

一种基于四阶循环累积量的盲源分离方法

张丽辉¹ 邱天爽¹ 李景春² 谭海峰²

(1. 大连理工大学电子信息与电气学部, 大连 116024; 2. 国家无线电监测中心, 北京 100037)

摘要: 盲源分离是指在没有源信号任何先验知识的情况下, 只根据多个接收机的观测信号实现对源信号的恢复。本文基于四阶循环累积量提出了一种简单易行的循环平稳信号的盲源分离方法。针对两个信号混合的情况, 该方法首先对观测矩阵进行循环白化, 使得观测矩阵的循环自相关阵为单位阵, 这样分离矩阵变为酉阵, 可用单个参数来表示。之后运用循环统计量的性质找到一个评判函数, 求得该参数的最佳值从而确定分离矩阵。本文对 BPSK 信号和 AM 信号混合的情况分别进行了仿真实验, 通过信号分离的直观图、参数选择以及串音误差的分析表明该方法的有效性, 并将其与自然梯度算法、循环自然梯度算法做了比较, 表明本算法的优势, 尤其是在 AM 信号的分离中更是如此。文章最后讨论了算法的运行时间。

关键词: 循环累积量; 循环平稳信号; 盲源分离

中图分类号: TN972 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)09-1412-04

A Blind Source Separation Method based on the Fourth-order Cyclic Cumulant

ZHANG Li-hui¹ QIU Tian-shuang¹ LI Jing-chun² TAN Hai-feng²

(1. School of Electronic and Information Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024;

2. The State Radio Monitoring Center, Beijing 100037)

Abstract: Blind source separation is how to recover a set of signals from a set of their observations coming to multi-sensors, without any Prior knowledge of sources. In this paper, a simple blind source separation method of cyclostationary signals based on the properties of forth-order cyclic cumulant is proposed. In the case of two mixed cyclostationary signals, firstly the observed signal matrix is cyclic whitened in order to change the cyclic autocorrelation matrix to a unit matrix. Thus the separation matrix is turned into a unitary, which can be described by one parameter. Then the optimal value of this parameter can be achieved by the judge function based on the characteristic of cyclic statistics, through which the separating matrix can be determined. This paper makes simulations of mixed BPSK signal and AM signal separately, and the analysis of the result figure of the signal separation, parameter determining and crosstalk error show the effectiveness of the proposed method. Besides, the proposed method is compared with natural gradient algorithm and cyclostationary natural gradient algorithm, and shows great advantages specially in the case of AM signals. At last, the run time of the proposed method is discussed.

Key words: cyclic cumulant; cyclostationary signals; blind source separation

1 引言

盲源分离是指在没有源信号任何先验知识的情况下, 只根据观测信号的信息实现对源信号的分离和提取。观测信号往往是有干扰和噪声的。而且往往在时域和频域都有混叠。解决了这一问题就可以在同一信道中传送多个信号, 提高信道频谱利用率。这项技术在信号处理领域有着广泛的应用, 如通信, 雷达, 医学信号处理等等, 因此对它的研究有着重要的意义。在一般的盲源分离中, 我们都是假设信号为平稳信号, 但是在现实中大部分的通信信号都是循环平稳的。本文正是基于这种

现实展开对循环平稳信号的盲分离工作。

关于循环平稳信号盲源分离的研究还不是很多, 其中 Ying-Chang Liang 等用二阶统计量的方法^[1], Nhat-Anh CheViet 等人提出非正交近似联合对角化的方法^[2], M. G. Jafari 等人提出了循环自然梯度算法^[3]均取得了较好的结果, 但是上述的方法中用于信号分离的本质在于 ICA, 而不是循环平稳统计量的性质, 且计算量比较大。另外 Gardner 提出循环维纳滤波器和盲自适应频移滤波器进行单信道中有效信号的分离^[4], 其对干扰有较好的抑制作用, 但是在信号波形的恢复上仍然有差距。

本文提出一种简单易实现的方法,针对两个信号混合的情况,通过循环白化,然后再经过一个正交分离矩阵实现两个信号的分离。而这个正交分离矩阵是通过一个参数设定的,我们利用四阶循环累积量求得此参数从而确定分离矩阵,实现信号的分离。

