

EBPSK 解调器中利用 SVM 概率输出的 LDPC 译码

陈贤卿 吴乐南

(东南大学信息科学与工程学院 南京 210096)

摘 要: 为了改善扩展的二元相移键控(EBPSK)系统在低信噪比下的误码率性能,引入了低密度奇偶校验码(LDPC)。EBPSK 解调器借助特殊的冲击滤波器提高能量利用率,却增加了获得后验概率信息用于译码的困难。本文引入支持向量机(SVM)方法在滤波器输出信号中选取少量采样点进行概率输出并进行 LDPC 译码,仿真显示可得到较高的信噪比增益。同时,本文还仿真对比了不同采样频率及不同方式获得的后验概率信息对系统译码性能的影响,表明基于 SVM 的方法在低采样率和低信噪比条件下便可获得较为精确的后验概率,因此,在 EBPSK 系统中采用 SVM 方法获得后验概率信息用于 LDPC 译码是一种较为有效的方式。

关键词: 支持向量机;低密度奇偶校验码;扩展的二元相移键控;后验概率;误码率

中图分类号: TN911.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2011)09-1286-05

LDPC Decoding via SVM Probability Output in EBPSK Demodulator

CHEN Xian-qing WU Le-nan

(School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: To improve the BER performance of the Extended Binary Phase Shift Keying (EBPSK) demodulation under low SNR, the LDPC code is introduced. But the special impacting filter used in EBPSK demodulator brings more difficulty in LDPC decoding after obtaining posterior probability information. The support vector machine (SVM) method in this paper selects only several samples from the filter output used for LDPC decoder. The simulation results show that higher SNR gain can be obtained with this method. The effect of the posterior probability information got by different sampling rates and different ways on decoding performance is analyzed. Which indicate that more accurate posterior probability can be obtained with SVM method under low sampling rate and low SNR. So SVM is an effective method in EBPSK demodulator to get posterior probability information for LDPC decoding.

Key words: support vector machine; low density parity check code; extended binary phase shift keying; posterior probability; bit error rate

1 引言

频谱利用率和误码率是衡量无线通信系统性能的重要指标。扩展的二元相移键控(EBPSK)调制^[1]可提高频谱利用率,而基于数字冲击滤波器^[2]的 EBPSK 解调器可提高能量利用率^[3]。为了进一步提升 EBPSK 系统在低信噪比下的误码率性能,本文为其引入低密度奇偶校验码(LDPC)作为信道编码。但由于 EBPSK 解调所用的冲击滤波器把相位信息转化为寄生幅度信息,因而较难通过传统的或者直接的方法获得 LDPC 码在采用和积算法译码时所需的后验概率信息。虽然文献[4][5]认为符号间距离越小相似度越大,较为可信的后验概率信息可由接收信号到某一判定基准的距

离计算得到,但这种方法不可避免地丢失了较多的软信息,在信噪比要求较高的情况下,需要使用更加精确的后验概率计算方法。同时,冲击滤波器输出信号仅在码元调制期有短时的幅度冲击,因而,如何充分利用这一波形信息在控制复杂度的同时又能获得更为可靠的后验概率信息,是本文关注的重点。Platt 提出的基于支持向量机(support vector machine, SVM)的近似算法^[6],可获得较精确的后验概率。Lin 等对该方法进行了改进^[7],在不增加复杂度的同时获得的后验概率更为精确,能满足 LDPC 译码的要求。但是,基于 SVM 概率输出的应用主要集中在模式识别和分类领域^{[8][9]},应用于通信系统则较少。虽然,Pablo 等把基于机器学习的概率输出方法与非线性信道的均衡相结合利用

LDPC 码进行译码^[10],得到了较好的误码率性能,但对于 EBPSK 系统的特殊解调方式并不直接适用。本文尝试用 SVM 方法获得解调输出的后验概率信息,并利用该后验概率初始化 BP 算法从而完成 LDPC 译码。

