

# 基于贪婪算法的高分辨信号源 DOA 估计

王晓庆<sup>1</sup> 陶荣辉<sup>2</sup> 甘露<sup>1</sup>

- (1. 电子科技大学电子工程学院, 成都, 611731;  
2. 中国工程物理研究院电子工程研究所, 四川 绵阳, 621009)

**摘 要:** 确定辐射源的来波方向(DOA)是阵列信号处理的重要研究内容, 已经广泛应用于雷达、声纳和无线通信等领域。本文研究了远场窄带信号源的 DOA 高分辨估计问题。利用信号来波方向在空域具有稀疏性的特点, 建立了远场窄带信号源的稀疏表示模型。根据协方差矩阵的特征值分解和贪婪匹配追踪算法原理提出了一种基于特征值分解的多重正交匹配追踪算法(EIG-MOMP)。首先, 利用特征值分解对阵列接收数据进行降维处理。这一降维操作使得问题转化为了一个具有多重观测向量(MMV)的欠定方程求解问题。接着利用 MOMP 算法对降维后的数据进行处理, 最终得到信号的 DOA 估计值。该算法实现了在低信噪比下远场窄带信号源的高分辨 DOA 估计, 并具有较低的运算复杂度。将本文提出的算法与传统的 Capon 算法、多重信号分类算法(MUSIC)以及正交匹配追踪算法(OMP)进行了对比。结果证明, 该算法在低信噪比下能取得较好的 DOA 估计效果, 可以针对任意的相干信号源, 并且具有高分辨率的优点。

**关键词:** DOA 估计; 稀疏表示; 特征值分解; 贪婪迭代算法

**中图分类号:** TN911.7    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1003-0530(2012)05-0705-06

## A high resolution DOA estimation method based on greedy algorithm

WANG Xiao-qing<sup>1</sup> TAO Rong-hui<sup>2</sup> GAN Lu<sup>1</sup>

- (1. Department of Electronic Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, 611731;  
2. Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Sichuan, Mianyang 621009)

**Abstract:** It is important research contents to determine the direction-of-arrival (DOA) of radiation sources in the array signal processing, which has been widely used in radar, sonar and wireless communication system. This paper studies the (DOA) estimation problem of far field narrowband signal sources. We build up the sparse representation model of far field narrowband using the spatial sparse property of the DOA of the incident sources. We propose a DOA estimation method combined the eigenvalue decomposition and multiple orthogonal matching pursuit algorithm (MOMP) based on the eigenvalue decomposition of array output covariance matrix and the theory of greedy matching pursuit algorithm. Firstly, we use eigenvalue decomposition to reduce the dimension of the received data form array output. The reduction operation transforms the DOA estimation problem into solving a multiple measurement vectors (MMV) problem which is appropriate for the MOMP algorithm. Then, the MOMP algorithm is employed to estimate the DOA from the data of reduced dimension. High resolution DOA estimation is achieved in low signal to noise ratio (SNR) and less computational complexity is guaranteed. The performance is compared with the representative DOA estimation methods including MUSIC, Capon and OMP. Simulation experiments are conducted to validate the effectiveness of the proposed method regardless of the coherence of the incident signals.

**Key words:** Direction-of-arrival (DOA) estimation; sparse representation; eigenvalue decomposition; greedy algorithm

## 1 引言

对敌方雷达和通信信号源的 DOA 估计是阵列信号处理的重要研究内容之一。如何实现快速的,高精度的,低成本的辐射源 DOA 估计一直是阵列信号处理不断研究和努力的方向。传统的阵列信号 DOA 估计方法已在雷达、声纳以及无线通信等领域得到了广泛的应用。其中较为经典的有: Capon 提出的最小方差无失真响应(MVDR)算法<sup>[1]</sup>;基于子空间理论的测向方法,其中包括多重信号分类(MUSIC)算法<sup>[2]</sup>和旋转不变子空间(ESPRIT)算法<sup>[3]</sup>;以及最大似然估计类算法(ML)<sup>[4]</sup>。Capon 类的方法测向需要较大的大阵元数,因而小阵元下无法实现信号源的高分辨测向;基于子空间理论的测向方法测向精度虽然较高,但是当出现相干信号源的情况时,该类方法因为不能有效的区分信号子空间和噪声子空间,其性能会急剧下降;而最大似然估计类算法因为运算量太大,也限制了其在实际中的应用。