2 盲源分离模型及分析

不考虑噪声的情况下,盲源分离的信号模型如下:

$$X=AS+n \tag{1}$$

其中 A 为混合矩阵,用来模拟发射机和接收机之间的信道参数, S 为源信号矩阵, X 为接收机接收的观测信号, $n(k)$ 为噪声。

设式(1)满足如下假设条件^[5]:(1) A 是列满秩的;(2)源信号是零均值的并且相互之间是独立的;(3)源信号中至多有一个信号是高斯分布的。

若考虑没有噪声的情况,可以对观测信号进行白化 $z(k)=WAs(k)$, W 为白化矩阵,盲源分离的原理就是通过寻找一个分离矩阵 U ,使得 $C=UWA$ 为一个对角矩阵,或者对角矩阵的初等变换。这样 $y(k)=UWAs(k)$ 就是对源信号的一个估计。其存在着幅度和极性的不确定性。

3 循环矩和循环累积量

3.1 循环矩

定义:对于固定的滞后 $\tau_1, \dots, \tau_{k-1}$,如果时变矩 $m_{kx}(t, \tau)$ 存在一个相对于 t 的傅里叶级数展开,则其傅里叶级数系数

$$M_{kx}^\alpha(\tau_1, \dots, \tau_{k-1}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} m_{kx}(t; \tau_1, \dots, \tau_{k-1}) e^{-j\alpha t} \tag{2}$$

称为 $x(t)$ 在循环频率 α 的 k 阶循环矩。

3.2 循环累积量

定义:对于固定的滞后 $\tau_1, \dots, \tau_{k-1}$,如果时变累积量 $c_{kx}(t; \tau_1, \dots, \tau_{k-1})$ 存在一个相对于 t 的傅里叶级数展开,则其傅里叶级数系数

$$C_{kx}^\alpha(\tau_1, \dots, \tau_{k-1}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} c_{kx}(t; \tau_1, \dots, \tau_{k-1}) e^{-j\alpha t} \tag{3}$$

称为 $x(t)$ 在循环频率 α 的 k 阶循环累积量。

对于零均值的循环平稳过程 $\{x(t)\}$,我们有^[6]

$$C_{4x}^\alpha(\tau_1, \tau_2, \tau_3) = M_{4x}^\alpha(\tau_1, \tau_2, \tau_3) - M_1 - M_2 - M_3 \tag{4}$$

式中,

$$M_1 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} m_{2x}(t; \tau_1) m_{2x}(t + \tau_2; \tau_3 - \tau_2) e^{-j\alpha t} \tag{5}$$

$$M_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} m_{2x}(t; \tau_2) m_{2x}(t + \tau_3; \tau_1 - \tau_3) e^{-j\alpha t} \tag{6}$$

$$M_3 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} m_{2x}(t; \tau_3) m_{2x}(t + \tau_1; \tau_2 - \tau_1) e^{-j\alpha t} \tag{7}$$

循环矩和循环累积量都是时不变的,这意味着循环矩和循环累积量可以利用单次观测数据进行估计。

4 本文算法原理

4.1 循环白化

假设观测信号是零均值的,如果是非零均值,则应考虑先去均值。并且设定两路源信号 $\langle s_i(t) s_i^*(t) e^{j\beta_i t} \rangle = 1$,且 $\langle s_i(t) s_j^*(t) e^{j\beta_j t} \rangle = 0, i \neq j$ 时^[7]。这样 $R_s^{\alpha_1}(0) + R_s^{\alpha_2}(0) = I$,我们记 $R_s^{\alpha_1}(0) + R_s^{\alpha_2}(0) = \sum_i R_s^{\alpha_i}$ 。

循环白化就是对观测信号进行一定的线性变换 W ,即 $Z=WX$,使得 Z 的循环自相关矩阵满足 $\sum_i R_z^{\alpha_i} = I$ 。在这里我们循环白化的方法是,对观测信号循环自相关矩阵进行特征值分解, $\sum_i R_z^{\alpha_i} = Q \Sigma^2 Q^T$, Σ^2 是由特征值组成的对角阵, Q 为特征向量矩阵。则令 $W = \Sigma^{-1} Q^T$ 。

由于 $\sum_i R_z^{\alpha_i} = WAR_s^{\alpha_i} \sum_i A^H W^H = I$,并且我们假设源信号之间相互独立,且 $\sum_i R_s^{\alpha_i} = I_0$ 。于是就有 $\sum_i R_z^{\alpha_i} = WAA^H W^H = I$,这样就可知 WA 为一酉阵^[8]。