2 SVM 概率输出理论

2.1 SVM 分类

给定样本输入向量 $\{(\mathbf{x}_1, y_1), (\mathbf{x}_2, y_2), \dots, (\mathbf{x}_n, y_n)\}$, 其中 $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n, i=1, 2, \dots, k, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^k, y_i \in \{1, -1\}$ 为输出的两类, k 为样本数。利用非线性映射函数,将原始输入空间的数据映射到高维特征空间并构造最优分类超平面:

$$f(\mathbf{x}) = \mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}) + b = 0 \quad (1)$$

式中, \mathbf{w} 表示权值向量; b 为阈值。 \mathbf{w} 和 b 确定了分类面的位置。为了使结构风险最小化,分类面应该满足以下约束:

$$y_i(\mathbf{w} \cdot \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}_i) + b) \geq 1 \quad (2)$$

引入非负松弛变量 ξ_i , 以允许一定范围内分类误差的存在,从而提高学习方法的泛化能力,原始问题可以优化为:

$$\min_{\mathbf{w} \in \mathbf{R}^n, b \in \mathbf{R}, \xi_i \in \mathbf{R}^k} \frac{1}{2} \|\mathbf{w}\|^2 + C \sum_{i=1}^k \xi_i y_i ((\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i) + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0, i=1, 2, \dots, k. \quad (3)$$

式中, C 为惩罚参数,用于实现对错分样本惩罚程度的控制。用 Lagrange 乘子算法,将上述问题转化为它的对偶问题:

$$\min_{\alpha} \frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}^T \mathbf{H} \boldsymbol{\alpha} - \mathbf{e}^T \boldsymbol{\alpha} \quad \mathbf{y}^T \boldsymbol{\alpha} = 0, 0 \leq \alpha_i \leq C \quad (4)$$

其中, $\mathbf{y} = \{y_1, \dots, y_k\}^T, \boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_1, \dots, \alpha_k\}^T, \mathbf{e} = \{1, \dots, 1\}^T. \mathbf{H} = (y_i y_j K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j))_{k \times k}$ 是一个 $k \times k$ 的半正定矩阵, $K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \boldsymbol{\psi}^T(\mathbf{x}_i) \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}_j)$ 是核函数,训练向量 \mathbf{x}_i 通过函数 $\boldsymbol{\psi}$ 被映射到更高维的空间。求解上述问题后得到的最优分类函数为:

$$F(\mathbf{x}) = \text{sgn}(f(\mathbf{x})) = \text{sgn}[(\mathbf{w} \cdot \mathbf{x}) + b] = \text{sgn} \left[\sum_{i=1}^k \alpha_i y_i K(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}) + b \right] \quad (5)$$

式中的求和实际上只对支持向量进行, b 可用任一个支持向量求得,或通过两类中任意一组支持向量取中值求得。通过求解式(5)可得任意 \mathbf{x} 所属的类别^[11]。

2.2 SVM 概率输出

近似的概率输出可以通过 sigmoid 函数得到:

$$p(y=1|\mathbf{x}) \approx P_{A,B}(f) = \frac{1}{1 + \exp(Af+B)} \quad (6)$$

其中 $f=f(\mathbf{x})$, 每一个 f_i 为 $f(\mathbf{x}_i)$ 的估计, A, B 为通过训练确定的两个参数^[6]。最优参数集 $z^* = (A^*, B^*)$ 可以通过解如下的最大似然问题得到:

$$\min_{z=(A,B)} F(z) = - \sum_{i=1}^l (t_i \log(p_i) + (1-t_i) \log(1-p_i)) \quad (7)$$

其中 $p_i = P_{A,B}(f_i), t_i = (y_i + 1)/2$ 。通过解得的最优参数集,得到一组 (A, B) ,进而可以得到式(6)的解。

