \boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{C}_y & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{yw} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \end{array}\right] \tag{16}$$

利用式(15)，重新将式(7)描述为

$$\boldsymbol{Z}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}_k\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Omega}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}<0 \tag{17}$$

式中，矩阵 $\boldsymbol{Z}$、$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{F}$ 由式(16)中矩阵、李亚普诺夫矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和定标矩阵 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{R}$ 描述。利用投影引理[11]，可知式(17)等价于

$$\boldsymbol{E}_\perp^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{E}_\perp<0,\ \boldsymbol{F}_\perp^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Z}\boldsymbol{F}_\perp<0 \tag{18}$$

将矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{P}^{-1}$ 划分为

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{Y} & \boldsymbol{N} \\ \boldsymbol{N}^{\mathrm{T}} & * \end{bmatrix},\ \boldsymbol{P}^{-1}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{X} & \boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} & * \end{bmatrix} \tag{19}$$

由式(19)，整理式(18)，最终得控制器的可解条件(10)和(11)，条件(12)保证了 $\boldsymbol{P}$ 的正定性。

给定 $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{\rho})$ 和 $\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{\rho})$，可以利用式(17)和式(19)数值求解控制器 $\boldsymbol{\Omega}_k$。进一步扩展文献[11]中的结果，以下算法给出了解析求解不等式(17)的特解 $\boldsymbol{\Omega}_k$ 的构造过程，其在数值稳定性上更有优势。

算法 1(控制器构造条件)　给定满足控制器可解条件(10)～(12)的解 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Y}$ 和定标矩阵 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{R}$，LPV 控制器(4)可以由以下步骤构造得到：

步骤 1　求解因式分解问题，计算可逆矩阵 $\boldsymbol{M},\boldsymbol{N}\in\mathbf{R}^{n_p\times n_p}$ 满足 $\boldsymbol{M}\boldsymbol{N}^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{I}-\boldsymbol{X}\boldsymbol{Y}$。

步骤 2　计算 $\boldsymbol{D}_k$ 满足

$$\boldsymbol{\Delta}_c=-\begin{bmatrix} \boldsymbol{Q}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_c+\boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_c & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix}>0 \tag{20}$$

$$\boldsymbol{D}_c=\boldsymbol{D}_{zw}+\boldsymbol{D}_{zu}\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{D}_{yw} \tag{21}$$

步骤 3　计算 $\tilde{\boldsymbol{B}}_k$ 和 $\tilde{\boldsymbol{C}}_k$，满足如下线性矩阵方程

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{yw} & \boldsymbol{0} \\ \boldsymbol{D}_{yw}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{Q}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_c+\boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_c & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{B}}_k^{\mathrm{T}} \\ * \end{bmatrix}=$$

$$-\begin{bmatrix} \boldsymbol{C}_y \\ \boldsymbol{B}_w^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_z+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{zu}\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{C}_y \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}_z+\boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_{zu}\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{C}_y \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{zu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{D}_{zu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{zu} & \boldsymbol{Q}+\boldsymbol{S}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_c+\boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} & \boldsymbol{D}_c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_{zu} & \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_c & -\boldsymbol{R} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{\boldsymbol{C}}_k \\ * \end{bmatrix}=$$

$$-\begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_u^{\mathrm{T}} \\ (\boldsymbol{B}_w + \boldsymbol{B}_u\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{D}_{yw} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{C}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}_z\boldsymbol{X} \end{bmatrix} \tag{23}$$

步骤 4 计算 $\boldsymbol{A}_k$、$\boldsymbol{B}_k$、$\boldsymbol{C}_k$

$$\boldsymbol{N}\boldsymbol{B}_k = \tilde{\boldsymbol{B}}_k - \boldsymbol{Y}\boldsymbol{B}_u\boldsymbol{D}_k \tag{24}$$

$$\boldsymbol{C}_k\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} = \tilde{\boldsymbol{C}}_k - \boldsymbol{D}_k\boldsymbol{C}_y\boldsymbol{X} \tag{25}$$

$$\boldsymbol{L}_1 = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{B}_w + \boldsymbol{B}_u\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{D}_{yw} + \boldsymbol{X}\boldsymbol{C}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} + \tilde{\boldsymbol{C}}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{zu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}_z\boldsymbol{X} + \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_{zu}\tilde{\boldsymbol{C}}_k \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{26}$$

$$\boldsymbol{L}_2 = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{Y}\boldsymbol{B}_w + \tilde{\boldsymbol{B}}_k\boldsymbol{D}_{yw} + \boldsymbol{C}_z^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S} + \boldsymbol{C}_y^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{zu}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S})^{\mathrm{T}} \\ \boldsymbol{R}\boldsymbol{C}_z + \boldsymbol{R}\boldsymbol{D}_{zu}\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{C}_y \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{27}$$

