

宽带协方差矩阵的多字典联合稀疏表示 DOA 估计

何振清¹ 刘庆华^{1,2} 欧阳缮^{1,2}

(1. 桂林电子科技大学, 信息与通信学院, 广西 桂林 541004;

2. 西安电子科技大学, 电子工程学院, 陕西 西安 710071)

摘 要: 为了直接处理相干宽带信号和提高其波达方向估计的分辨率, 提出一种基于宽带协方差矩阵的多字典联合稀疏分解估计方法。首先, 利用多个频率点处的过完备基对其协方差矩阵进行稀疏表示, 然后形成多个字典的多测量矢量稀疏表示模型, 最后通过多字典稀疏表示系数的联合稀疏约束以求解稀疏反问题的形式实现宽带信号的波达方向估计。对于均匀线阵结构, 多字典协方差矩阵稀疏表示系数的联合稀疏性使其不再受空域采样条件的限制, 既可以通过增大阵元间距提高分辨率, 而又无空域混叠现象。通过对噪声功率的预估计抑制噪声, 提高了波达方向估计的稳健性。另外, 该方法与信号协方差矩阵的秩无关, 对相干信号和不相干信号都适用。仿真实验验证了该方法的有效性。

关键词: 波达方向估计; 宽带信号; 稀疏表示; 压缩感知

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)05-0686-06

Direction-of-Arrival Estimation with Multiple-Dictionary Joint Sparse Representation via Wideband Covariance Matrix

HE Zhen-qing¹ LIU Qing-hua^{1,2} OUYANG Shan^{1,2}

(1. School of Information and Communication, Guilin University of Electronic Technology, Guang xi, Guilin 541004, China;

2. School of Electronic Engineering, XiDian University, Shan xi, Xi'an 710071, China)

Abstract: In order to estimate coherent wideband signals directly and achieve a higher resolution, a new method based on wideband covariance matrix using multiple-dictionary joint sparse representation is proposed in the light of DOA (Direction-of-Arrival) estimation of wideband signals. Firstly, the covariance of wideband signals at every discrete frequency point is represented by its overcomplete dictionary, and then the multiple-dictionary joint sparse MMV (multiple-measurement vector) model is obtained. Finally, the DOAs are estimated by solving the multiple-dictionary joint sparse inverse problem with the joint-sparse constraint of MMV's sparse representation coefficients. For ULA (Uniform Linear Array) structure, the joint sparsity of multiple-dictionary joint sparse MMV model makes this proposed approach can breakthrough the classical spatial sampling theorem, so we can increase the element spacing exceeding half-wavelength spacing which leads to a significant improvement in the resolution limit without spatial ambiguity or aliasing. Noise suppression via the pre-estimation of the noise power can also improve the robustness to DOA estimation in a lower SNR (Signal-to-Noise Ratio). In addition, the proposed method has the capability of estimating both uncorrelated and coherent wideband signals because of its independence with the rank of wideband covariance matrix. The simulation results demonstrated the efficacy of our proposed approach.

Key words: direction-of-arrival estimation; wideband signal; sparse representation; compressed sensing

1 引言

宽带信号波达方向 (direction-of-arrival, DOA) 估计作为阵列信号处理的研究热点,已在雷达、声呐、麦克风阵列等领域有着重要应用。宽带信号 DOA 估计方法主要有不相干信号子空间方法 (Incoherent Signal Subspace Method, ISSM)、相干信号子空间方法^[1] (Coherent Signal Subspace Method, CSSM) 和贝叶斯类方法^[2]。ISSM 主要借助离散傅里叶变换 (DFT) 或滤波器组将宽带信号转换成窄带模型,再利用窄带处理算法如 MUSIC^[3] 等实现其 DOA 估计。CSSM 的主要思想是将不同频率点上的数据聚焦到参考频率点上,再进行窄带处理。CSM 相对于 ISM 方法主要有运算量小,解相干等优点,但需要较好的角度预估计^[4]。但无论是 CSM、ISM,还是贝叶斯类方法,其分辨率仍受到阵列孔径的约束,并且对于均匀线阵 (ULA, uniform linear array) 而言,阵元间距必须满足空域采样定理 (阵元间距小于或等于最高频率对应的半波长),否则会产生空域混叠现象。