2.3 优化 SVM 概率输出

考虑到式(7)中会出现 $\log(0) \rightarrow -\infty$ 时的浮点溢出以及 $(1-p_i) \rightarrow 0$ 时的巨量消失问题,可通过如下变换来解决:

$$-(t_i \log p_i + (1-t_i) \log(1-p_i)) \quad (8)$$

$$= (t_i - 1)(Af_i + B) + \log(1 + \exp(Af_i + B)) \quad (9)$$

$$= t_i(Af_i + B) + \log(1 + \exp(-Af_i - B)) \quad (10)$$

当 $Af_i + B \geq 0$ 则采用式(10),否则用式(9)^[7]。最终式(6)的 SVM 概率输出的表达式改写为:

$$p(y=1|\mathbf{x}) \approx \begin{cases} \frac{1}{1 + \exp(Af+B)}, & Af+B < 0 \\ \frac{\exp(-Af-B)}{1 + \exp(-Af-B)}, & Af+B \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

由式(11)可以看到,基于 SVM 方法获得的后验概率只是近似的。

3 EBPSK 通信系统

3.1 调制

传统的 BPSK 调制“0”和“1”是对称的,且调制角度 $\theta = 180^\circ$; 而 EBPSK 是对 BPSK 的扩展,其在码元周期 T 内的键控调制时段 $\tau < T$, 且 θ 可以小于 π , 因而已调波形近乎正弦波,频谱呈现“旗杆式”。统一的任意二相键控调制信号表达式定义为:

$$f_0(t) = Z \sin \omega_c t, \quad 0 \leq t < T$$

$$f_1(t) = \begin{cases} Y \sin(\omega_c t + \theta), & 0 \leq t < \tau, 0 \leq \theta \leq \pi \\ Z \sin(\omega_c t), & \tau \leq t < T \end{cases}$$

其中码元长度 T 持续了 N 个载波周期;调制时段 τ 持续了 K 个载波周期。EBPSK 调制及冲击滤波器输出波形如图 1 所示,其中调制参数 $N=20, K=2, \theta=\pi, Y=Z=1$, 采用 10 倍采样。

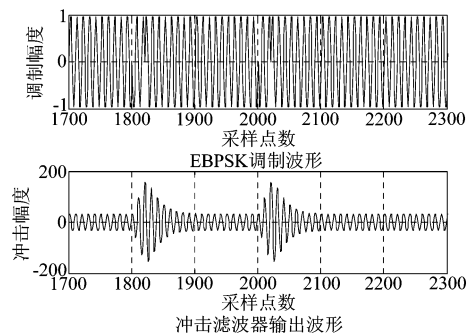


图 1 EBPSK 调制波形和滤波器输出波形

Fig. 1 Waveform of EBPSK modulation and its filtering output

从图 1 中可以看到,码元“1”持续的 K 个载波周期经过接收端冲击滤波器输出转化为寄生调幅,且寄生调幅仅

出现在跳变周期中。本文主要讨论如何利用这一波形信息获得较为精确的后验概率信息进行 LDPC 译码。

3.2 BP 译码

目前最为有效的 LDPC 译码方法为消息传递法,其中 BP 算法被认为是最优的译码算法,可把复杂运算转化为几个简单的节点处理,通过若干次迭代得到问题的全局解。BP 算法分为如下 4 步:

1. 初始化: $p_n^0(x) = q_{nm}^0 = p(x_n = x | y_n)$, 其中 $p(x_n = x | y_n)$ 为解调输出的后验概率。

2. 水平处理过程: 从校验节点 c_m 到变量节点 v_n 的最大后验概率输出。

$$r_{mn}^k(0) = p(v_n = 0 | c_m = 0, y_{i \in B(m) \setminus n})$$

$$r_{mn}^k(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \prod_{i \in B(m) \setminus n} (1 - 2q_{im}^k(1)), r_{mn}^k(1) = 1 - r_{mn}^k(0)$$

