

# 认知无线电中基于高斯混合概率假设 密度滤波的主用户跟踪算法

杨 磊 陈 喆 殷福亮

(大连理工大学 信息与通信工程学院, 辽宁 大连 116024)

**摘 要:** 基于随机集的高斯混合概率假设密度滤波算法是一种典型的多目标跟踪算法, 可以在目标数目未知的情况下进行多目标跟踪, 但是该算法要求已知目标的起始位置, 在很多情况下, 目标的起始位置信息是无法获得的。本文针对这一问题, 提出了改进的高斯混合概率假设密度滤波算法, 并将本文算法应用于认知无线电系统的主用户跟踪问题。该算法利用双向预测的方式对检测结果进行估计, 即使用正向预测算法来估计现存主用户的位置, 然后采用后向预测算法来搜索新生的主用户并估计出新生主用户的位置。本文算法的主要优点是在主用户的数目、出现的时间和起始位置均未知的情况下仍可以有有效的跟踪目标。最后, 通过仿真对本文算法的性能进行了分析。仿真结果表明, 本文算法在误检率较高的情况下可以准确地跟踪主用户。

**关键词:** 认知无线电; 主用户跟踪; 多目标跟踪; 高斯混合概率假设密度滤波; 随机有限集

**中图分类号:** TN92 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)01-0019-07

## Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter Based Primary Users Tracking Algorithm for Cognitive Radios

YANG Lei CHEN Zhe YIN Fu-liang

(School of Information and Communication Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

**Abstract:** The random set based Gaussian mixture probability hypothesis density filter algorithm is a typical multi-target tracking algorithm, it can track multiple targets when the number of the targets is unknown, but this algorithm requires the knowledge of the targets' starting positions. In many cases, the target's initial location information is not available. In this paper, a modified Gaussian mixture probability hypothesis density filter is developed for multi-target tracking problem because the traditional Gaussian mixture probability hypothesis density filter can not work well when where the targets will appear is unknown. And the proposed algorithm is applied to track the primary users in the cognitive radio systems. A double side prediction algorithm is adopted to solve this primary user tracking problem. First, the forward prediction algorithm is used to estimate the locations of the existed primary users, and then the backward prediction algorithm is used to search the new primary users. The proposed algorithm can be used when we do not know how many primary users exist, when and where they will appear. The performance of the proposed algorithm is analyzed by simulation. Simulation results show that the proposed algorithm can track the primary users even in a high false detection environment.

**Key words:** cognitive radio; primary user tracking; multiple-target tracking; Gaussian mixture probability hypothesis density filtering; random finite sets

## 1 引言

随着无线通信需求的不断增长, 频谱资源贫乏的问题日益严重。传统的固定频谱分配方式非常低效,

而认知无线电技术能够充分利用稀缺的频谱资源<sup>[1]</sup>, 因此近年来受到了人们的高度重视。为了降低认知无线电系统对主用户的干扰, 美国联邦通信委员会 (FCC) 提出了干扰温度模型, 要求认知无线电系统具

有感知主用户附近干扰温度的能力,保证次用户对主用户的干扰低于临界值<sup>[2][3]</sup>。解决这个问题的前提是需要准确地估计出主用户的位置,以便对主用户附近的干扰温度进行检测。文献[4]提出了一种直接测量主用户本振(LO)泄漏信号的方法来检测主用户的存在并估计主用户的位置。文献[5]提出了一种基于检测概率的主用户三维定位算法。这两种方法都可以对主用户的位置进行估计。现存算法中,在估计主用户位置之前需要对主用户是否存在进行检测,但在实际中常出现误检和漏检的情况,因此主用户位置估计的可靠性并不高。在现代通信系统中,大部分用户都是移动用户,主用户的位置随时变化,可能有多个主用户同时存在,在这种情况下,可以对主用户的运动轨迹进行建模,利用不同时间点主用户状态的相关性来得到主用户的位置信息,因此认知无线电系统中的主用户位置估计问题可以看作是一个多目标跟踪问题。本文使用多目标跟踪的方法对主用户进行跟踪,可以在误检率较高,观测精度较低的情况下准确的估计出主用户的位置。

典型的多目标跟踪方法有联合概率数据关联法(JPDA)<sup>[6]</sup>、交互式多模型法<sup>[7]</sup>、多假设跟踪法<sup>[8]</sup>等。但是,以上几种方法均需要已知目标的数目。在主用户跟踪问题中,目标数目未知而且是不断变化的,在这种情况下,多目标的状态模型和观测模型可以表示为随机集<sup>[9]</sup>的形式。高斯混合概率假设密度滤波(GMPHD)<sup>[10][11]</sup>算法是一种典型的基于随机有限集的多目标跟踪算法,在已知目标起始位置的情况下,通过对每一采样时刻的多目标联合概率密度函数进行预测和更新,可在目标数和目标出现的时间未知的情况下跟踪目标。但是在认知无线电系统中,主用户的数目、出现的时间及出现的起始位置均是未知的,因此,传统的GMPHD算法无法直接应用于认知无线电系统的主用户跟踪问题中。