近年来,新兴的压缩感知(Compressive Sensing)<sup>[5]</sup>和稀疏表示理论<sup>[6]</sup>提供了一种新的参数估计方法。该理论指出,如果一个信号在某一个过完备基下显示出稀疏特性,就可以利用相关的信号恢复算法,精确的恢复出原始信号的稀疏特性。在整个空域范围内,感兴趣的辐射源目标只有有限个数,因而,在角度空间具有天然的稀疏性。采用某种空间网格划分可以实现其稀疏性的表示,在此操作下将信号与其空间位置实现一一对应,为从信号重构的角度实现 DOA 估计提供了依据。

最早研究稀疏表示类方法的 Fuchs 提出了全局匹配滤波(GMF)的方法<sup>[7]</sup>,该方法利用了波束域采样来实现 DOA 估计;M. Cetin 和 D. Malioutov 等从 2002 年开始将稀疏性的思想引入到阵列 DOA 估计中,通过对空间角度的离散化建立了稀疏重构模型;接着在 2005 年又提出了 L1-SVD 算法<sup>[8]</sup>,该算法基于阵列流型构造了过完备基矩阵,结合了奇异值分解和  $L_1$  范数凸优化技术,成功的解决了阵列多维观测数据(MMV)的问题。但凸优化技术的一个突出问题是运算量太大,运算时间不能满足实时性的要求。因而,该算法离实际应用还有很大差距。文献[9]提出了一种基于信号形式构造过完备基矩阵的稀疏表示测向模型。但该方法要求信号的具体形式已知,在非合作通信领域,该条件很难满足。因而,其应用也受到了限制。同样基于阵

列流型构造的过完备基矩阵,M. M. Hyder 等<sup>[10]</sup>人在研究了多重观测向量的前提下,采用了混合  $L_{2,0}$  范数逼近的策略,提出了一种联合范数逼近算法(JLZA)。该算法从本质上讲跟欠定系统聚焦求解算法(M-FOCUSS)<sup>[11]</sup>属同一类算法。都是通过对欠定方程的最小范数解进行不断的加权迭代来逼近  $L_0$  范数解的。在阵列采样快拍数量较小、信噪比较高时,是一种高精度的测向方法。但是随着快拍数的不断增加,该方法的运算量变得很大,而且在低信噪比下,该方法的性能也受到了限制。殷吉昊等<sup>[12]</sup>提出了一种阵列协方差向量稀疏表示模型。利用了真实的协方差矩阵和估计的协方差矩阵的误差满足渐近正态分布这一特性,提出了阵列协方差向量稀疏表示凸优化算法( $L_1$ -SRACV)。该方法最大的缺点是构造的过完备基矩阵维数很大。当角度空间划分的很密时,该方法的运算量成倍地增加,导致该算法的稳定性很差。

针对上述问题,本文提出一种基于特征值分解的贪婪迭代算法(EIG-MOMP)。该算法首先对接收阵列数据的协方差矩阵进行特征值分解,利用分解后的特征值和特征向量张成新的子空间。这样得到较低维数的接收信号数据矩阵。然后,基于阵列流型构造过完备基矩阵,对该数据矩阵进行稀疏表示。最后,利用多重正交匹配追踪算法(MOMP)<sup>[13]</sup>对上述稀疏表示后产生的欠定方程进行求解,最终实现信号 DOA 的高分辨估计。与上述几种算法相比,本文提出的算法运算量上得到了显著的降低。由于引入了特征值分解,在低信噪比的情况下该算法依然适用。跟传统的方法相比,该算法具有高分辨率的优势,并且可以处理相干信号源的情况。

## 2 阵列信号的稀疏表示模型

### 2.1 传统的远场窄带模型

假设有  $K$  个远场窄带信号源分别从方向  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_K$  入射到具有  $N$  个阵元的阵列上,在时间  $t, t=1, 2, \dots, T$  处,阵列接收数据可以表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  为阵列接收数据向量,  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times K}$  为阵列流型矩阵,  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \ s_2(t) \ \dots \ s_K(t)]^T \in \mathbb{C}^{K \times 1}$  为空间入射信号向量,  $\mathbf{n}(t) \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  为高斯白噪声向量。阵列流型表示如下