3. 垂直处理过程: 从变量节点 v_n 到校验节点 c_m 更新消息。

$$q_{nm}^{k+1}(0) = \theta p_n^0(0) \prod_{j \in A(n) \setminus m} r_{jn}(0),$$

$$q_{nm}^{k+1}(1) = \theta p_n^0(1) \prod_{j \in A(n) \setminus m} r_{jn}(1),$$

其中 θ 用于确保 $q_{nm}^{k+1}(0) + q_{nm}^{k+1}(1) = 1$, 计算 $p_n^k(x)$,

$$p_n^{k+1}(0) = \theta p_n^0(0) \prod_{j \in A(n)} r_{jn}(0), p_n^{k+1}(1) = \theta p_n^0(1) \prod_{j \in A(n)} r_{jn}(1)$$

4. 临时输出 $v_n^{k+1} = \begin{cases} 1, & p_n^{k+1}(1) \geq 0.5 \\ 0, & p_n^{k+1}(1) < 0.5 \end{cases}$, 如果所有校

验等式满足条件或者达到最大迭代次数,则完成迭代,否则返回步骤 2。

利用 BP 算法进行 LDPC 译码时在步骤 1 中概率信息的初始化是与系统条件相关的,不同的调制方式以及信道条件都会对初始化的后验概率计算产生影响。EBPSK 解调器通过特殊的滤波器将相位跳变转化为寄生调幅,使得获得精确的后验概率信息变得困难。下面将详细介绍利用 SVM 概率输出理论,在 EBPSK 特殊解调方式下初始化 LDPC 码 BP 译码。

3.3 系统模型

为了获得较为精确的后验概率,根据冲击滤波器输出波形的特点,利用 SVM 概率输出理论,在滤波器输出信号中只选取少量采样点进行处理。系统模型如图 2 所示。

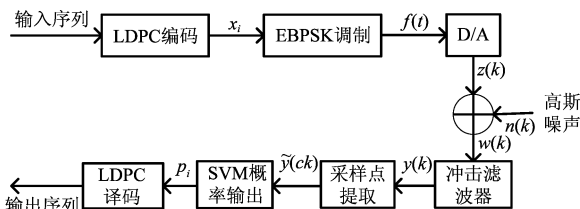


图2 EBPSK 系统中基于 SVM 概率输出的 LDPC 译码

Fig. 2 The SVM probability output-based LDPC decoding in the EBPSK system

输入序列经 LDPC 编码和 EBPSK 调制后输出信号 $f(t)$, 对 $f(t)$ 采样得到离散信号 $z(k)$ 。假设系统已同步,接收信号可以表示为 $w(k) = z(k) + n(k)$, 从而可得滤波器输出信号 $y(k) = w(k) * h(k)$, 其中 $h(k)$ 为冲击滤波器的单位脉冲响应。SVM 训练的输入向量 $\tilde{y}(ck)$ 是根据滤波器输出信号 $y(k)$ 的特点,归一化后选取波形中的采样点得到,其中 c 为常数,用于控制采样点数。由于信息集中于跳变码元,因而一般选取 $ck < n/4$ 个采样点, n 为每个码元周期的采样点数。采样点越多维数越高,相应地复杂度及对系统的要求也就越高。

在选取采样点得到输入向量后,根据系统模型利用式(5)可得分类函数 $f(\tilde{y}(ck)) = \sum_{i=1}^k \alpha_i \tilde{x}_i K(\tilde{y}_i(ck), \tilde{y}(ck)) + b$, 其中 $\tilde{x}_i = \{1, -1\}$ 为编码输出符号 $x_i = \{0, 1\}$ 的标签。SVM 概率输出过程可通过样本序列的训练得到模型和利用该模型进行后验概率输出两个阶段实现,其中训练过程只需一次。为了获得解调的概率输出,通过式(11)得到 $p(\tilde{x}_i = 1 | \tilde{y}_i(ck))$, 而 $p(\tilde{x}_i = 0 | \tilde{y}_i(ck)) = 1 - p(\tilde{x}_i = 1 | \tilde{y}_i(ck))$, 从而可以得到 $p(x_i = x | y_i)$, 用该后验概率初始化 BP 算法即可完成 LDPC 译码。