4.2 分离矩阵

由以上可以知道分离矩阵也必然为一酉阵,对于两个信号混合的情况,我们可以设定分离矩阵 U 的形式如下^[9]:

$$U = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \tag{8}$$

θ 称为旋转角,由它的值来确定分离矩阵。则分离出的信号为

$$Y = Uz = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\cos \theta) z_1 - (\sin \theta) z_2 \\ (\sin \theta) z_1 + (\cos \theta) z_2 \end{bmatrix} \tag{9}$$

由于混合矩阵,白化矩阵和分离矩阵都是线性的,所以分离后的信号是两个信号的线性组合,即

$$Y = \begin{bmatrix} a_1 s_1 + b_1 s_2 \\ a_2 s_1 + b_2 s_2 \end{bmatrix} \tag{10}$$

循环频率的存在可以描述统计量相对于时间的变化: $\alpha=0$ 反应统计量的“直流部分”,而且他非零频率则表示“扰动”,而且 α 越大,统计量的时间变化就越快。概括的讲,循环累积量提供了基于循环累积量的信号可分离性^[6]。也就是说四阶累积量在循环频率为零时表现的是平稳信号的特性,非零的时候只有在循环频率处才有值。我们如果让分离出来的信号的平稳性最低,循环平稳性最高,此时对应一个 θ 值,我们再把这个值带到分离矩阵中,这样我们就把两个信号成功分离开了。于是我们设定一个评定函数:

$$E(\theta) = |C_{4y_1}^{\alpha_1}(0,0,0,k)| - |C_{4y_1}^0(0,0,0,k)| \tag{11}$$

在这里我们为了简单起见,将时间延迟都设为 0。但四

阶循环累积量提供信号可分离性的这个性质不会因为时间延迟量的不同而改变,其算法性能也没有变化。四阶累积量是一个四维的矩阵,我们只取时间延迟都为0的方向上的一个值作为代表。由循环累积量的线性性质得

$$C_{4y_1}^{\alpha_1}(0,0,0,k) = (\cos\theta)C_{4z_1}^{\alpha_1}(0,0,0,k) - (\sin\theta)C_{4z_2}^{\alpha_1}(0,0,0,k)$$

$$C_{4y_1}^0(0,0,0,k) = (\cos\theta)C_{4z_1}^0(0,0,0,k) - (\sin\theta)C_{4z_2}^0(0,0,0,k) \quad (12)$$

其中 α_1 为信号 s_1 的循环频率,当然用 s_2 的循环频率也可。将式(12)代入到式(11)中,求出函数最大值时对应的 θ 值,分离矩阵就确定了。

5 计算机仿真及分析

实验一:用两个仿真产生的 BPSK 信号作为实验信号, s_1 信号载波频率 f_{c1} 为 300Hz,信息速率 R_{b1} 为 100bit/s。 s_2 信号载波频率 f_{c2} 为 500Hz,信息速率 R_{b2} 100bit/s。信号采样点都为 10000 点,采样率 f_s 为 2000Hz。混合矩阵 A 为任意选取的,只要保证其是列满秩的。在这里我们取

$$\begin{bmatrix} 0.9 & 0.2 \\ 3.8 & 4.6 \end{bmatrix}$$

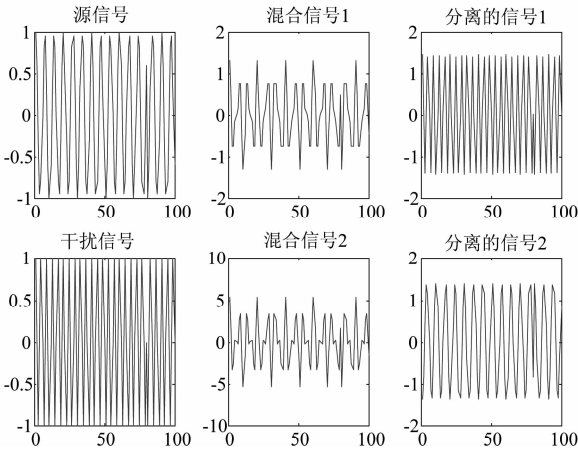


图1 Bpsk 信号分离效果图
Fig. 1 separation result of Bpsk signals

实验二:用两个仿真产生的 AM 信号作为实验信号,信号 s_1 载波频率 f_{c1} 为 200Hz,信号 s_2 的载波频率 f_{c2} 为 550Hz,数据长度为 10000。