近年来,稀疏分解及其压缩感知^[5] 作为一种新颖的方法已广泛应用于雷达成像^[6]、信道估计^[7] 等领域,而信源空间分布的稀疏特性为利用该理论实现 DOA 估计提供了可能。由于基于稀疏表示的 DOA 估计方法在理论上具有不需要信号的统计特性、解相干等诸多优点^[8],因而备受关注。文献[8]首次利用稀疏分解思想讨论了宽带信号的 DOA 估计,并结合奇异值分解提出了 L1-SVD 算法,该算法与 ISSM 方法相同,直接每个窄带频率点上建立不同的字典实现宽带 DOA 估计,但该方法在线阵结构中,仍受空域采样条件的约束。最近,Z. J. Tang [9] 等人通过多字典的联合稀疏表示和联合稀疏约束给出了线阵结构中宽带无混叠的充分条件,但噪声并未得到很好的抑制。

本文提出一种基于宽带协方差矩阵的多字典联合稀疏表示 DOA 估计方法。首先通过对每个频率点处的协方差矩阵建立字典进行稀疏表示,建立多个字典的多测量矢量 (Multiple-Measurement Vectors, MMV) 稀疏表示模型,由于多个字典的稀疏表示系数具有共同的稀疏结构,因此即使阵元间距大于最高频率对应的半波长,也不破坏其稀疏结构,即不发生混叠现象。然后利用多个字典的联合稀疏约束实现宽带信号的 DOA 估计。稀疏反问题求解中,通过协方差矩阵的最

小特征值对噪声功率预估计抑制了部分噪声,提高了其数值稳定性。另外,与传统宽带信号子空间方法相比,该方法不依赖于信号协方差矩阵的秩,对相干信号与不相干信号都适用。

2 信号模型

设 P 个信源位于间距为 d 的 M ($M > P$) 个同向均匀线阵结构的远场,信源来波方向为 $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]^T$,所有信源频带位于 $[\omega_L, \omega_H]$ 内,则通过滤波器组或 DFT 可得阵列的宽带模型^{[1][4]} 为

$$\mathbf{X}(\omega_i) = \mathbf{A}(\omega_i, \boldsymbol{\theta}) \mathbf{S}(\omega_i) + \mathbf{N}(\omega_i), \quad i = 1, \dots, K \quad (1)$$

式中, K 为 DFT 点数, $\mathbf{X}(\omega_i) = [X_1(\omega_i), X_2(\omega_i), \dots, X_M(\omega_i)]^T$ 为宽带模型的矢量表示, $\mathbf{S}(\omega_i) = [S_1(\omega_i), S_2(\omega_i), \dots, S_p(\omega_i)]^T$ 为 P 个入射信号在频率 ω_i 处的频谱, $\mathbf{N}(\omega_i) = [N_1(\omega_i), N_2(\omega_i), \dots, N_M(\omega_i)]^T$ 为频域观测噪声,设 $\mathbf{N}(\omega_i)$ 为白噪声过程且与入射信号 $\mathbf{S}(\omega_i)$ 不相关, $\mathbf{A}(\omega_i, \boldsymbol{\theta})$ 为宽带阵列流型,且有

$$\mathbf{A}(\omega_i, \boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\omega_i, \theta_1), \mathbf{a}(\omega_i, \theta_2), \dots, \mathbf{a}(\omega_i, \theta_p)] \in \mathbb{C}^{M \times P} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{a}(\omega_i, \theta_p) = [1, \exp(-j\omega_i d \sin(\theta_p)/c), \dots, \exp(-j\omega_i (M-1) d \sin(\theta_p)/c)]^T$, $\theta_p \in (-\pi/2, \pi/2)$, $p = 1, \dots, P$, c 为信源传播速度。

对于均匀线阵 (ULA),阵元间距 d 越大,阵列孔径越大,有利于提高分辨率,但仍需满足空域采样定理 ($d \leq \pi c/\omega_i$),否则会发生空域混叠现象,即存在 $\theta_p \in (-\pi/2, \pi/2)$ ($\theta_p \neq \theta_p$), $l \in \mathbb{R}$ 使得

$$\omega_i \frac{d}{c} \sin(\theta_p) = \omega_i \frac{d}{c} \sin(\theta_p') + l \quad (3)$$