4 实验

本节主要通过仿真来验证在 EBPSK 系统中基于 SVM 概率输出的 LDPC 译码性能,同时也将考察采样率对译码性能的影响。仿真中均采用 $N=20$, $K=2$, $\theta=\pi$, $Y=Z=1$ 条件下的调制波形,载波频率 $f_c = 1\text{MHz}$ 。LDPC 码长为 4000,码率 1/2 的规则码,迭代 50 次。选取采样点 $l=5$,训练码元 3000 个,测试码元数为 10^7 。

4.1 SVM 概率输出性能分析

图 3a 和图 3b 分别为 10 倍采样率所得模型的在无噪声和 SNR = -10dB 时 EBPSK 调制信号通过冲击滤波器后的波形。从图 3b 可见信号基本淹没在噪声中。利用 SVM 概率输出方法,在滤波器输出信号的每一码元幅度冲击部分选取 5 个采样点,可以过滤码元“1”不携带信息的载波噪声,从图 3b 可以看到,该方法获得了较为准确的后验概率信息。

图 4 所示为 SNR = -5dB, 采用 10 倍采样率时输出的后验概率 $p(x=1|y)$, 其中图 4a 为利用 SVM 获得的后验概率信息,图 4b 为基于距离方法的后验概率输出。两图对比可以看到,图 4a 中的后验概率明显比图 4b 更加精确,输出概率集中在 0.85 ~ 1, 更加接近真实值。而且在噪声污染下,仅有少量码元后验概率小于 0.8。而图 4b 中概率信息较为发散,并有不少码元的概率小于 0.6,说明基于 SVM 方法要比基于距离方法获