为了解决GMPHD算法在主用户起始位置未知的情况下无法进行多目标跟踪的问题,本文对GMPHD算法进行改进,提出了改进的高斯混合概率假设密度滤波算法,并将该算法应用于认知无线电系统中的主用户跟踪问题。该算法首先根据上一时刻的估计结果对需要估计的观测值进行正向预测,估计出现存目标的位置;然后采用后向预测算法来搜索新生目标。该算法的主要优点是可以适用于主用户的数目、出现的时间和起始位置均未知的情况。

## 2 认知无线电中主用户跟踪系统模型

在认知无线电系统中,假设每个目标即主用户的

运动轨迹是相互独立的,观测值也相互独立;由于传感器误检而产生的错误观测值(即虚假目标)与真实目标的观测值相互独立,并且服从泊松分布<sup>[12]</sup>;预测的多目标随机有限集是泊松的; $k$ 时刻主用户的生存概率 $p_{s,k}$ 和检测概率 $p_{d,k}$ 均与主用户状态相互独立;每个主用户的状态模型和观测模型均是线性高斯的;在每个观测时刻,传感器的观测结果包括误检值和真实值,而真实值又包括上一时刻已存在目标和新生目标。设传感器观测间隔为 $t$ ;主用户位置的横坐标和纵坐标分别为 $x_k$ 和 $y_k$ ,主用户沿 $x$ 轴与 $y$ 轴的速度分量分别为 $v_{x,k}$ 和 $v_{y,k}$ ;主用户在 $k$ 时刻的状态向量为 $\mathbf{x}_k = [x_k, y_k, v_{x,k}, v_{y,k}]^T$ ;设均值为 $\mathbf{m}$ 、协方差矩阵为 $\mathbf{P}$ 的高斯概率密度函数为 $\mathcal{N}(\cdot; \mathbf{m}, \mathbf{P})$ , $k$ 时刻主用户沿 $x$ 轴的加速度分量为 $a_{x,k}$ ,其分布为 $\mathcal{N}(\cdot; 0, \sigma_{x,k}^2)$ , $k$ 时刻主用户沿 $y$ 轴的加速度分量为 $a_{y,k}$ ,其分布为 $\mathcal{N}(\cdot; 0, \sigma_{y,k}^2)$ ;根据匀变速直线运动公式可得,状态噪声向量为 $\mathbf{u}_k = [a_{x,k}t^2/2, a_{y,k}t^2/2, a_{x,k}t, a_{y,k}t]^T$ ;  $k$ 时刻主用户位置的观测向量为 $\mathbf{z}_k = [z_{x,k}, z_{y,k}]^T$ ,观测噪声向量 $\mathbf{g}_k = [g_{x,k}, g_{y,k}]^T$ ,其中 $g_{x,k}$ 与 $g_{y,k}$ 的分布分别为 $\mathcal{N}(\cdot; 0, \xi_{x,k}^2)$ 和 $\mathcal{N}(\cdot; 0, \xi_{y,k}^2)$ 。则主用户的状态方程与观测方程分别为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{u}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{g}_k \quad (2)$$

其中状态转移矩阵 $\mathbf{F}_k$ 、状态噪声协方差矩阵 $\mathbf{Q}_k$ 、观测矩阵 $\mathbf{H}_k$ 和观测噪声协方差矩阵 $\mathbf{R}_k$ 分别为

$$\mathbf{F}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t & 0 \\ 0 & 1 & 0 & t \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} \sigma_{x,k}^2 t^4 / 4 & 0 & \sigma_{x,k}^2 t^3 / 2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,k}^2 t^4 / 4 & 0 & \sigma_{y,k}^2 t^3 / 2 \\ \sigma_{x,k}^2 t^3 / 2 & 0 & \sigma_{x,k}^2 t^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,k}^2 t^3 / 2 & 0 & \sigma_{y,k}^2 t^2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \xi_{x,k}^2 & 0 \\ 0 & \xi_{y,k}^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

## 3 高斯混合概率假设密度滤波

Mahler在文献[13]中提出了基于随机有限集的多目标跟踪算法——概率假设密度滤波法。该算法建立在随机集及贝叶斯滤波的基础上,对每一采样时刻的多目标联合概率密度函数进行预测和更新。为了解决用

贝叶斯方法进行随机有限集滤波时运算量过大的问题, Mahler 提出在每个时间点上不是传播多目标后验密度, 而是传播后验密度的一阶矩, 即后验密度的强度, 这样可以使运算量大大降低。文献[10]提出了高斯混合概率假设密度滤波器(GMPHD), 即假设  $k-1$  时刻的概率假设密度(PHD)可以用若干高斯分量的加权和表示, 由于目标的运动模型是线性的, 状态噪声服从高斯分布, 则  $k$  时刻的 PHD 也具有高斯和的形式, 由此可以得到 PHD 递推的闭式解。下面对 GMPHD 算法进行说明。

设  $k$  时刻多目标的状态方程与观测方程分别为

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}_{k-1} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{u}_{k-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{g}_k \quad (8)$$