成立,此时,其空间谱会出现伪峰或其波束图会出现栅瓣。

3 宽带协方差矩阵的联合稀疏分解 DOA 估计方法

3.1 宽带协方差矩阵的联合稀疏表示

为简单起见, $\mathbf{X}(\omega_i)$ 和 $\mathbf{A}(\omega_i, \boldsymbol{\theta})$ 分别简写为 $\mathbf{X}_i = [X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{Mi}]^T$ 和 $\mathbf{A}_i(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}_i(\theta_1), \mathbf{a}_i(\theta_2), \dots, \mathbf{a}_i(\theta_p)]$, 则第 i 个频率点 ω_i 处的协方差矩阵为:

$$\mathbf{R}_i = \mathbb{E}\{\mathbf{X}_i \mathbf{X}_i^H\} = \mathbf{A}_i(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{R}_s(\omega_i) \mathbf{A}_i^H(\boldsymbol{\theta}) + \sigma_i^2 \mathbf{I}_M \in \mathbb{C}^{M \times M} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{R}_i(\omega_i) \in \mathbb{C}^{P \times P}$ 为信源在 ω_i 处的协方差矩阵, σ_i^2 为对应的噪声功率, \mathbf{I}_M 为 $M \times M$ 单位阵。若 P 个信源不相干, 则 $\mathbf{R}_i(\omega_i)$ 为满秩矩阵, 通过对 \mathbf{R}_i 作特征分解, 可以分离出信号子空间和噪声子空间, 由于 $\mathbf{A}_i(\boldsymbol{\theta})$ 的列空间与信号子空间张成同一子空间, 因此 $\mathbf{A}_i(\boldsymbol{\theta})$ 与噪声子空间正交, 子空间类方法^[3]正是基于此而提出的, 当不满足空域采样条件时, 使得与 θ_p 对应的导向矢量 $\mathbf{a}_i(\theta_p)$ 也属于信号子空间, 因此会出现伪峰或空域混叠。

为了利用稀疏分解思想实现 DOA 估计, 首先需要 对某个数据进行稀疏表示, 文献[8]讨论了式(1)的稀疏表示, 本文主要讨论协方差矩阵 \mathbf{R}_i 的稀疏表示。设集合 $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = \{\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_Q\}$ 表示整个 DOA 空间区域的一个采样集合, 共分成 Q ($Q \gg M$) 个栅格点, 于是整个空间内 ω_i 处所形成的流型矩阵为

$$\mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = [\mathbf{a}_i(\tilde{\theta}_1), \mathbf{a}_i(\tilde{\theta}_2), \dots, \mathbf{a}_i(\tilde{\theta}_Q)] \in \mathbb{C}^{M \times Q} \quad (5)$$

由于 $Q \gg M$, 故称 $\mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 为过完备基或字典。据式(4), \mathbf{R}_i 的第 m 列为

$$\mathbf{r}_{im} = E\{\mathbf{X}_i \mathbf{X}_{mi}^*\} = \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \mathbf{b}_{im} + \sigma_i^2 \mathbf{e}_m, \quad m=1, 2, \dots, M \quad (6)$$

式中, $\mathbf{b}_{im} \in \mathbb{C}^{Q \times 1}$ 为字典 $\mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 的稀疏表示系数, $\mathbf{e}_m \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 的第 m 行为 1, 其余全为零。若 \mathbf{b}_{im} 的第 q 行为非零元素, 则意味着对应 $\tilde{\theta}_q = \theta_p$ ($p=1, \dots, P$) 处存在一个信源 (若 θ_q 不在栅格点上, 则 $\theta_p \approx \tilde{\theta}_q$), \mathbf{b}_{im} 中非零元素的个数为 P 。因 \mathbf{b}_{im} 为单个列稀疏向量, 故称式(6)为单个快拍矢量 (Single Measurement Vector, SMV) 模型的稀疏表示。将式(6)中的 M 个 SMV 矢量合成一个矩阵, 式(6)又可改写为

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \mathbf{B}_i + \sigma_i^2 \mathbf{I}_M \quad (7)$$

其中, $\mathbf{B}_i = [\mathbf{b}_{i1}, \mathbf{b}_{i2}, \dots, \mathbf{b}_{iM}]$, 很明显, \mathbf{B}_i 中的每列稀疏向量都具有共同的稀疏结构 (非零元素个数和对应的位置都相同), 因此称 \mathbf{B}_i 具有联合稀疏性, 对应式(7)称之为多测量矢量 (MMV) 模型。

文献[10]已经证明, 当 \mathbf{B}_i 足够稀疏时, 式(7)的表示系数 \mathbf{B}_i 是唯一的。因此, 若能求得唯一的稀疏表

示系数 \mathbf{B}_i , 则通过 \mathbf{B}_i 对应非零行的位置就可以估计出 DOA 参数 $\boldsymbol{\theta}$ 。