得的后验概率更精确。

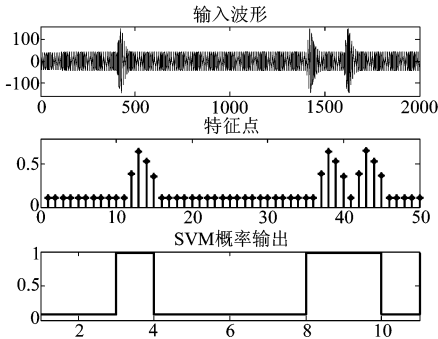


图3a 无噪声条件下概率输出效果

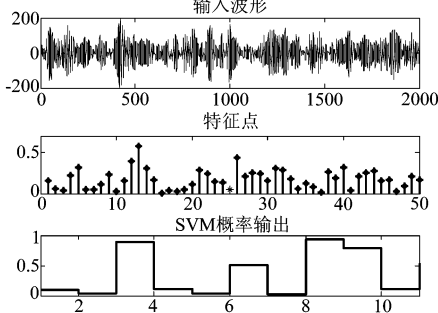


图3b SNR=-10dB 概率输出效果

图 3 基于 SVM 概率输出效果

Fig. 3 Results based on SVM probability output

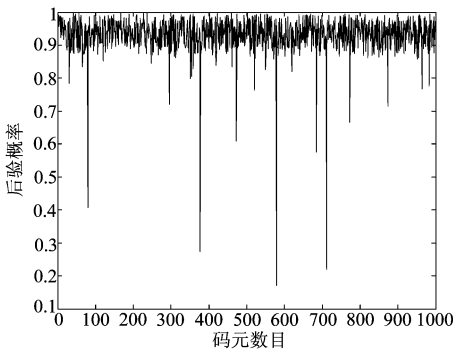


图4a 基于SVM后验概率

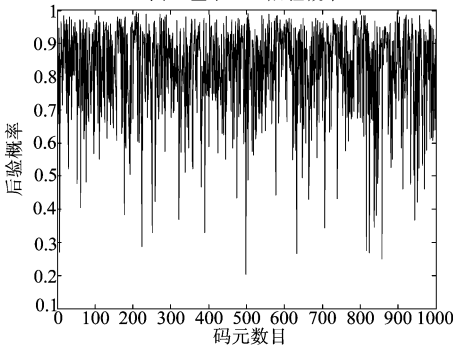


图4b 基于距离后验概率

图 4 SNR = -5dB 时输出的概率信息

Fig. 4 Probability output with SNR = -5dB

4.2 译码性能对比

图 5 中 SVM-4, SVM-6, SVM-10 分别为 4 倍、6

倍、10 倍采样率下 EBPSK 系统基于 SVM 方法的 LDPC 译码曲线; Dist-4, Dist-6, Dist-10 分别为 4 倍、6 倍、10 倍采样率下基于距离方法的 LDPC 译码曲线;而 Dirt-4, Dirt-10 分别为 4 倍、10 倍采样率下积分判决输出的曲线。图 5a 所示为 4 倍、10 倍采样率下积分判决和基于两种不同方法获得后验概率并进行 LDPC 译码得到的误码率 (BER) 曲线对比,可以看到在 $BER = 10^{-4}$ 时,如果采用 4 倍采样率,基于距离方法的 LDPC 译码性能可提升 13.5dB,而基于 SVM 概率输出 LDPC 译码性能可提升 18dB。而采用 10 倍采样率时,性能可分别提升 9dB 和 10.2dB。图 5b 所示为不同的采样率对译码性能的影响,当误码率在 10^{-4} 时,基于 SVM 方法与基于距离方法的译码性能相比在 4 倍采样率下可提升 4.6dB,6 倍采样率下提升 1.7dB,10 倍采样率下提升 1.2dB,说明 SVM 概率输出译码比基于距离方法译码性能有一定的提升,而且采样率越低,性能提升越高。SVM 方法在 4 倍采样率和 10 倍采样率之间性能相差 3.9dB,而在同样条件下基于距离方法性能相差 7.3dB,说明,采用 SVM 方法对采样率更加不敏感,因而,采用 SVM 概率输出 LDPC 译码在低采样率条件下优势更加明显。从仿真结果可以看到,在 EBPSK 系统中应用 LDPC 译码可以得到较大的性能提升,特别是当采样率较低时,提升尤为明显。

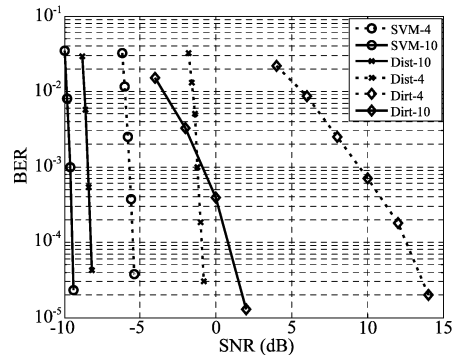


图5a LDPC译码性能比较

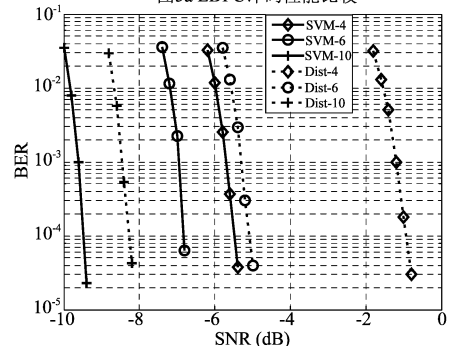


图5b 不同采样率下两种概率输出译码性能对比

图 5 不同采样率条件下 EBPSK 系统的误码率
Fig. 5 The BER performance of EBPSK system with different sampling rate

由于EBPSK系统解调的特殊性,获得可信的后验概率较为困难,从以上仿真中可以看到,不同的后验概率对于译码性能有较大的影响。采用SVM概率输出方式获得的后验概率较基于距离的后验概率更为可靠,而且,在EBPSK系统中,采样率越低,对系统的要求也越低,而采用SVM概率输出方式获得的性能提升越高。同时,在信号中直接选少量采样点进行训练和概率输出即可获得较高的性能提升,进一步降低了系统复杂度。