$$-\boldsymbol{N}\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{M}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{B}_u\tilde{\boldsymbol{C}}_k + \tilde{\boldsymbol{B}}_k\boldsymbol{C}_y\boldsymbol{X} + \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{A}_p - \boldsymbol{B}_u\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{C}_y)\boldsymbol{X} + (\boldsymbol{A}_p + \boldsymbol{B}_u\boldsymbol{D}_k\boldsymbol{C}_y)^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{Y}\dot{\boldsymbol{X}} - \boldsymbol{N}\dot{\boldsymbol{M}}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{L}_2\boldsymbol{\Delta}_c^{-1}\boldsymbol{L}_1^{\mathrm{T}} \tag{28}$$

上述给出的矩阵不等式综合条件(10)和(11)中存在定标矩阵 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{R}$ 和矩阵变量 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Y}$ 的乘积项，固定其中任何一项，综合条件是标准的 LMI 凸优化问题。因此，借助于 μ 综合中的 D-K 迭代思想求解控制器，步骤如下：

步骤 1 初始化定标矩阵 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{R}$；

步骤 2 给定 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{R}$ 阵，应用定理 2 和算法 1 综合控制器 $\boldsymbol{\Omega}_k$；

步骤 3 应用定理 1，求解最小化 γ 的定标矩阵 $\boldsymbol{Q}$、$\boldsymbol{S}$、$\boldsymbol{R}$；

步骤 4 迭代步骤 2 和步骤 3，直到 γ 无显著下降为止。

在控制器数值计算中，定理 1～2 涉及带参数的 LMI 求解问题，本文采用目前广泛应用的参数化矩阵变量和网格化参数集合方法克服此困难[9]。

2 吸气式高超声速飞行器控制

2.1 吸气式高超声速飞行器模型

吸气式高超声速飞行器模型为目前在控制领域受到广泛采用和认可的一体化解析式模型[12]，其在纵向平面全面的刻画了此类飞行器的动力学行为，其表达式为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{T\cos\alpha - D}{m} - g\sin(\vartheta - \alpha) \\ \dot{\alpha} &= -\frac{T\sin\alpha + L}{mV} + q + \frac{g\cos(\vartheta - \alpha)}{V} \\ \dot{q} &= \frac{M}{I_{yy}},\ \dot{\vartheta} = q \\ \dot{h} &= V\sin(\vartheta - \alpha) \end{aligned} \tag{29}$$

式中，$\theta = \vartheta - \alpha$ 是角度约束关系；V、α、q、ϑ、h、θ 分别是速度、攻角、俯仰角速率、俯仰角、高度和飞行弹道角。控制变量是燃料当量比 ϕ 和控制舵面偏角 δ_e，限幅区间分别为 $\phi \in [0.1\quad 1.2]$ 和 $\delta_e = [-20^\circ\quad 20^\circ]$。发动机和升降舵机的动态由一阶滤波器描述，发动机带宽是 100 rad/s，升降舵机带宽是 30 rad/s。由于飞行器的力和力矩映射关系十分复杂，不利于 LPV 建模和控制器设计。为便于模型处理，将力和力矩数据近似为如下解析式曲线拟合模型：

$$\begin{aligned} &L \approx \bar{q}SC_L(Ma, \alpha, \delta_e),\ D \approx \bar{q}SC_D(Ma, \alpha, \delta_e) \\ &T \approx \bar{q}S[C_{T,\phi}(Ma, \alpha)\phi + C_{T,0}(Ma, \alpha)] \\ &M \approx \bar{q}S\bar{c}C_M(Ma, \alpha, q, \delta_e) + z_T T \end{aligned} \tag{30}$$

式中，$\bar{q}$ 是动压；Ma 是马赫数。由于大跨度飞行，其力和力矩系数显著依赖于马赫数，机体/发动机耦合导致动压和攻角对推力有影响，俯仰力矩包含有推力耦合项。

2.2 LPV 模型

为进行变增益控制系统设计，首要关键问题是将飞行器的非线性模型转化为 LPV 模型，以此作为控制器的设计模型。采用动压和马赫数作为调度变量，对模型(29)和(30)进行雅克比线性化，获得如下 LPV 模型：

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\vartheta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_V & X_\alpha & 0 & -g \\ Y_V & Y_\alpha & 1 & 0 \\ M_V & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \vartheta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_\phi & X_{\delta_e} \\ Y_\phi & Y_{\delta_e} \\ M_\phi & M_{\delta_e} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \delta_e \end{bmatrix} \tag{31}$$