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \ \mathbf{a}(\theta_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\theta_K)] \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{a}(\theta_k)$  为导向向量(又叫驱动向量)。对于均匀

线性阵列

$$\mathbf{a}(\theta_k) = [1 \ e^{j2\pi f\tau_{nk}} \ \dots \ e^{j2\pi f\tau_{Nn}}]^T \quad (3)$$

其中,  $\tau_{nk} = \frac{1}{c}(n-1)d \sin(\theta_k)$  为第  $n$  个阵元相对于参考阵元的传播延迟,  $d$  为阵元间距,  $c$  为电磁波传播速度。以上模型即为远场窄带信号源阵列接收数据模型。

## 2.2 联合稀疏表示模型

针对上述传统模型,考虑把阵列流型矩阵过完备化<sup>[8]</sup>。将角度空间划分为一系列的角度值  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_{N_a}$ , 当空间网格划分的越密,  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_{N_a}$  中的某一角度值  $\tilde{\theta}_k$  就越接近(直至等于)  $\theta_k$ 。于是获得了一个  $N \times N_a$  的过完备基矩阵

$$\Psi = [\mathbf{a}(\tilde{\theta}_1) \ \mathbf{a}(\tilde{\theta}_2) \ \dots \ \mathbf{a}(\tilde{\theta}_{N_a})] \quad (4)$$

对于阵列接收的  $T$  次快拍数据,在不考虑噪声的情况下,将式(1)重写为如下形式

$$\mathbf{X} = \Psi \mathbf{B} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1) \ \mathbf{x}(2) \ \dots \ \mathbf{x}(T)] \in \mathbb{C}^{N \times T}$  为阵列接收的多快拍数据矩阵。而矩阵  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{N_a \times T}$  表现出的特点是在对应  $\tilde{\theta}_k = \theta_k, k=1, 2, \dots, K$  的索引值那一行的数据全不为零,其他的行全部为零。即

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mathbf{S}_k & \tilde{\theta}_k = \theta_k, k=1, 2, \dots, K \\ 0 & \tilde{\theta}_k \neq \theta_k \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $\mathbf{S}_k = [s_k(1) \ s_k(2) \ \dots \ s_k(T)]$ 。也就是说,  $\mathbf{B}$  中仅有  $K$  行元素不为零,其余的  $N_a - K$  行元素全部为零。称  $\mathbf{B}$  为  $K$  联合稀疏矩阵,称阵列接收的多次快拍数据  $\mathbf{X}$  为多重观测向量数据。这实际上形成了 DOA 估计的多重观测向量(MMV)模型<sup>[13]</sup>。其中,  $\mathbf{B}$  中  $K$  个非零行对应的行索引值即为要估计的对象,因为在对角度空间进行网格划分之后它直接对应着信号源的来波方向。

## 3 特征值分解与 MOMP 算法

针对上述 MMV 模型的优化求解算法有很多种,例如 MOMP、MFOCUSS 等。相对于其他算法, MOMP 算法有着较小的计算量和良好的求解精度。但是该算法在信噪比低于 10dB 时,性能会急剧下降。当快拍数很大的时候,该算法的运算复杂度也会成倍增加。这两个因素限制了其在信号源 DOA 估计方面的应用。本

文提出一种基于特征值分解的贪婪追踪算法(EIG-MOMP)。首先,对阵列接收的多快拍数据进行特征值分解。然后,利用特征值和特征向量重新构造多重观测数据,以达到降维处理的目的。最后,利用 MOMP 算法进行欠定方程的求解,得到 DOA 的估计值。

为了推导方便,首先定义以下概念和参数:

- 1)  $\|\cdot\|^2$  表示 2-范数;
- 2) 定义  $\mathbf{B}$  中  $K$  个非零行对应的行索引值集合为支撑集,表示为  $F = I(\mathbf{B})$ ;
- 3)  $\sigma(\cdot)$  表示克鲁斯卡尔秩,是  $\cdot$  中最大的线性无关列的列数;
- 4)  $\text{span}(\cdot)$  表示由  $\cdot$  的列张成的空间,  $\dim(\text{span}(\cdot))$  表示由  $\cdot$  的列张成的空间的维数;
- 5)  $\mathbf{r}^{(i)}$  表示算法第  $i$  次迭代的残差矩阵,  $\mathbf{r}^{(i)}$  的第  $n$  列表示为  $\mathbf{r}_n^{(i)}$ ;
- 6)  $\Gamma^{(i)} = \{k_1, k_2, \dots, k_i\}$ ,  $\Gamma^{(0)} = \emptyset$ 。该集合存储  $\Psi$  中被选择的  $i$  个列向量的索引值  $k_i$ ;
- 7)  $\Omega^{(i)} = \{\varphi_{k_1}, \varphi_{k_2}, \dots, \varphi_{k_i}\}$ ,  $\Omega^{(0)} = \emptyset$ 。该矩阵存储了  $\Psi$  中被选择的列向量;
- 8)  $P_{\Omega^{(i)}}$  表示由  $\Omega^{(i)}$  张成的空间的正交投影矩阵,其正交补空间为  $P_{\Omega^{(i)}}^\perp = \mathbf{I} - P_{\Omega^{(i)}}$ ,  $P_{\Omega^{(0)}} = \mathbf{0}$ ,  $P_{\Omega^{(0)}}^\perp = \mathbf{I}$ 。

### 3.1 基于特征值分解的降维处理

首先在无噪声背景下推导特征值分解的降维处理过程。由文献[14]中的定理 2 可知,假设(5)式具有唯一的  $K$  稀疏解集,令支撑集  $F = I(\hat{\mathbf{B}})$ , 并且矩阵  $\Psi^{N \times N_a}$  满足  $\sigma(\Psi) \geq 2K - (\dim(\text{span}(\mathbf{X})) - 1)$ , 令  $\chi$  为一个  $N$  行的矩阵,并且  $\chi$  的列张成的空间  $\text{span}(\chi) = \text{span}(\mathbf{X})$ 。那么线性系统

$$\chi = \Psi \beta \quad (7)$$

也具有唯一的  $K$  稀疏解集  $\hat{\beta}$ , 并且  $I(\hat{\beta}) = F$ 。

在无噪声时,阵列接收数据的协方差矩阵为

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t) \quad (8)$$

对阵列接收数据的协方差矩阵进行特征值分解得

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{V}^H \quad (9)$$

其中,  $\mathbf{D} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K)$ , 其对角线上元素为特征值,  $\mathbf{V}$  为特征值对应的特征向量。对(9)式做如下变形

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}} &= \mathbf{V} \mathbf{D} \mathbf{V}^H \\ &= \mathbf{V} \sqrt{\mathbf{D}} (\mathbf{V} \sqrt{\mathbf{D}})^H = \chi \chi^H \end{aligned} \quad (10)$$

其中,  $\chi = \mathbf{V} \sqrt{\mathbf{D}}$ 。则由文献[14]中的命题 2 可得,由  $\chi$  的列张成的空间  $\text{span}(\chi) = \text{span}(\mathbf{X})$ 。所以,求解另一欠定方程  $\chi = \Psi \beta$ , 能得到与式(5)相同的支撑集,即  $F$

$=I(\hat{\boldsymbol{\beta}})=I(\hat{\mathbf{B}})$ 。有了支撑集,通过支撑集中的元素和空间角度的一一对应关系,就可以得到 DOA 的估计值。以上是在无噪声的情形下的推导,当高斯白噪声存在时,得到  $\boldsymbol{\chi}$  之后,进一步将  $\boldsymbol{\chi}$  分为  $\boldsymbol{\chi}=[\boldsymbol{\chi}_s, \boldsymbol{\chi}_n]$ , 其中  $\boldsymbol{\chi}_s$  是由大特征值和特征向量构成的。提取出  $\boldsymbol{\chi}_s$  后,重新构造欠定方程

$$\boldsymbol{\chi}_s = \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\beta} \quad (11)$$

进行求解。假设大特征值的个数为  $K_s$ , 再次对比(5)式与(11)式,阵列接收数据矩阵维数由原来的  $N \times T$  维降到了  $N \times K_s$  维。另外,特征值分解本身是一个信号分量累积的过程。提取出信号分量,去掉噪声分量后,再结合 MOMP 算法,使得算法对抗噪声的能力变得更强。