5 总结与讨论

1) 将SVM概率输出理论引入EBPSK解调器的LDPC译码中,获得了较高的编码增益。在信噪比较低或采样率较低时,采用SVM获得后验概率并进行译码可以获得较好的结果。

2) 采用SVM概率输出方法无需估计信道噪声功率 σ^2 ,且只需选少量采样点进行训练和输出,在一定程度上降低了系统复杂度。

3) SVM概率输出方式虽有较好的效果,但获得的概率信息依然不精确,与基于距离方式获得后验概率相比复杂度更高一些。

4) 进一步可研究多载波条件下基于SVM方法的LDPC译码^[12],多径衰落环境下的EBPSK信道均衡和译码,还可以考虑带宽限制下的联合检测译码,并尝试降低系统复杂度。

参考文献

- [1] 吴乐南. 超窄带高速通信进展[J]. 自然科学进展, 2007, 17(11):1467-1473.
Wu L N. The evolution of ultra-narrow band and high-speed communications[J]. Progress in Nature Science, 2007, 17(11): 1467-1473. (in Chinese)
- [2] 冯熳, 高鹏, 吴乐南. 超窄带调制信号的特殊滤波分析与仿真[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2010, 40(2): 227-230.
Feng M, Gao P, Wu L N. Analysis and simulation of special filtering based on ultra narrow band modulated signal[J]. Journal of Southeast University(Natural Science Edition), 2010, 40(2):227-230. (in Chinese)
- [3] Wu L N, Feng M. On BER performance of EBPSK-MODEM in AWGN channel[J]. Sensors, 2010, 10: 3824-3834.
- [4] 王磊, 徐大专. 一种32进制正交幅度调制的软解调方法[P]. 中国专利: CN101404642, 2009-04-08.
Wang L, Xu D Z. Soft demodulation method for 32 ary

quadrature amplitude modulation [P]. Chinese Patent; CN101404642, 2009-04-08. (in Chinese)

- [5] Hyun K, Yoon D. Bit metric generation for gray coded QAM signals [J]. IEE Proceedings Communications, 2005, 152(6):1134-1138.
- [6] Platt J C. Probabilities for SV machines[M]. Advances in Large Margin Classifiers, A J Smola, P L Bartlett, et al., Eds. Cambridge, (MA): MIT. Press,2000. 61-73.
- [7] Lin H T, Lin C J, Weng R C. A note on Platt's probabilistic outputs for support vector machines[J]. Machine Learning, 2007, 68(3):267-276.
- [8] Park W J, Kil R M. Pattern classification with class probability output network[J]. IEEE Transacts on Neural Network, 2009, 20(10):1659-1673.
- [9] Chang J H, Jo Q H, Kim D K, Kim N S. Global soft decision employing support vector machine for speech enhancement[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2009, 16(1):57-60.
- [10] Olmos P M, Murillo F J J, Perez C F. Joint nonlinear channel equalization and soft LDPC decoding with gaussian processes[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3):1183-1192.
- [11] Pal M, Foody G M. Feature Selection for Classification of Hyperspectral Data by SVM[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2010, 48(5):2297-2307.
- [12] Johnny W H K, Stevan M B, Vojislav K, Multiuser detector for chaos-based CDMA using support vector machine[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2010, 21(8):1221-1231.

作者简介



陈贤卿(1983-),男,东南大学信息科学与工程学院博士研究生,主要从事信道编码、通信信号处理的研究。
E-mail:xqchen213@126.com



吴乐南(1952-),男,东南大学信息科学与工程学院教授、博士生导师,中国电子学会会士,中国通信学会和中国计算机学会高级会员,主要从事高效调制解调系统和通信信号处理等研究与开发工作。
E-mail:wuln@seu.edu.cn