其中状态矩阵和控制矩阵包含有稳定性偏导数和控制偏导数，其是动压 $\bar{q}$ 和马赫数 Ma 的函数。例如轴向力对攻角的偏导数为

$$X_\alpha = \frac{1}{m}\left(\frac{\partial T}{\partial \alpha}\cos\alpha_0 - T\sin\alpha_0 - \frac{\partial D}{\partial \alpha} + mg\right) \tag{32}$$

式中，$\bar{q} \in [24\,000\quad 96\,000]$；$Ma \in [7\quad 12]$。动压和马赫数分别反映了飞行器大跨度飞行时，气动效率和气动特性的变化，如图 2 所示。

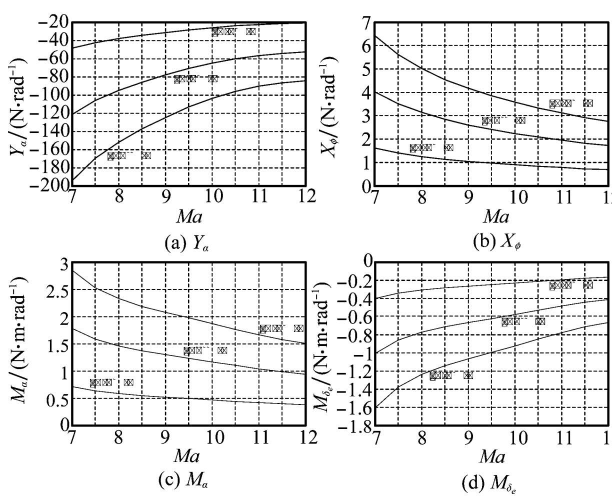

图 2 稳定性和控制偏导数 $vs\ \bar{q}$ 和 Ma

由作者前期面向控制的高超声速飞行器动力学特性分析工作可知[1]，飞行器在姿态动力学和轨迹动力学之间具有双时间尺度特性，即飞行器的飞行轨迹显著滞后于俯仰姿态的变化。基于此特性，选择双回路控制结构，将控制问题分解为不同频带上的两个低阶子问题，分别处理姿态动

力学的高动态控制和轨迹动力学的精确跟踪问题。

2.3 具有抗饱和补偿的内环控制

内环控制作用是提供飞行姿态的严格控制和抑制控制舵面瞬时饱和。由于吸气式飞行器对攻角变化十分敏感，对飞行攻角的响应和范围有严格的约束。此外，微小的攻角变化可以形成显著的俯仰力矩，其容易导致过大的控制舵偏角，甚至执行机构饱和。应用所给出的 LPV 控制方法，将高带宽的 LPV 控制器和 LPV 抗饱和补偿器组成内环控制。由 LPV 模型(31)，选择如下姿态动力学模型：

$$\begin{bmatrix}\dot{\alpha}\\ \dot{q}\\ \dot{\vartheta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Y_\alpha & 1 & 0\\ M_\alpha & M_q & 0\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\alpha\\ q\\ \vartheta\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}Y_{\delta_e}\\ M_{\delta_e}\\ 0\end{bmatrix}\delta_e \tag{33}$$

首先，设计鲁棒 LPV 姿态控制器。姿态控制器设计目的是跟踪外环轨迹控制器的俯仰角命令和抑制外界干扰。将控制问题描述为模型跟踪问题，如图 3 所示。

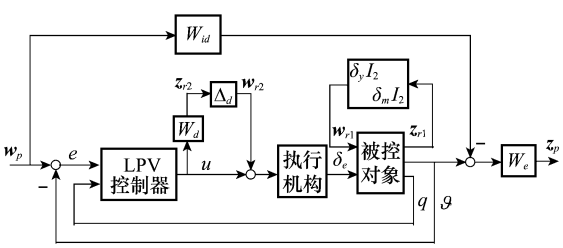

图 3　LPV 姿态控制器综合框图

对应于不同的工作点，选择如下参数依赖期望模型：

$$W_{id}(s)=\frac{\omega(\bar{q},Ma)^2}{s^2+2\xi\omega(\bar{q},Ma)s+\omega(\bar{q},Ma)^2} \tag{34}$$