其中  $\mathbf{F}_k$  为状态转移矩阵,  $\mathbf{Q}_k$  为状态噪声协方差矩阵,  $\mathbf{H}_k$  为观测矩阵,  $\mathbf{R}_k$  为观测噪声协方差矩阵。  $k$  时刻的真实目标随机有限集为  $\mathcal{D}_k$ ,  $k$  时刻虚假目标随机有限集  $\mathcal{K}_k$  的强度(即单位面积内虚假目标的个数)为  $\kappa_k(\cdot)$ ,  $k$  时刻目标的生存概率  $p_{S,k}$  和检测概率  $p_{D,k}$  均与目标状态相互独立,  $k-1$  时刻的估计目标数为  $J_{k-1}$ ,  $k$  时刻预测的新生目标数为  $J_{\gamma,k}$ ,  $k$  时刻观测向量的集合为  $\mathcal{Z}_k$ 。文献[10]将高斯混合模型应用于概率假设密度滤波中, 估计出  $k$  时刻各个可能目标对应的权值  $w_k^{(j)}(\mathbf{z})$  与状态向量  $\mathbf{m}_k^{(j)}(\mathbf{z})$ , 即

$$w_k^{(j)}(\mathbf{z}) = \frac{p_{D,k} w_{klk-1}^{(j)}(\mathbf{z})}{\kappa_k(\mathbf{z}) + p_{D,k} \sum_{i=1}^{J_{k-1}} w_{klk-1}^{(i)}}, \quad j = 1, \dots, J_{k-1} + J_{\gamma,k} \quad (9)$$

$$\mathbf{m}_k^{(j)}(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_{klk-1}^{(j)} + \mathbf{K}_k^{(j)}(\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{m}_{klk-1}^{(j)}) \quad (10)$$

其中

$$\mathbf{P}_k^{(j)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_k^{(j)} \mathbf{H}_k] \mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_k^{(j)} = \mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_{klk-1}^{(j)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (12)$$

当第  $j$  个目标的权值  $w_k^{(j)}(\mathbf{z})$  大于某一门限时, 说明  $k$  时刻该目标是存在的,  $\mathbf{m}_k^{(j)}(\mathbf{z})$  即为该目标状态的估计值。

在实际系统中, 随着运行时间的增加, 高斯项的数量会迅速增加, 从而导致运算量的急剧增大。为了解决这一问题, GMPHD 滤波器需要对高斯项进行修剪, 删除具有较小权值  $w_k^{(i)}$  的高斯项, 并对具有相近权值的高斯项进行合并, 从而降低运算量。

#### 4 一种改进的 GMPHD 算法及其在主用户跟踪中的应用

传统的 GMPHD 算法虽然可以在目标数和出现时间均未知的情况下进行多目标跟踪, 但 GMPHD 需要

已知目标可能出现的起始位置, 而在认知小区中, 主用户出现的起始位置无法预测。为此, 本文对 GMPHD 算法进行改进, 提出了改进的高斯混合概率假设密度滤波算法, 使其适用于目标起始位置未知的情况。

本文提出的改进的 GMPHD 多目标跟踪算法分两步进行, 首先使用正向预测算法估计出已存在目标在当前时刻的状态, 然后使用后向预测算法估计是否出现新生目标以及新生目标的状态。

(1) 正向预测, 估计已存在目标

假设  $k$  时刻没有新目标产生, 使用 GMPHD 算法进行正向预测, 利用上一时刻的估计值确定出哪些检测点是现存目标。需要注意的是, 在提取目标值时, 需要确定该目标值是由哪个观测值产生的, 从而在后向预测中将已确定为目标的观测值去除。修正后的目标提取算法如表 1 所示

表 1 正向预测目标提取算法

Tab. 1 Multiple-target state extraction of forward prediction

```

给定  $\{w_k^{(i)}, m_k^{(i)}, \mathbf{P}_k^{(i)}\}_{i=1}^{J_k}$ 
令  $\hat{\mathcal{D}}_k = \emptyset, \mathcal{C}_k = \mathcal{Z}_k$ 
for  $i = 1, \dots, J_k$ 
  if  $w_k^{(i)} > 0.5$ 
    更新  $\hat{\mathcal{D}}_k = [\hat{\mathcal{D}}_k, m_k^{(i)}]$ 
     $j = [(i-1)/J_{klk-1}]$ 
     $\mathcal{C}_k = \mathcal{C}_k \setminus \{z_j\}$ 
  end
end
end

```

在  $k$  时刻没有新生目标的情况下, 输出  $\hat{\mathcal{D}}_k$  可以作为现存目标的状态估计, 集合  $\mathcal{C}_k$  包括新生目标和虚假目标的观测值。由于主用户的数目、可能出现的时间和位置都是未知的, 因此  $\mathcal{C}_k$  中的所有元素都有可能是新生主用户的观测值。