### 3.2 MOMP 算法求解

令  $\mathbf{r}^{(0)} = \boldsymbol{\chi}_s$ , MOMP 算法首先找出基矩阵中与残差矩阵  $\mathbf{r}^{(0)}$  中的残差向量最匹配的一列  $\boldsymbol{\varphi}_{k_1}$ 。然后,将  $\mathbf{r}^{(0)}$  中沿着  $\boldsymbol{\varphi}_{k_1}$  方向的投影去掉,从而得到新的残差矩阵  $\mathbf{r}^{(1)}$ 。接着继续找出基矩阵中与残差矩阵  $\mathbf{r}^{(1)}$  中的残差向量最匹配的一列  $\boldsymbol{\varphi}_{k_2}$ , 形成新的残差矩阵  $\mathbf{r}^{(2)}$ 。这样不断的重复迭代  $K$  次,找到最终的支撑集  $F$ , 进而求得 DOA 估计值。

在第  $i$  次迭代中,使用匹配误差最小准则,来寻找基矩阵中与残差矩阵  $\mathbf{r}^{(i-1)}$  中的残差向量最匹配的列。定义匹配误差为

$$\Delta_k^{(i)} = P_{\boldsymbol{\varphi}_k}^\perp \mathbf{r}^{(i-1)}, k=1, 2, \dots, N_a \quad (12)$$

通过最小化  $\|\Delta_k^{(i)}\|^2$  来选择基矩阵中的某一行。对

$\|\Delta_k^{(i)}\|^2$  变形如下

$$\begin{aligned} \|\Delta_k^{(i)}\|^2 &= \text{Tr}((\Delta_k^{(i)})^H \Delta_k^{(i)}) = \text{Tr}((P_{\boldsymbol{\varphi}_k}^\perp \mathbf{r}^{(i-1)})^H P_{\boldsymbol{\varphi}_k}^\perp \mathbf{r}^{(i-1)}) \\ &= \|\mathbf{r}^{(i-1)}\|^2 - \text{Tr}((\mathbf{r}^{(i-1)})^H P_{\boldsymbol{\varphi}_k} \mathbf{r}^{(i-1)}) \end{aligned} \quad (13)$$

由上式可知,在  $\|\mathbf{r}^{(i-1)}\|^2$  确定的情况下,最大化  $\text{Tr}((\mathbf{r}^{(i-1)})^H P_{\boldsymbol{\varphi}_k} \mathbf{r}^{(i-1)})$ , 可以实现  $\|\Delta_k^{(i)}\|^2$  的最小化。利用  $P_{\boldsymbol{\varphi}_k} = \boldsymbol{\varphi}_k \boldsymbol{\varphi}_k^H$ , 对(13)式进行进一步变化,可以得到如下选择基矩阵的列索引值的公式

$$k_i = \arg \max_k \{ \|\mathbf{u}_k\|^2 \} \quad k=1, 2, \dots, N_a \quad (14)$$

其中,  $\mathbf{u}_k^H = \boldsymbol{\varphi}_k^H \mathbf{r}^{(i-1)}$ 。找到  $k_i$  之后,更新参数为  $\Gamma^{(i)} = \Gamma^{(i-1)} \cup \{k_i\}$ ,  $\boldsymbol{\Omega}^{(i)} = [\boldsymbol{\Omega}^{(i-1)}, \boldsymbol{\varphi}_{k_i}]$ 。最后,更新残差矩阵如下

$$\mathbf{r}^{(i)} = P_{\boldsymbol{\Omega}^{(i)}}^\perp \mathbf{r}^{(i-1)} = \mathbf{r}^{(i-1)} - P_{\boldsymbol{\Omega}^{(i)}} \mathbf{r}^{(i-1)} \quad (15)$$

当已知信号源个数时,算法迭代  $K$  次终止;当信号源个数未知时,选择残差矩阵小于一个很小的数  $\varepsilon$ , 作为 MOMP 算法的终止条件。 $\varepsilon$  是一个跟噪声有关的常数,其数量级通常设置为噪声的功率数量级<sup>[15]</sup>。

在 MOMP 算法迭代完成之后,获得了支撑集  $\hat{F} = \Gamma^K$ 。一方面,可以利用支撑集中元素与空间角度的一一对应关系,直接转化成角度值,获得信号源的 DOA 估计值。另一方面,可以根据

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = P_{\boldsymbol{\Omega}^K} \mathbf{r}^{(0)} = P_{\boldsymbol{\Omega}^K} \boldsymbol{\chi}_s \quad (16)$$