闭环系统的设计性能指标反映在期望模型 $W_{id}(s)$ 中：对应于大部分的飞行条件，选择阻尼比 $\xi=0.8$ 是适用的；对应于不同的对象带宽，选择控制带宽 ω 从低动压、高马赫数处的 4 rad/s 到高动压、低马赫数处的 6 rad/s 之间变化。选择误差加权函数 $W_e=20[(0.1s+1)/(10s+1)]$，保证闭环系统尽可能地匹配参考模型。考虑力和力矩数据摄动为时变参数不确定性，表现在动力系数 Y_α、Y_{δ_e}、M_α、M_{δ_e} 上，摄动幅值为 ±20%，将其提取为线性分式变换结构，并归一化为参数 $\delta_i(t)\in[-1\quad 1]$ $(i=y,m)$。为避免激励高频弹性模态，在控制输入端加入一个乘性输入不确定性 $\Delta_d(s)$，覆盖函数 $W_d=2.5[(s+2)/(s^2+9.76s+381.4)]$[4]。将图 3 等价性描述为图 1 中的一般控制结构，其中不确定性结构 $\boldsymbol{\Delta}=\mathrm{diag}(\delta_y I_2,\delta_m I_2,\Delta_d)$。参数化矩阵变量和定标矩阵为仿射依赖结构，并网格化调度变量参数集合[9]，采用所给出的 LPV 控制方法综合姿态控制器，获得 L_2 增益界 $\gamma=1.6$。

将所获得的 LPV 控制器扩展如下：

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}_k\\ u\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_k(\boldsymbol{\rho},\dot{\boldsymbol{\rho}}) & \boldsymbol{B}_k(\boldsymbol{\rho})\\ \boldsymbol{C}_k(\boldsymbol{\rho}) & \boldsymbol{D}_k(\boldsymbol{\rho})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_k\\ \boldsymbol{y}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}_1\\ \boldsymbol{\xi}_2\end{bmatrix} \tag{35}$$

式中，$\boldsymbol{y}=[e,q]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{\rho}=[\bar{q},Ma]^{\mathrm{T}}$。控制器输出 u 经过如下饱和非线性算子输入到执行机构：

$$\Psi(u)=\begin{cases}u, & |u|\leqslant 20^\circ\\ \mathrm{sgn}(u)20^\circ, & |u|>20^\circ\end{cases} \tag{36}$$

采用类似方法继续设计一个 LPV 抗饱和补偿器。图 4 为抗饱和补偿器的综合框图。可以看出，LPV 抗饱和补偿器只在控制输入发生饱和时起作用，利用控制器计算输出和执行机构实际输出之间的差值修正控制信号，增加平衡点吸引域，使控制器输出尽快退饱和[13-15]。

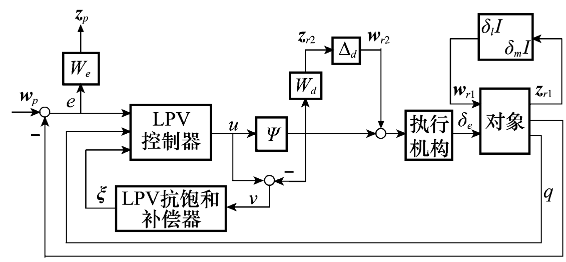

图 4　LPV 抗饱和补偿器综合框图

为进行抗饱和补偿器设计，需要将抗饱和问题转化为所给出的 LPV 控制方法处理的一般控制问题。利用变换 $\Phi=1-\Psi$，将饱和非线性 Ψ 处理为扇形区域有界非线性不确定性 Φ，将图 4 等价性描述为图 1 中的一般控制结构，其中不确定性结构 $\boldsymbol{\Delta}=\mathrm{diag}(\Phi,\delta_y I_2,\delta_m I_2,\Delta_d)$。选择常值加权函数 $W_e=0.01$。采用 $K_\Phi=0.7$ 以分配部分设计自由度处理鲁棒性和性能。采用所给出的 LPV 控制方法综合抗饱和补偿器，获得 L_2 增益界 $\gamma=38.6$。所保证的稳定域对应于控制器输出的工作范围是 $|u|\leqslant(1/(1-K_\Phi))20^\circ$。

2.4 外环控制

外环控制作用是实现对速度和飞行弹道角的精确轨迹跟踪。考虑到轨迹运动的低频特性，在设计中可以忽略发动机和内环高带宽动态，将模型(31)中舵偏角代替为配平值 $\delta_{e,trim}=-(M_V V+M_\alpha\alpha+M_\phi\phi)/M_{\delta_e}$，由角度约束关系 $\theta=\vartheta-\alpha$，获得如下轨迹动力学模型：

$$\begin{bmatrix}\dot{V}\\ \dot{\theta}\end{bmatrix}=\boldsymbol{A}_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{\rho})\begin{bmatrix}V\\ \theta\end{bmatrix}+\boldsymbol{B}_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{\rho})\begin{bmatrix}\phi\\ \vartheta\end{bmatrix} \tag{37}$$