(2) 后向预测, 估计新生目标

假设不会出现主用户分裂的情况, 则确定现存目标后, 剩下的观测值集合就只包括新生目标和虚假目标, 此处利用后向预测算法搜索新生目标。下面对其进行详细说明。

正向预测结束后, 对于集合  $\mathcal{C}_k$  中的所有观测值, 向前追溯  $T$  个时刻, 如果当前  $k$  时刻的某个观测值是由前  $T$  个时刻的某个目标生成而不是突然出现的, 则认为该点不是由误检产生的虚假观测值, 而是新生目标, 该目标在  $k-T$  时刻已经出现。注意到如果已知  $k$  时刻目标的状态值和  $k-1$  时刻的观测值, 用后向预测方法同样可以得到  $k-1$  时刻的状态估计值。根据式

(7)和式(8),可以得到后向预测的状态方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k-1} &= \mathbf{F}_{k-1}^{-1}(\mathbf{x}_k - \mathbf{u}_{k-1}) \\ &= \mathbf{F}_{k-1}^{-1}\mathbf{x}_k + \mathbf{e}_{k-1} \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\mathbf{e}_{k-1}$ 为后向预测状态噪声, $\mathbf{L}_{k-1}$ 为后向预测状态噪声协方差矩阵。在认知无线电系统的主用户跟踪问题中,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k-1} &= -\mathbf{F}_{k-1}^{-1}\mathbf{u}_{k-1} \\ &= [a_{x,k-1}t^2/2, a_{y,k-1}t^2/2, -a_{x,k-1}t, -a_{y,k-1}t]^T \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{L}_{k-1} = \begin{bmatrix} \sigma_{x,k}^2 t^4/4 & 0 & -\sigma_{x,k}^2 t^3/2 & 0 \\ 0 & \sigma_{y,k}^2 t^4/4 & 0 & -\sigma_{y,k}^2 t^3/2 \\ -\sigma_{x,k}^2 t^3/2 & 0 & \sigma_{x,k}^2 t^2 & 0 \\ 0 & -\sigma_{y,k}^2 t^3/2 & 0 & \sigma_{y,k}^2 t^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

后向预测的观测方程为

$$\mathbf{z}_{k-1} = \mathbf{H}_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{g}_{k-1} \quad (16)$$

其中观测噪声协方差矩阵为 $\mathbf{R}_{k-1}$ 。

首先对 $k-1$ 时刻的多目标强度进行后向预测,后向多目标预测强度 $v_{k-1|k}(\mathbf{x})$ 可以表示为

$$v_{k-1|k}(\mathbf{x}) = v_{S,k-1|k}(\mathbf{x}) + \gamma_{k-1}(\mathbf{x}) \quad (17)$$

其中 $v_{S,k-1|k}(\mathbf{x})$ 为 $\mathcal{C}_k$ 中的目标在 $k-1$ 时刻的后向预测强度, $\gamma_{k-1}(\mathbf{x})$ 为 $k-1$ 时刻新生随机有限集 $\mathcal{B}_{k-1}$ 的强度。

$v_{S,k-1|k}(\mathbf{x})$ 和 $\gamma_{k-1}(\mathbf{x})$ 均可以表示为高斯和的形式

$$v_{S,k-1|k}(\mathbf{x}) = p_{S,k-1} \sum_{j=1}^{J_k} w_k^{(j)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{S,k-1|k}^{(j)}, \mathbf{P}_{S,k-1|k}^{(j)}) \quad (18)$$

$$\gamma_{k-1}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{\gamma,k-1}} w_{\gamma,k-1}^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{\gamma,k-1}^{(i)}, \mathbf{P}_{\gamma,k-1}^{(i)}) \quad (19)$$

其中 $w_k^{(j)}$ 是 $\mathcal{C}_k$ 中目标的权值, $w_{\gamma,k-1}^{(i)}$ 是新生目标的权值, $\mathbf{m}_{S,k-1|k}^{(j)}$ 与 $\mathbf{P}_{S,k-1|k}^{(j)}$ 分别为 $k-1$ 时刻第 $j$ 个目标状态向量的预测均值和预测方差, $\mathbf{m}_{\gamma,k-1}^{(i)}$ 与 $\mathbf{P}_{\gamma,k-1}^{(i)}$ 分别是 $k-1$ 时刻第 $i$ 个新出生目标状态向量的均值和方差。通过后向预测的状态方程与观测方程,可以得到

$$\mathbf{m}_{S,k-1|k}^{(j)} = \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{m}_k^{(j)} \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{S,k-1|k}^{(j)} = \mathbf{L}_k + \mathbf{F}_k^{-1} \mathbf{P}_k^{(j)} (\mathbf{F}_k^{-1})^T \quad (21)$$

其中 $\mathbf{m}_k^{(j)}$ 与 $\mathbf{P}_k^{(j)}$ 分别为 $k$ 时刻第 $j$ 个目标状态向量的均值和方差。

根据式(17)-(19)可知, $k-1$ 时刻的后向多目标预测强度同样具有高斯和的形式

$$v_{k-1|k}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{J_{k-1|k}} w_{k-1|k}^{(i)} \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1|k}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-1|k}^{(i)}) \quad (22)$$

如果 $k-1$ 时刻的后向多目标预测强度具有高斯和的形式,那么 $k-1$ 时刻的后向多目标后验强度也具有高斯和的形式,即

$$v_{k-1}(\mathbf{x}) = (1 - p_{D,k-1}) v_{k-1|k}(\mathbf{x}) + \sum_{z \in \mathcal{C}_{k-1}} v_{D,k-1}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) \quad (23)$$