由图1,图2可以看到本文算法在 Bpsk 信号和 AM 信号的分离效果都很好,波形基本上完全被恢复。只不过在幅度和极性上可能会有差异,这是由独立分量分析的特性所决定的。

下面讨论一下参数 θ 的选取,由于评判准则:
 $E(\theta) = |C_{4y_1}^{\alpha_1}(0,0,0,k)| - |C_{4y_1}^0(0,0,0,k)| \quad (13)$

实验一求出的 θ 值为 0.7874。为了验证这一算法的性能,我们定义一个误差函数:

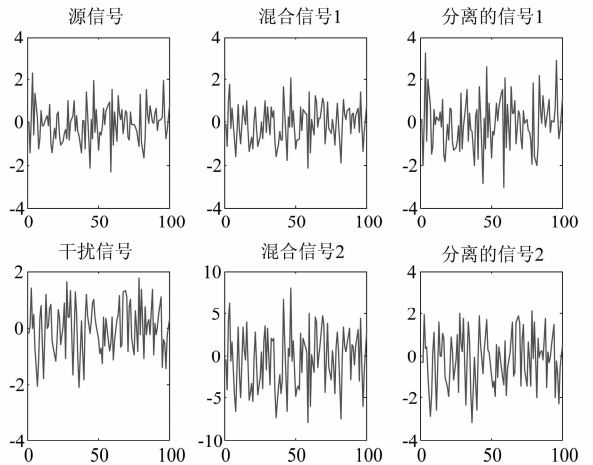


图2 AM 信号的分离效果
Fig. 2 separation result of AM signals

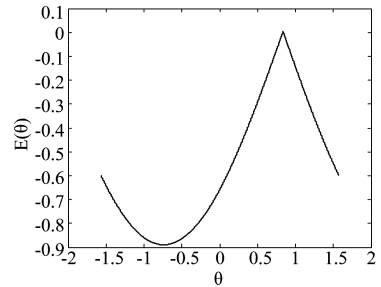


图3 评价函数随 θ 值的变化趋势及 θ 的最优值 (Bpsk 信号)
Fig. 3 the trend of evaluation function with the value of θ (Bpsk signals)

$$\text{Error}(\theta) = \|s_1 - \hat{y}_1\|_{\infty} / \|s_1\|_{\infty} \quad (14)$$

如图4所示,当 θ 值为 0.7259 时,实验一中误差函数值最小。这与评价函数最大时的 θ 值相差 0.06,说明算法的可行性,即本文算法得出的 θ 参数的值使得恢复信号和源信号的归一化误差接近最小值。

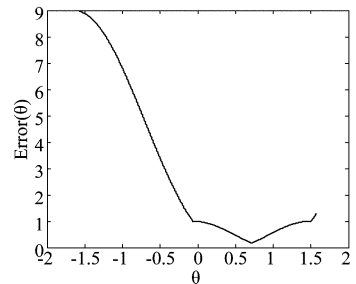


图4 误差函数随 θ 值的变化趋势 (Bpsk 信号)
Fig. 4 the trend of error function with the value of θ (Bpsk signals)

一般把串音误差^[10]作为衡量盲源分离的效果,其定义式如下:

$$\text{PI}(D) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^n \frac{|d_{ij}|}{\max_k |d_{ik}|} - 1 \right) + \sum_{j=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \frac{|d_{ij}|}{\max_k |d_{kj}|} - 1 \right) \quad (15)$$

其中 $D=UWA$,为联合矩阵, d_{ij} 为其元素。显然,PI 值

越小,分离效果越好。在实验一中得到联合矩阵为 $D =$

$$\begin{bmatrix} -0.0102 & 1.4141 \\ -1.4141 & 0.0102 \end{bmatrix}, \text{则最终的 PI 值为 } 0.0195。 \text{实验}$$

二中联合矩阵为 $\begin{bmatrix} 1.4261 & 0.0966 \\ -0.1001 & 1.3861 \end{bmatrix}$, PI 值为 0.1399。

表 1 给出了本文算法与其他一些分离方法的比较。

表 1 几种算法的串音误差比较

Tab.1 Crosstalk error comparison of several algorithms

	自然梯度算法	循环自然梯度算法	本文算法
Bpsk 信号串音误差	0.0912	0.0583	0.0195
AM 信号串音误差	1.8628	1.9052	0.1399

由表 1 可以看出本文算法有较好的性能,且自然梯度算法和循环自然梯度算法在实验二的条件下,对 AM 信号的分离效果恶化,而本文算法仍保持较好的性能。表 2 是在相关系数的角度展示了本文算法对 AM 信号分离的优势。