式中

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{\rho})=\begin{bmatrix}X_V-k_v M_V & k_v M_\alpha-X_\alpha\\ k_\theta M_V-Y_V & Y_\alpha-k_\theta M_\alpha\end{bmatrix} \tag{38}$$

$$\boldsymbol{B}_{\mathrm{out}}(\boldsymbol{\rho})=\begin{bmatrix}X_\phi-k_v M_\phi & X_\alpha-k_v M_\alpha-g\\ k_\theta M_\phi-Y_\phi & k_\theta M_\alpha-Y_\alpha\end{bmatrix} \tag{39}$$

$k_v=X_{\delta_e}/M_{\delta_e}$，$k_\theta=Y_{\delta_e}/M_{\delta_e}$，被控输出是 $[V,\theta]^{\mathrm{T}}$。轨迹控制器利用燃料当量比和俯仰角控制速度和飞行弹道角。为保证精确的轨迹跟踪性能，轨迹控制器设计为如下变增益比例积分控制器：

$$\begin{bmatrix}\phi\\ \vartheta\end{bmatrix}=-\boldsymbol{K}_P\begin{bmatrix}V\\ \theta\end{bmatrix}-\boldsymbol{K}_I\begin{bmatrix}\int(V-V_{\mathrm{ref}})\mathrm{d}t\\ \int(\theta-\theta_{\mathrm{ref}})\mathrm{d}t\end{bmatrix} \tag{40}$$

式中，V_{ref} 和 θ_{ref} 是参考命令。积分环节除提供控制输入配平值保证零稳态跟踪误差外，还可以抑制机体姿态运动对轨迹运动的耦合影响，提供控制系统对模型误差和大气干扰的鲁棒性能。定义闭环状态向量为

$$\boldsymbol{x}_{PI}=\left[\int(V-V_{\mathrm{ref}})\mathrm{d}t,\int(\theta-\theta_{\mathrm{ref}})\mathrm{d}t,V,\theta\right]^{\mathrm{T}} \tag{41}$$

那么，闭环系统具有如下实现：

$$\dot{\boldsymbol{x}}_{PI}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}_2 & \boldsymbol{I}_2\\ -\boldsymbol{B}_{\mathrm{out}}\boldsymbol{K}_I & \boldsymbol{A}_{\mathrm{out}}-\boldsymbol{B}_{\mathrm{out}}\boldsymbol{K}_P\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{PI}+\begin{bmatrix}-\boldsymbol{I}_2\\ \boldsymbol{O}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_{\mathrm{ref}}\\ \theta_{\mathrm{ref}}\end{bmatrix} \tag{42}$$

式中，$\boldsymbol{O}_2$ 是 2×2 零矩阵；$\boldsymbol{I}_2$ 是 2×2 单位矩阵。选择 $\boldsymbol{K}_I$ 和 $\boldsymbol{K}_P$ 实现如下期望的闭环动态：

$$\boldsymbol{A}_{id}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{O}_2 & \boldsymbol{I}_2\\ \mathrm{diag}\,(-a_{11},-a_{21}) & \mathrm{diag}\,(-a_{12},-a_{22})\end{bmatrix} \tag{43}$$

式中，$a_{i1}>0$，$a_{i2}>0(i=1,2)$ 是速度和飞行弹道角通道闭环特征多项式 $\lambda^2+a_{i2}\lambda+a_{i1}$ 的系数。选择 $\boldsymbol{A}_{id}$ 阵系数为 $a_{11}=0.15$，$a_{12}=0.8$，$a_{21}=0.15$，$a_{22}=0.8$，得控制器增益：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{K}_I&=-\boldsymbol{B}_{\mathrm{out}}^{-1}\mathrm{diag}\,(-a_{11},-a_{21})\\ \boldsymbol{K}_P&=\boldsymbol{B}_{\mathrm{out}}^{-1}(\boldsymbol{A}_{\mathrm{out}}-\mathrm{diag}\,(-a_{12},-a_{22}))\end{aligned} \tag{44}$$

3　仿真评估

针对上一节设计的飞行控制系统，本节给出非线性仿真评估。在 Simulink 中搭建非线性模型[12]和控制回路，如图 5 所示。大气数据采用美国 1976 年公布的标准大气模型，采用固定步长为 0.005 s 的龙格库塔积分，仿真时段为[0　450]s。