其中 $v_{D,k-1}(\mathbf{x}; \mathbf{z})$ 为已检测到的目标的强度,即

$$v_{D,k-1}(\mathbf{x}; \mathbf{z}) = \sum_{j=1}^{J_{k-1|k}} w_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z}) \mathcal{N}(\mathbf{x}; \mathbf{m}_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z}), \mathbf{P}_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z})) \quad (24)$$

将式(13)-(24)联立,可以估计出 $k-1$ 时刻各个可能新生目标对应的权值 $w_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z})$ 与状态向量 $\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z})$ ,即

$$w_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z}) = \frac{p_{D,k-1} w_{k-1|k}^{(j)}(\mathbf{z})}{\kappa_{k-1}(\mathbf{z}) + p_{D,k-1} \sum_{l=1}^{J_{k-1|k}} w_{k-1|k}^{(l)}(\mathbf{z})}, \quad j = 1, \dots, J_k + J_{\gamma,k-1} \quad (25)$$

$$\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z}) = \mathbf{m}_{k-1|k}^{(j)} + \mathbf{K}_{k-1}(\mathbf{z}_{k-1} - \mathbf{H}_{k-1} \mathbf{m}_{k-1|k}^{(j)}) \quad (26)$$

其中

$$\mathbf{P}_{k-1}^{(j)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k-1}^{(j)} \mathbf{H}_{k-1}] \mathbf{P}_{k-1|k}^{(j)} \quad (27)$$

$$\mathbf{K}_{k-1}^{(j)} = \mathbf{P}_{k-1|k}^{(j)} \mathbf{H}_{k-1}^T (\mathbf{H}_{k-1} \mathbf{P}_{k-1|k}^{(j)} \mathbf{H}_{k-1}^T + \mathbf{R}_{k-1})^{-1} \quad (28)$$

在后向预测阶段,首先需要预测目标进行初始化。后向预测初始化算法如表2所示

表2 后向预测初始化算法

Tab. 2 Initialization of backward prediction

```

i=0
for each l ∈ C_{k-1}
    i=i+1,
    w_{k-1|k}^{(i)} = w_{init}^{(i)}, m_{k-1|k}^{(i)} = m_{init}^{(i)}, P_{k-1|k}^{(i)} = P_{init}^{(i)}.
end
J_{k-1} = i

```

初始化后,对式(25)-(28)中的各个高斯项进行更新,可以得到后向预测阶段的多目标跟踪算法。将上述后向预测算法应用于认知无线电系统的主用户跟踪问题中,可以在主用户起始位置未知的情况下得到新出现主用户的位置信息。如果 $\mathcal{C}_k$ 中某一目标在 $k-1, \dots, k-T$ 时刻是否都存在。则说明 $k$ 时刻新出现了一个主用户,状态向量 $\mathbf{m}_k^{(j)}(\mathbf{z})$ 的前两项即为该主用户位置坐标的估计值。综上所述,对于给定的 $\{w_{k-t+1}^{(i)}, \mathbf{m}_{k-t+1}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-t+1}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k-t}}$ 和集合 $\mathcal{C}_{k-t}, k-t (1 \leq t \leq T)$ 时刻的后向预测算法如下:

- 1) 根据上一时刻的目标状态预测 $k-t$ 时刻存在的目标;
  - 2) 根据式(27)和(28)建立 PHD 更新项;
  - 3) 根据式(25)和(26)计算权值 $w_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z})$ 与状态向量 $\mathbf{m}_{k-1}^{(j)}(\mathbf{z})$ ;
  - 4) 输出 $\{w_{k-t}^{(i)}, \mathbf{m}_{k-t}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-t}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k-t}}$
- 后向预测算法的伪代码见附录 A 中的表 A1。

在后向预测的每次循环中,需要对  $k-t$  时刻的后向预测目标值进行提取,提取算法与表 2 中的正向预测目标提取算法相同。后向预测结束后,根据后向预测提取的目标值来确定  $\mathcal{C}_k$  中新生目标对应的观测向量集合  $\widehat{\mathcal{D}}_k$ ,并将  $\widehat{\mathcal{D}}_k$  中的元素作为  $k$  时刻新生目标的位置估计值。最后,令  $\widehat{\mathcal{D}}_k = [\widehat{\mathcal{D}}_k, \widehat{\mathcal{D}}_k]$ ,并将后向预测得到的估计结果与正向预测估计结果合并,作为下一时刻正向预测的初始值。需要注意的是,当  $T$  取值较大时,可以有效去除虚假的新生主用户,但是需要在主用户出现  $T$  时刻后才能检测出来,而且运算量随着  $T$  的增大而增大。为了降低运算量并在较短的时间内检测出新生目标, $T$  一般取一个比较小的值。