和

$$P_{\text{eig-momp}}(\theta_j) = \|\hat{\boldsymbol{\beta}}_j\|^2, \quad j=1, 2, \dots, N_a \quad (17)$$

两式来获得 EIG-MOMP 的空域功率谱。其中,  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_j$  是  $\hat{\boldsymbol{\beta}}$  的第  $j$  行元素构成的行向量。

### 3.3 算法运算量分析

首先,对于 MUSIC 算法,运算量主要集中在计算阵列接收数据的协方差矩阵和特征值分解以及谱峰搜索上,所需的运算量为  $O\{N^2 T + N^3 + (N^2 + N)N_a\}$ <sup>[2]</sup>。而 OMP 算法和单纯使用 MOMP 算法运算量主要集中在做相关处理和最小二乘求解上,运算量为  $O\{[KN_a + \frac{K(K+1)}{2}]NT\}$ <sup>[16]</sup>。本文提出的 EIG-MOMP 算法运算量由两部分构成:特征值分解部分运算量为  $O(N^2 T + N^3)$ ; MOMP 算法求解部分运算量为  $O\{[KN_a + \frac{K(K+1)}{2}]NK_s\}$ <sup>[13]</sup>。对于 JLZA 算法,其运算量为  $O\{15(N_a^3 + NN_a^2 + NN_a T)\}$ <sup>[10]</sup>。对于  $L_1$ -SVD 算法,进行奇异值分解(SVD)和凸优化运算,所需运算量为  $O(N^2 T + N^3 + N^3 N_a^3)$ <sup>[8]</sup>。而对于  $L_1$ -SRACV 算法,除了上述运算外,构造新的观测向量以及过完备基矩阵额外需要  $O(N^3) + O\{(N^3 + N^2)N_a\}$ <sup>[12]</sup> 运算量。综上所述,传统方法的运算量最小。而对于大快拍数,空间网格划分超精细化的情况,OMP、MOMP 和 JLZA 算法运算量将成倍增长。 $L_1$ -SVD 和  $L_1$ -SRACV 算法的运算量最大。本文提出的算法虽然运算量比 MUSIC 算法稍微大了一些,但与其高分辨的能力和抗处理相干信号源的优势比就显得微不足道了。

## 4 仿真实验

### 4.1 非相干信号 DOA 估计效果对比

实验 1:考虑两个非相干远场窄带信号源入射到  $N=10$  阵元的均匀线性阵列上,入射角为  $\theta_1=0^\circ, \theta_2=30^\circ$ 。信噪比设为  $\text{SNR}=0\text{dB}$ ,快拍数设为  $T=200$ 。将

角度空间 $-90^\circ \sim 89.5^\circ$ 等间隔的划分为 360 份,角度间隔为  $0.5^\circ$ 。图 1 给出了 Capon, MUSIC, OMP 以及本文提出的 EIG-MOMP 算法的归一化功率谱。OMP 算法基本失效, MOMP 算法的估计精度较差。本文提出的算法和两种传统算法都可以给出准确的 DOA 估计值。但本文提出的算法具有更尖的谱峰,更低的旁瓣。

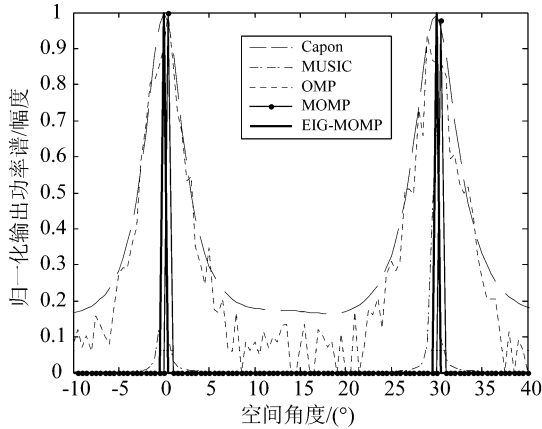


图 1 非相干信号源空域归一化功率谱估计

Fig. 1 Normalized spatial spectra of incoherent signals

采用 DOA 估计的均方根误差作为衡量算法性能好坏的指标,将 DOA 估计的均方根误差定义为

$$RMSE = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sqrt{\frac{1}{Mon} \sum_{mon=1}^{Mon} (\hat{\theta}_{k,mon} - \theta_k)^2} \quad (18)$$