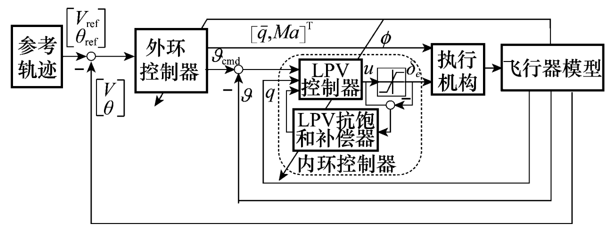

图 5　非线性仿真框图

控制飞行器跟踪一个机动轨迹[16]，大范围的工作条件能够激发飞行器模型的非线性特征，考验控制系统的大跨度机动飞行控制能力。飞行器初始处于配平巡航状态（$\bar{q}=96\ 000$ Pa，$Ma=7.8$，$h=25\ 908$ m）。飞行器首先以速度 15.24 m/s 保持常动压 96 000 Pa 爬升，当马赫数达到 10 时，爬升速度增加为 42.37 m/s，保持常马赫数爬升，直到飞行高度达到 35 052 m 进入平飞状态。飞行弹道角参考轨迹 θ_{ref} 由运动学方程 $\dot{h}_{\mathrm{ref}}=V_{\mathrm{ref}}\sin(\theta_{\mathrm{ref}})$ 确定。为检验控制系统的鲁棒性，按最坏情形处理，将气动系数摄动±20%。下面给出两个研究示例的仿真结果，分别对应于跟踪问题和抗饱和问题。

在第一个仿真研究中，控制飞行器跟踪上述定义的机动轨迹。图 6 给出飞行器对测试轨迹的受控响应。具体而言，速度和飞行弹道角轨迹跟踪精确（见图 6(a) 和图 6(b)）。攻角在要求范围内（见图 6(c)）。俯仰角具有快速响应性能（见图 6(d)），燃料当量比和控制舵面偏角在工作界内（见图 6(e) 和图 6(f)）。仿真结果证实所设计的变增益控制系统可以满足大跨度机动飞行控制要求，并对模型数据误差具有良好的鲁棒性。同时注意到，所获得的稳定性和性能归因于所提出的内外环控制结构，其适合高超声速飞行器的动力学特性。