## 5 仿真结果与性能分析

用 Matlab 仿真 JPDA 法、GMPHD 法以及本文算法,并对三种跟踪算法进行比较。通常,均方距离误差等性能度量方法不适用于目标数与目标状态联合估计问题<sup>[10]</sup>。本文采用圆位置误差概率(CPEP)、期望误检误差(EFE)、期望漏检误差(EME)以及期望绝对误差(EAE)来评价本文跟踪算法的性能。设主用户位置估计值的错误概率为

$$\rho_k(\mathbf{d}, r) = \text{Prob}\left\{\|\mathbf{H}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2 > r\right\}, \forall \hat{\mathbf{x}} \in \widehat{\mathcal{D}}_k \quad (29)$$

其中  $r$  为位置误差半径,  $\|\cdot\|_2$  表示 L2 范数,观测矩阵  $\mathbf{H}$  为

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

则圆位置误差概率定义为

$$\text{CPEP}_k(r) = \frac{1}{|\widehat{\mathcal{D}}_k|} \sum_{\mathbf{d} \in \widehat{\mathcal{D}}_k} \rho_k(\mathbf{x}, r) \quad (30)$$

其中  $|\mathbf{A}|$  表示随机有限集  $\mathbf{A}$  中元素的个数。

期望误检误差、期望漏检误差以及期望绝对误差分别定义为

$$\text{EFE}_k = E\left\{|\widehat{\mathcal{D}}_k| - |\mathcal{D}_k|\right\} \quad (31)$$

$$\text{EME}_k = E\left\{|\mathcal{D}_k| - |\widehat{\mathcal{D}}_k|\right\} \quad (32)$$

$$\text{EAE}_k = E\left\{\|\widehat{\mathcal{D}}_k| - |\mathcal{D}_k|\right\} \quad (33)$$

系统参数设置如下:认知无线电小区的范围为  $1000 \times 1000 \text{m}^2$ ,每隔 1s 检测一次,观测时间为 100s,主用户出现的概率为 0.01,主用户的存活概率为 0.9,不失一般性,设状态噪声的  $x$  分量与  $y$  分量的分布相同,  $\sigma_{a,x}^2 = \sigma_{a,y}^2 = 25$ ,观测噪声的  $x$  分量与  $y$  分量的分布相

同,  $\xi_x^2 = \xi_y^2 = 10$ 。在算法比较时,假设 JPDA 算法已知任意时刻的主用户数以及主用户出现的起始位置,GMPHD 算法已知主用户可能出现的起始位置,而本文算法对主用户数、主用户出现的时间和起始位置均未知。共进行 10000 次蒙特卡罗仿真。

主用户沿  $x$  轴与  $y$  轴方向的真实轨迹与观测值分别如图 1 与图 2 所示。  $\kappa_k = 2 \times 10^{-5}$ ,即在整个观测区域平均每个时刻有 20 个观测值是虚假目标。本文算法、GMPHD 算法与 JPDA 算法对主用户位置的估计结果如图 3 与图 4 所示。从图 3 和图 4 可以看出,本文算法在误检率较高的情况下仍可以准确地跟踪主用户。

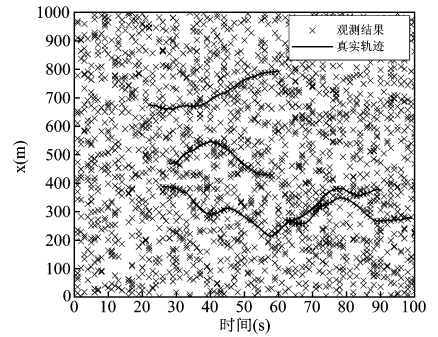


图 1 目标的真实轨迹与观测值 ( $x$  分量)

Fig. 1 Measurements and true target positions ( $x$  coordinate)

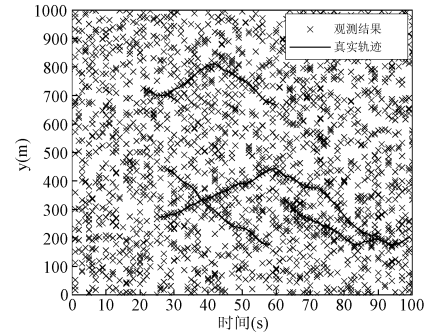


图 2 目标的真实轨迹与观测值 ( $y$  分量)

Fig. 2 Measurements and true target positions ( $y$  coordinate)

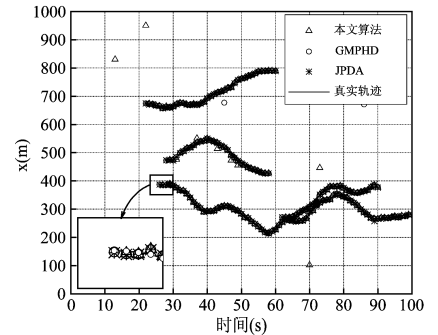


图 3 本文算法、GMPHD 与 JPDA 三种算法的位置估计结果 ( $x$  分量)

Fig. 3 Tracking results of the proposed method, GMPHD and JPDA ( $x$  coordinate)