表 2 几种算法的相关系数比较

Tab.2 Correlation coefficient comparison of several algorithms

	自然梯度算法	循环自然梯度算法	本文算法
Bpsk 相关系数	1	1	0.9998
AM 相关系数	0.6801	0.7147	0.9994

另外,多次实验表明采样率、两信号的载波频率以及码速率变化时,本文算法具有高度稳定性,分离效果不受影响,即不受这些因素的干扰。

在计算量上,本文算法只需求得混合信号在四阶循环累积量延迟都为 0 时的一个值,所以计算量显著降低。在程序运行时间上,分离两个信号,运用实验 1 中的数据,采用 matlab7.0 软件环境和英特尔酷睿 2 E7600 为 CPU 的 PC 机,主频为 3.06MHz,运用了循环统计量的循环自然梯度算法的计算时间需要 46 秒,而本文算法所需计算时间仅为 4 秒,与自然梯度算法相当,体现了本文算法的高效性。

6 结论

本文运用四阶循环累积量对信号进行盲源分离。在求分离矩阵的过程中,我们根据循环累积量表征的循环平稳特性达到最大来确定分离矩阵的参数,并进而确定分离矩阵。方法简单易行,分离效果明显。本文算法为循环平稳信号的分离提供了一种新思路。但此方法只针对两个信号混合的情况,所以多个信号分离将是我们要进一步要研究的工作。

参考文献

[1] Liang, Y. -C., Leyman, A. R., Soong, B. -H., "Blind source separation using second-order cyclic-statistics" [C], IEEE Conferences Signal Processing 1997, 57-60.
 [2] CheViet, N. El., Badaoui, M., Belouchrani, A., Guil-

let, F., "Blind separation of cyclostationary sources using non-orthogonal approximate joint diagonalization" [C], IEEE Conferences Signal Processing 2008, 492-495.

[3] Jafari M. G., Alty S. R., Chambers J. A.. "New natural gradient algorithms for cyclostationary sources" [J]. IEE Proc. -Vis. Image Signal Process, 2004, 151(1): 62-68.
 [4] Gardner W. A., "Cyclic Wiener Filtering: Theory and Method" [J]. IEEE Transaction on Communi-Cation, Jan 1993, Vol. 41, No. 1, pp:151-163.
 [5] 张发启,张斌,张喜斌. 盲信号处理及应用[M],西安:西安电子科技大学出版社,2006. 10, 18.
 Zhang Faqi, Zhang Bin, Zhang Xibin. Operation and Application of Blind Signal. [M], Xi'an: Xidian University Press, 2006. 10, 18. (in Chinese)
 [6] 张贤达,保铮. 非平稳信号分析与处理[M],北京:国防工业出版社,1998. 9, 358-361.
 [7] Jafari M. G., Alty S. R., Chambers J. A. "New natural gradient algorithms for cyclostationary sources" [J]. IEE Proc. -Vis. Image Signal Process, 2004, 151(1): 64.
 [8] Belouchrani, A.; Abed-Meraim, K.; Cardoso, J. -F.; Moulines, E.; "A Blind Source Separation Technique Using Second-Order Statistics" [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1997, 45: 434-444.
 [9] Zarzoso, V.; Nandi, A. K. Blind separation of independent sources for virtually any source p-robability density function[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1999, 47(9): 2419-2432.
 [10] Jafari M. G., Alty S. R., Chambers J. A "New natural gradient algorithms for cyclostationary sources" [J]. IEE Proc. -Vis. Image Signal Process, 2004, 151(1): 63.

作者简介



张丽辉(1986-),女,山东德州人,大连理工大学研究生,研究方向为射频信号处理。



邱天爽(1954-),男,江苏海门人,1995年毕业于大连理工大学,获工学博士学位。现为大连理工大学教授,博士生导师,主要从事信号与信息处理方面的研究和教学工作。在国内外学术期刊与会议上发表论文 150 余篇,曾获教育部中国高校科学技术二等奖等多项科技奖励。

李景春(1966-),男,1998年毕业于西安电子科技大学,获工学博士学位。现为国家无线电监测中心副主任兼总工程师,研究方向为电磁兼容与无线电监测新技术。

谭海峰(1977-),男,2003年获北京交通大学硕士学位,现为国家无线电监测中心主任工程师,研究方向为无线射频谱工程。