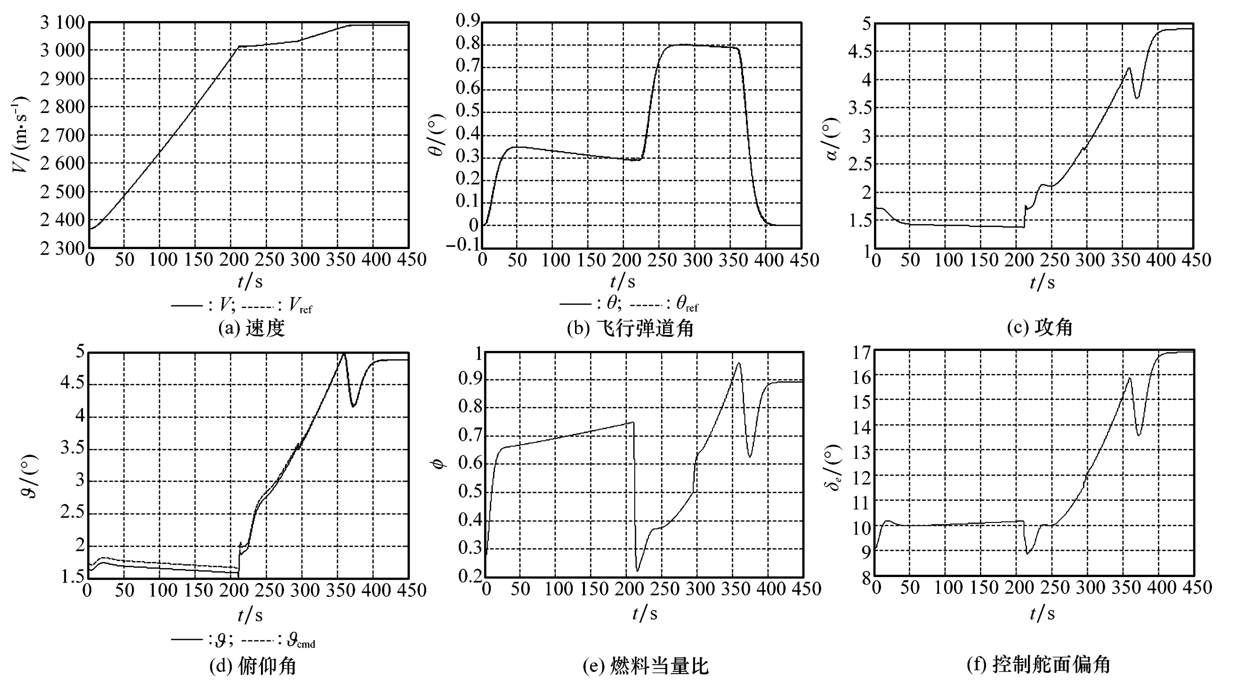

图 6　变增益控制对机动轨迹的跟踪结果

第二个仿真研究是验证抗饱和方案的有效性。虽然在实际应用中是不期望在高超声速下进行高机动飞行的，并且通常采用低频参考跟踪以保证控制输入处于线性工作区内。然而，由于飞行器是静不稳定的，未知的阵风干扰会造成攻角的瞬态变化，导致执行机构饱和和姿态失稳。鉴于此种考虑，这里在控制设计中引入抗饱和补偿，以克服执行机构的瞬时饱和。同样，控制飞行器跟踪上述定义的机动轨迹，并且在仿真时刻 100 s 和 200 s 处加入突风，持续时间为 10 s。图 7 给出了在有执行机构饱和情况下的稳定响应。在执行机构饱和期间，抗饱和补偿器修正鲁棒 LPV 控制器的控制律，将控制舵偏角重新拉回到线性工作区内。当控制信号离开饱和区时，鲁棒 LPV 控制器重新恢复其完全跟踪能力。然而在无抗饱和补偿器情形下，升降舵严重饱和，飞行器失稳。为叙述简洁，没有给出其失稳响应。由此可以看出，抗饱和控制可以成功克服饱和项，增加控制系统吸引域，增强其干扰抑制能力。