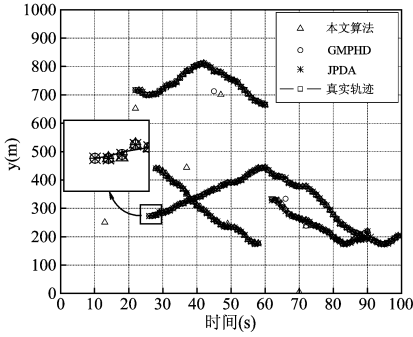


图4 本文算法、GMPHD 与 JPDA 三种算法的位置估计结果(y分量)  
Fig. 4 Tracking results of the proposed method, GMPHD and JPDA (y coordinate)

在误差半径  $r = 10\text{m}$  的情况下,本文算法、GMPHD 算法与 JPDA 算法的 CPEP 比较结果如图 5 所示。从图 5 中可以看出,JPDA 算法与 GMPHD 算法的性能略优于本文算法,但是 JPDA 算法需要已知任意时刻的主用户数以及主用户出现的起始位置,GMPHD 算法也需要已知主用户可能出现的起始位置,这在实际的认知无线电系统中是很难满足的。

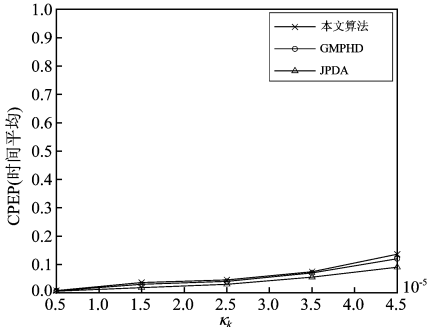


图5 本文算法、GMPHD 与 JPDA 三种算法的 CPEP 比较结果  
Fig. 5 CPEP performance of the proposed method, GMPHD and JPDA

本文算法、GMPHD 算法与 JPDA 算法的 EAE、EFE 及 EME 比较结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出,本文算法的性能略差于 GMPHD 算法,但仍可以较好地估计出主用户数,随着误检率的增大,两种算法检测的正确率也随之降低。由于 JPDA 算法已知主用户的数目信息,所以 EAE、EFE 及 EME 均为 0。

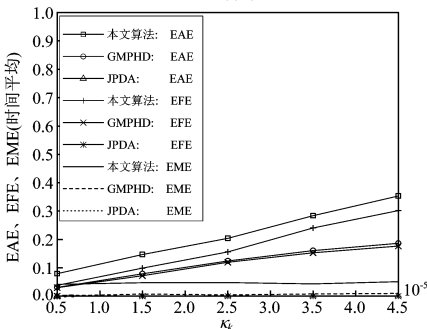


图6 本文算法、GMPHD 与 JPDA 三种算法的 EAE、EFE 及 EME 比较结果  
Fig. 6 EAE, EFE and EME performance of the proposed method, GMPHD and JPDA

## 6 结束语

针对认知无线电系统的主用户跟踪问题,本文对传统的 GMPHD 算法进行改进,提出了改进的 GMPHD 算法。该算法在正向预测的基础上增加了后向预测,使其可以适用于目标的数目、出现的时间和起始位置均未知的情况,并将其应用于认知无线电系统的主用户跟踪问题中。仿真结果表明,本文算法在高误检率的情况下仍可以较准确地跟踪主用户。在未来的工作中,我们将着重解决双向预测方式带来的运算量增加问题。

## 附录 A

表 A1 后向预测算法

Tab. A1 Pseudo code for the backward prediction

步骤 1. (预测  $k-t$  时刻存在的目标)

for  $j = 1, \dots, J_{k-t+1}$

$$\mathbf{w}_{k-t+1}^{(j)} = P_{S, k-t} \mathbf{w}_{k-t+1}^{(j)}, \mathbf{m}_{k-t+1}^{(j)} = \mathbf{F}_{k-t+1}^{-1} \mathbf{m}_{k-t+1}^{(j)}, \\ \mathbf{P}_{k-t+1}^{(j)} = \mathbf{L}_{k-t+1} + \mathbf{F}_{k-t+1}^{-1} \mathbf{P}_{k-t+1}^{(j)} (\mathbf{F}_{k-t+1}^{-1})^T.$$

end

$$J_{k-t} = J_{k-t+1}$$

步骤 2. (建立 PHD 更新项)

for  $j = 1, \dots, J_{k-t+1}$

$$\boldsymbol{\eta}_{k-t}^{(j)} = \mathbf{H}_{k-t} \mathbf{m}_{k-t+1}^{(j)}$$

$$\mathbf{S}_{k-t}^{(j)} = \mathbf{R}_{k-t} + \mathbf{H}_{k-t} \mathbf{P}_{k-t+1}^{(j)} \mathbf{H}_{k-t}^T$$

$$\mathbf{K}_{k-t}^{(j)} = \mathbf{P}_{k-t+1}^{(j)} \mathbf{H}_{k-t}^T [\mathbf{S}_{k-t}^{(j)}]^{-1}$$

$$\mathbf{P}_{k-t}^{(j)} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k-t}^{(j)} \mathbf{H}_{k-t}] \mathbf{P}_{k-t+1}^{(j)}$$

end

步骤 3. (更新)

for  $j = 1, \dots, J_{k-t+1}$

$$\mathbf{w}_{k-t}^{(j)} = (1 - p_{D, k-t}) \mathbf{w}_{k-t+1}^{(j)}$$

$$\mathbf{m}_{k-t}^{(j)} = \mathbf{m}_{k-t+1}^{(j)}, \mathbf{P}_{k-t}^{(j)} = \mathbf{P}_{k-t+1}^{(j)}$$

end

$l = 0$ .