其中,  $Mon$  为蒙特卡罗实验次数,  $K$  为信号源个数,  $\hat{\theta}_{k,mon}$  为第  $k$  个信号源第  $mon$  次蒙特卡罗实验的 DOA 估计值。取  $Mon=500$ ,由图 2 对比发现,当非相干信号源角度间隔较大时,OMP 算法的 RMSE 很大。Capon, MUSIC 以及 EIG-MOMP 算法的估计性能基本相近,并且优于单纯使用 MOMP 算法。证明在非相干信号的情况下,本文提出的算法具有良好的抗噪声能力。

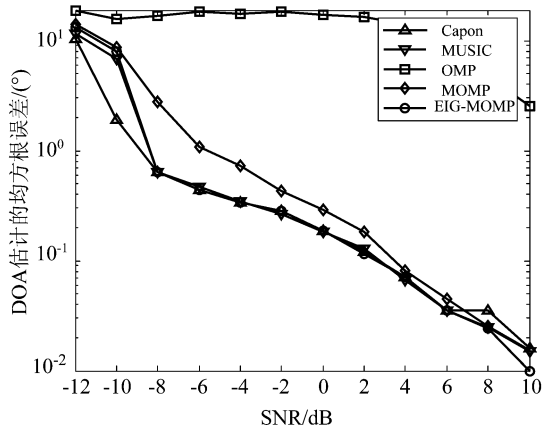


图 2 非相干信号 DOA 估计均方根误差随信噪比变化曲线

Fig. 2 RMSE of incoherent signals DOA estimation versus SNR

## 4.2 相干信号 DOA 估计效果对比

实验 2:考虑两个相干远场窄带信号源入射到  $N=10$  阵元的均匀线性阵列上,入射角为  $\theta_1=0^\circ, \theta_2=30^\circ$ 。信噪比设为  $SNR=5\text{dB}$ ,快拍数设为  $T=500$ 。同样将角度空间 $-90^\circ \sim 89.5^\circ$ 等间隔的划分为 360 份。图 3 给出了 Capon, MUSIC, OMP, MOMP 以及本文提出的 EIG-MOMP 算法的归一化功率谱。图 4 给出了在 500 次蒙特卡罗实验情况下,相干信号源 DOA 估计均方根误差随信噪比变化的曲线。综上可见在相干信号源的情况下, Capon 和 MUSIC 的 DOA 估计性能发生了急剧下降,不能给出正确的估计谱峰。但本文提出的算法依然可以给出准确的 DOA 估计值。并且其估计误差要小于单纯使用 MOMP 算法。所以在处理相干信号源的问题上,本文提出的算法具有很大的优势。

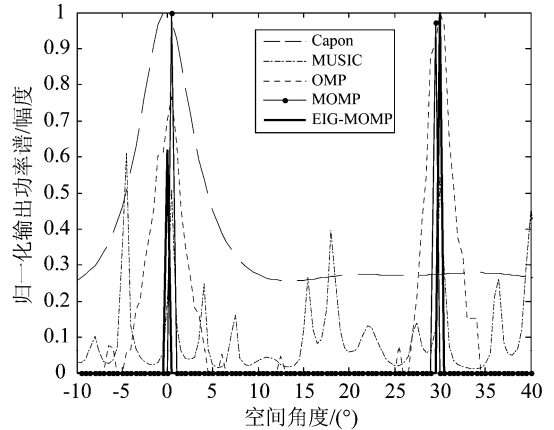


图 3 相干信号源空域归一化功率谱估计

Fig. 3 Normalized spatial spectra of coherent signals

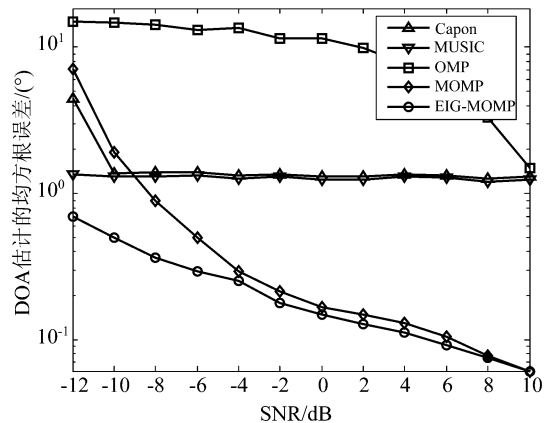


图 4 相干信号 DOA 估计均方根误差随信噪比变化曲线  
Fig. 4 RMSE of coherent signals DOA estimation versus SNR