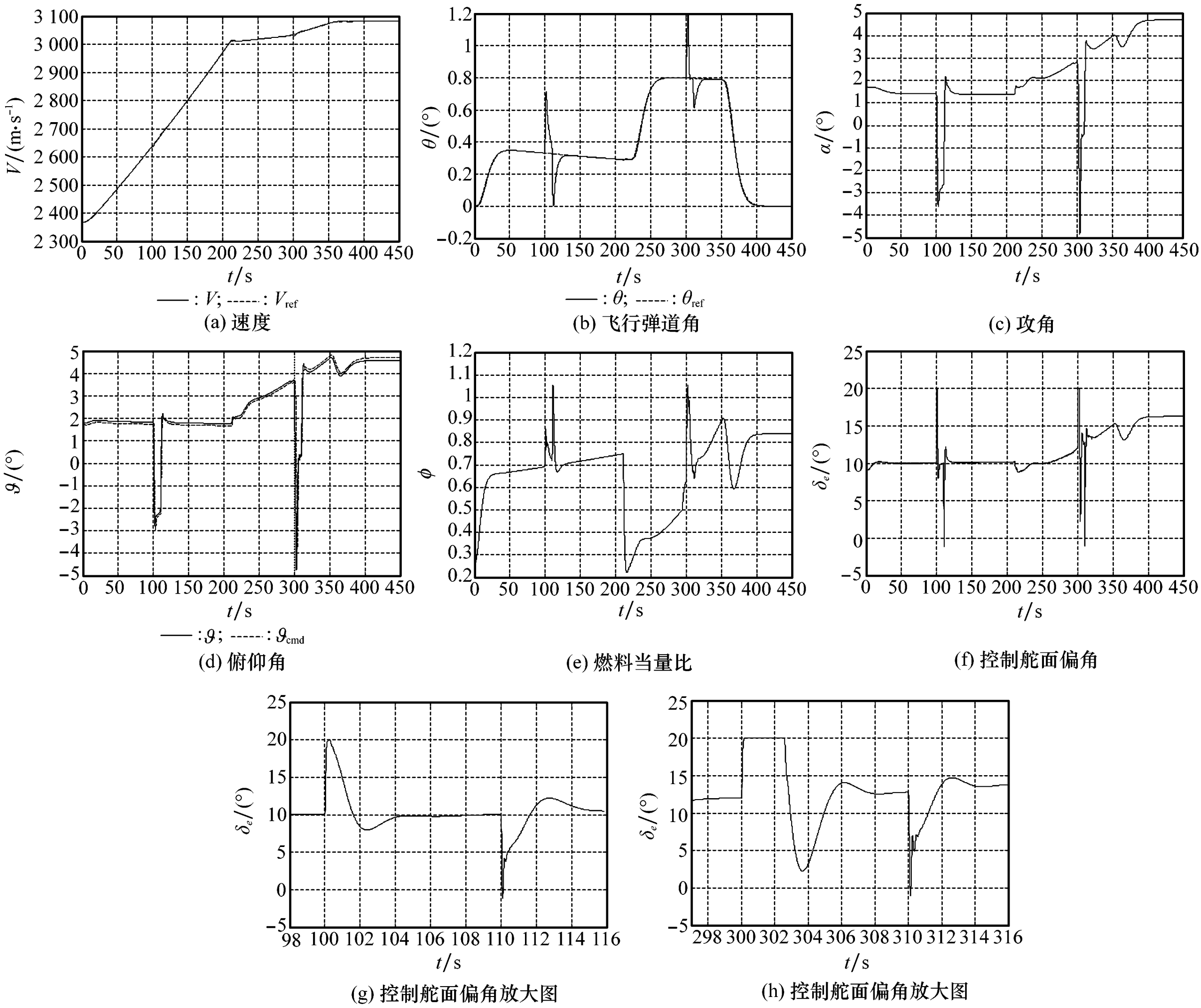

图 7　有抗饱和补偿器时控制舵面的饱和结果

4　结　论

高超声速大跨度机动飞行造成飞行器动态特性变化显著，只基于单工作点模型设计的控制系统无法实现大范围控制。首先，给出了面向高超声速飞行器的 LPV 鲁棒控制算法，以处理建模不确定性、时变特性和控制饱和问题。其次，建立了飞行器的 LPV 模型，用于变增益控制系统设计。再次，提出了由姿态回路和轨迹回路组成的内外环控制结构。最后，设计了以动压和马赫数为调度变量的变增益控制系统。非线性仿真结果说明了所给出的变增益控制系统实现了大跨度机动飞行控制、轨迹/推进/姿态协调控制、以及克服执行机构瞬时饱和。所给出的 LPV 控制算法和飞行控制系统设计方法具有一定的深入研究价值。

参考文献：

[1] 葛东明，黄显林. 面向控制的高超声速飞行器动力学特性分析[J]. 航天控制，2010，28(4)：3－9.（Ge D M, Huang X L. Control-oriented dynamic characteristics analysis of hypersonic flight vehicles[J]. *Aerospace Control*，2010，28(4)：3－9.）

[2] Fidan B, Mirmirani M, Ioannou P A. Flight dynamics and control of air-breathing hypersonic vehicles: review and new directions[C]// *Proc. of the AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies*, 2003: 7081 - 7105.

[3] Thompson P M, Myers T T, Suchomel C. Conventional longitudinal axis autopilotdesign for a hypersonic vehicle[C]// *Proc. of the AIAA 33rd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, 1995: 0556 - 0569.

[4] Buschek H, Calise A J. Uncertainty modeling and fixed-order controller design for a hypersonic vehicle model[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1997, 20(1): 42 - 48.

[5] Lohsoonthorn P, Jonckheere E, Dalzell S. Engenstructure vs constrained H_∞ design for hypersonic winged cone[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(4): 648 - 658.

[6] Groves K P, Sigthorsson D O, Serrani A, et al. Reference command tracking for a linearized model of an air-breathing hypersonic vehicle[C]// *Proc. of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2005: 6144 - 6158.

[7] Kuipers M, Mirmirani M, Ioannou P, et al. Adaptive control of an aeroelastic airbreathing hypersonic cruise vehicle[C]// *Proc. of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007: 6326 - 6338.

[8] Sigthorsson D O, Jankovsky P, Serrani A, et al. Robust linear output feedback control of an airbreathing hypersonic vehicle[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(4): 1052 - 1066.

[9] Apkarian P, Adams R J. Advanced gain-scheduling techniques for uncertain systems[J]. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 1998, 6(1): 21 - 32.

[10] Megretski A, Rantzer A. System analysis via integral quadratic constraints[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 1997, 42(6): 819 - 830.

[11] Gahinet P. Explicit controller formulas for LMI-based H_∞ synthesis[J]. *Automatica*, 1996, 32(7): 1007 - 1014.

[12] Bolender M A, Doman D B. Nonlinear longitudinal dynamical model of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2007, 44(2): 374 - 387.

[13] Kothare M V, Campo P J, Morari M, et al. A unified framework for the study of anti-windup designs[J]. *Automatica*, 1994, 30(12): 1869 - 1883.

[14] Zaccarian L, Teel A R. A common framework for anti-windup, bumpless transfer and reliable designs[J]. *Automatica*, 2002, 38(10): 1735 - 1744.

[15] Zhang G H, Shao H H. Anti-windup design for the controllers of integrating processes with long delay[J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2007, 18(2): 297 - 303.

[16] Parker J T, Serrani A S, Doman D B, et al. Control-oriented modeling of an air-breathing hypersonic vehicle[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(3): 856 - 869.