for each  $\mathbf{z} \in \mathcal{C}_{k-t}$

$l = l + 1$ .

for  $j = 1, \dots, J_{k-t+1}$

$$\mathbf{w}_{k-t}^{(U_{k-t+1}^{(j)})} = p_{D, k-t} \mathbf{w}_{k-t+1}^{(j)} \mathcal{N}(\mathbf{z}; \boldsymbol{\eta}_{k-t}^{(j)}, \mathbf{S}_{k-t}^{(j)}).$$

$$\mathbf{m}_{k-t}^{(U_{k-t+1}^{(j)})} = \mathbf{m}_{k-t+1}^{(j)} + \mathbf{K}_{k-t}^{(j)} (\mathbf{z} - \boldsymbol{\eta}_{k-t}^{(j)}).$$

$$\mathbf{P}_{k-t}^{(U_{k-t+1}^{(j)})} = \mathbf{P}_{k-t+1}^{(j)}$$

end

$$\mathbf{w}_{k-t}^{(U_{k-t+1}^{(j)})} = \frac{\mathbf{w}_{k-t}^{(U_{k-t+1}^{(j)})}}{\kappa_{k-t}(\mathbf{z}) + \sum_{i=1}^{J_{k-t+1}} \mathbf{w}_{k-t}^{(U_{k-t+1}^{(i)})}}, \\ \text{for } j = 1, \dots, J_{k-t+1}.$$

end

$$J_{k-t} = l J_{k-t+1} + J_{k-t+1}$$

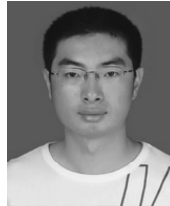
输出  $\{\mathbf{w}_{k-t}^{(i)}, \mathbf{m}_{k-t}^{(i)}, \mathbf{P}_{k-t}^{(i)}\}_{i=1}^{J_{k-t}}$ .

## 参考文献

- [1] Haykin S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(2): 201-220.

- [2] 周小飞, 张宏纲. 认知无线电原理及应用 [M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2007: 16-24.
- [3] 周贤伟, 王建萍, 王春江. 认知无线电 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008: 27-30.
- [4] 马志焱, 陈巍, 曹志刚. 认知无线网络中基于检测概率的主用户定位算法 [J]. 北京邮电大学学报, 2009, 32(2): 14-19.  
Ma Zhi-yao, Chen Wei and Cao Zhi-gang. Analysis on detection probability based primary user localization algorithm in cognitive radio networks [J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2009, 32(2): 14-19. (In Chinese)
- [5] Wild B. and Ramchandran K. Detecting primary receivers for cognitive radio applications [C]. 2005 First IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks, Baltimore, Maryland, USA, Nov. 8-11, 2005: 124-130.
- [6] Fortmann T., Bar-Shalom Y. and Scheffe M. Sonar tracking of multiple targets using joint probabilistic data association [J], IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1983, 8(3): 173-184
- [7] Blom H. A. P. and Bar-Shalom Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients [J], IEEE Transactions on Automatic Control, 1988, 33(8): 780-783
- [8] Reid D. B. An algorithm for tracking multiple target [J], IEEE Transactions on Automatic Control, 1979, 24(6): 843-854.
- [9] Khaleghi B., Khamis A. and Karray F. Random finite set theoretic based soft/hard data fusion with application for target tracking [C]. 2010 IEEE Conference on Multisensor Fusion and Integration for Intelligent Systems (MFI), Salt Lake City, USA, Spet. 5-7, 2010: 50-55.
- [10] Ba-Ngu V. and Wing-Kin M. The Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(11): 4091-4104.
- [11] Panta K., Clark D. E. and Ba-Ngu V. Data association and track management for the Gaussian mixture probability hypothesis density filter [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45(3): 1003-1016.
- [12] Bar-Shalom Y. and Fortman T. E. Tracking and data association [M]. San Diego, CA: Academic, 1988: 155-172.
- [13] Mahler R. P. S. Multitarget Bayes filtering via first-order multitarget moments [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 1152-1178.

### 作者简介



杨磊 (1981-), 男, 辽宁锦州人, 大连理工大学博士生, 主要研究方向为宽带无线通信技术、通信信号处理。  
E-mail: yanglei\_im@foxmail.com



陈喆 (1975-), 男, 黑龙江泰来人, 博士, 大连理工大学讲师, 主要研究方向为语音处理、阵列信号处理和宽带无线通信技术。E-mail: zhechen@dlut.edu.cn



殷福亮 (1962-), 男, 辽宁抚顺人, 大连理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为语音处理、图像处理、阵列信号处理和宽带无线通信技术。  
E-mail: flyin@dlut.edu.cn