3.2 多字典联合稀疏反问题的求解

设 $\mu(\mathbf{B}_i)$ 表示矩阵 \mathbf{B}_i 的非零行对应的索引集合 (位置), $|\mu(\mathbf{B}_i)| = P$ 表示 \mathbf{B}_i 中非零行的个数 (稀疏度), 则对应 DOA 参数估计问题可以表述为如下约束最优化问题:

$$\min_{\hat{\mathbf{B}}_i} |\mu(\hat{\mathbf{B}}_i)|, \text{ subject to } \mathbf{R}_i = \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \hat{\mathbf{B}}_i + \sigma_i^2 \mathbf{I}, \quad i=1, 2, \dots, K \quad (8)$$

式中, $\hat{\mathbf{B}}_i$ 表示对 \mathbf{B}_i 的估计。式(8)称为单个频率点 ω_i 处的单字典稀疏优化模型, 与常规不相干信号子空间方法 (ISSM) 相同, 但式(8)的求解不依赖于信号协方差矩阵 $\mathbf{R}_i(\omega_i)$ 的秩, 因此对相干信号仍适用。据式(8)知, 其相当于求解 K 个单字典稀疏优化模型, 本文将考虑 K 个字典的联合稀疏处理。

文献[9]已经证明, 当多个字典存在时, 若对任意 2 个不同的字典 $\mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$ 与 $\mathbf{A}_h(\tilde{\boldsymbol{\theta}})$, 且 $\omega_i \neq \omega_h$, 则求得的 DOA 估计无混叠的充分条件为

$$0 < |\omega_i - \omega_h| < \frac{c\pi}{d} \quad (9)$$

该定理指出, 只要满足式(9), 就不会产生空域混叠现象, 因此, 阵元间距不再受空域采样条件的限制。将多个字典优化模型(8)组合为一个新的最优化模型:

$$\begin{aligned} \min_{\hat{\mathbf{B}}_i} |\mu(\hat{\mathbf{B}}_i)|, \text{ for } i=1, 2, \dots, K \\ \text{subject to } \mathbf{R}_i = \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \hat{\mathbf{B}}_i + \sigma_i^2 \mathbf{I}_M \text{ and} \\ \mu(\hat{\mathbf{B}}_i) = \mu(\hat{\mathbf{B}}_h) \text{ for } i \neq h \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\mu(\hat{\mathbf{B}}_i) = \mu(\hat{\mathbf{B}}_h)$ 为无混叠的约束条件。最优化问题(10)相当于组合优化问题, 其为 NP 难问题, 可以将其转化为 1 范数凸优化 BP (basis pursuit) 问题求解^[5]。式(10)中的约束条件 $\mu(\hat{\mathbf{B}}_i) = \mu(\hat{\mathbf{B}}_h)$ 相当于同一稀疏结构约束, 为了对其进行联合稀疏约束, 设待估计变量 $\hat{\mathbf{B}} = [\hat{\mathbf{B}}_1, \hat{\mathbf{B}}_2, \dots, \hat{\mathbf{B}}_K]$, 很显然, $\hat{\mathbf{B}}$ 的行之间具有稀疏性, 而列之间不具有稀疏性。设 $\mathbf{b}^\circ = [b_1^\circ, b_2^\circ, \dots, b_Q^\circ]^\top$, \mathbf{b}° 中的每一个元素为 $\hat{\mathbf{B}}$ 对应该行向量的 2 范数, 即 $b_q^\circ = \|\hat{\mathbf{B}}[q, :]\|_2$, 而 $\|\mathbf{b}^\circ\|_1$ 表示只对 $\hat{\mathbf{B}}$ 在空域 $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$ 上进行稀疏约束。因此, 式(10)对应的 BP 优化模型为

$$\min_{\hat{\mathbf{b}}} \|\mathbf{b}^\circ\|_1, \text{ subject to } \mathbf{R}_i = \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}})\hat{\mathbf{B}}_i + \sigma_i^2 \mathbf{I}_M, \\ \text{for } i=1, \dots, K \quad (11)$$

其中, $\|\mathbf{b}^\circ\|_1$ 表示对所有字典的表示系数 $\hat{\mathbf{B}}$ 的联合行稀疏约束。

事实上,噪声总是存在的, \mathbf{R}_i 可用其估计式 $\hat{\mathbf{R}}_i = \sum_{n=1}^N \mathbf{X}_m \mathbf{X}_m^H / N$ 代替, N 为频域快拍数。噪声功率 σ_i^2 可用 $\hat{\mathbf{R}}_i$ 的最小特征值作为其估计, 此时, 式(11)对应的正则化优化模型为

$$\min_{\hat{\mathbf{b}}} \sum_{i=1}^K \|\hat{\mathbf{R}}_i - \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}})\hat{\mathbf{B}}_i - \hat{\sigma}_i^2 \mathbf{I}_M\|_F^2 + \lambda \|\mathbf{b}^\circ\|_1 \quad (12)$$