## 5 结束语

本文提出了一种基于特征值分解的贪婪迭代

DOA 估计算法。利用信号源在空域角度空间具有稀疏性的特点,将 DOA 估计问题转化为了 MMV 欠定方程求解问题。在利用 MOMP 算法求解之前,先用特征值分解将阵列多维观测数据进行了降维处理。不仅使算法的运算量大大降低,而且提高了算法对于噪声的稳健性。仿真显示,该算法具有高分辨、低信噪比适用的优点。跟传统方法相比,该算法可以处理任意的相干信号源 DOA 估计的问题。

### 参考文献

- [1] Frost O L. An algorithm for linearly constrained adaptive processing[J]. IEEE Proc. , 1972,60(8):926-935.
- [2] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans. Antennas Propag. , 1986, 34(3):276-280.
- [3] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques [J]. IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process, 1989,37(7):984-995.
- [4] Ziskind I, Wax M. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection [J]. IEEE Trans. ASSP, 1988,36(10):1553-1560.
- [5] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2006,52(4):1289-1306.
- [6] 王建英,尹忠科,张春梅. 信号与图像的稀疏分解及初步应用[M]. 成都:西南交通大学出版社,2006. 49-57.  
Jianying Wang, Zhongke Yi, Chunmei Zhang. Sparse decomposition and preliminary application of signal and image [M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University in Press, 2006. 49-57. (in Chinese)
- [7] Fuchs J J. On the application of the global matched filter to DOA estimation with uniform circular arrays[J]. IEEE Trans. Signal Process. , 2001,49(4):702-709.
- [8] Malioutov D, Mujdat C, Willsky A. A Sparse Signal Reconstruction Perspective for Source Localization with Sensor Arrays[J]. IEEE Trans. Signal Process. , 2005,53(8):3010-3022.
- [9] Gurbuz A C, McClellan J H. A compressive beamforming method[J]. IEEE ICASSP, 2008,2617-2620.
- [10] Hyder M M, Mahata K. Direction-of-Arrival Estimation Using a Mixed  $L_{2,0}$  Norm Approximation [J]. IEEE Trans. Signal Process. , 2010,58(9):4646-4655.
- [11] Wang Y, Leus G, Pandharipande A. Direction estimation using compressive sampling array processing[J]. IEEE 15th Workshop on Sta. Signal Process. , 2009,626-629.
- [12] Jihao Yin, Tianqi Chen. Direction-of-Arrival Estimation Using a Sparse Representation of Array Covariance Vectors[J]. IEEE Trans. Signal Process. , 2011,59(9):4489-4493.
- [13] Cotter S F, Rao B D, Kjersti E, Delgado K K. Sparse solutions to linear inverse problems with multiple measurement vectors[J]. IEEE Trans. Signal Process. , 2005, 53(7):2477-2488.
- [14] Mishali M, Eldar Y C. Reduce and Boost: Recovering Arbitrary Sets of Jointly Sparse Vectors[J]. IEEE Trans. Signal Process. , 2008,56(10):4692-4702.
- [15] Donoho D L, Elad M, Temlyakov V N. Stable recovery of sparse overcomplete representations in the presence of noise[J]. IEEE Trans. Inf. Theory,2006,52(1):6-18.
- [16] Tropp J A, Gilbert A C. Signal Recovery From Random Measurements Via Orthogonal Matching Pursuit [J]. IEEE Trans. Inf. Theory, 2007,53(12):4655-4666.

### 作者简介

王晓庆(1987-),男,河北石家庄人,电子科技大学电子工程学院硕士研究生。主要研究方向:稀疏信号处理、DOA 估计。E-mail: wxq3@163.com

陶荣辉(1969-),男,四川绵阳人,中国工程物理研究院电子工程研究所。研究方向:阵列信号处理、稀疏信号处理。E-mail: trh@caep.ac.cn

甘露(1974-),男,四川成都人,电子科技大学电子工程学院副教授。研究方向:压缩感知、通信中的信号处理、可编程逻辑器的应用、自适应阵列信号处理等。

E-mail: ganlu@uestc.edu.cn