式中, λ 为正则化参数, $\|\cdot\|_F^2$ 表示 Frobenius 范数。据最优化问题式(12)可知, $\hat{\mathbf{R}}_i, \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}), \hat{\sigma}_i^2$ 均为已知条件, 若能求得 $\hat{\mathbf{B}}$ 或 $\hat{\mathbf{b}}^\circ$, 则通过其非零行对应的位置即可估计出参数 $\boldsymbol{\theta}$ 。最优化问题式(12)为凸优化问题, 可以采用二阶锥规划^[12](SOCP, second-order cone programming)求解, 为了将其转化为标准 SOCP 形式, 先引入辅助变量 ζ 和 $\boldsymbol{\eta}$ 使得目标函数为线性函数, 然后, 式(12)对应的标准 SOCP 形式为

$$\min_{\hat{\mathbf{b}}, \gamma, \zeta, \boldsymbol{\eta}} \zeta + \lambda \boldsymbol{\eta} \\ \text{subject to } \mathbf{1}_Q^T \boldsymbol{\gamma} \leq \boldsymbol{\eta}, \|\hat{\mathbf{B}}[q, :]\|_2^2 \leq \gamma_q, q=1, 2, \dots, Q \\ \text{and } \sum_{i=1}^K \|\hat{\mathbf{R}}_i - \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}})\hat{\mathbf{B}}_i - \hat{\sigma}_i^2 \mathbf{I}_M\|_F^2 \leq \zeta \quad (13)$$

式中, $\mathbf{1}_Q$ 为全 1 的 Q 维列向量。为了减小字典本身对稀疏结构的影响, 应该对每个字典的列向量用其 2 范数归一化^[11], 形如式(13)的标准 SOCP 问题可用数值软件包 sedumi^[13]或 CVX^[14]求解。

综上所述, 多字典宽带联合稀疏分解 DOA 估计方法可总结如下:

Step1: 首先, 根据式(1)得到频域快拍模型数据。

Step2: 估计单个频率点 ω_i 处的协方差矩阵:

$$\hat{\mathbf{R}}_i = \sum_{n=1}^N \mathbf{X}_m \mathbf{X}_m^H / N, \quad i=1, 2, \dots, K.$$

并对 $\hat{\mathbf{R}}_i$ 作特征分解, 将其最小特征值 $\hat{\sigma}_i^2$ 作为对 σ_i^2 的估计。

Step3: 根据式(5)生成字典 $\mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}), i=1, 2, \dots, K$ 。

Step4: 由 Step2 和 Step3 得到的 $\hat{\mathbf{R}}_i, \hat{\sigma}_i^2, \mathbf{A}_i(\tilde{\boldsymbol{\theta}}), i=1, 2, \dots, K$ 代入优化模型(13)求解 \mathbf{b}° , 通过找到 \mathbf{b}° 非零行对应的位置或谱峰搜索的方式估计 DOA 参数 $\boldsymbol{\theta}$ 即可。

4 仿真试验与分析

4.1 相干信号情况

设阵列结构为 ULA 结构, 阵元数 $M=8$, 信源数 $P=3$, $\boldsymbol{\theta} = [-20^\circ, 15^\circ, 25^\circ]^T$, 宽带信源为 3 个语音信号, 对其作短时傅里叶变换(STFT)得 $\mathbf{S}(\omega) = [S_1(\omega), S_2(\omega), S_3(\omega)]^T$, 然后再利用式(1)建立宽带模型, 其中 $S_2(\omega)$ 与 $S_3(\omega)$ 为相干信号(相干系数为 0.99), 频域快拍数 $N=500$ 。信源频带位于 $[2\pi f_L, 2\pi f_H]$ 内, $f_L=500\text{Hz}$, $f_H=3625\text{Hz}$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 以步长 1° 为间隔, 阵元间距 $d=0.1\text{m}$ (大于最高频率对应的半波长), $c=340\text{m/s}$, 然后按照 3.2 节中的 4 个步骤进行仿真实验, 信噪比(SNR)为 10dB, 同时选取 CSSM^[11], MUSIC^[3], L1-SVD^[8]算法为本文方法作对比, CSSM 的聚焦频率为最高频率 3625Hz。实验结果如图 1 所示(图 1(d)中的本文方法为所有频率点处稀疏系数的叠加), 据图 1 可知, MUSIC 不能解相干, CSSM 和 L1-SVD 虽然能解相干, 但却出现了伪峰, 而本文方法既能够分辨出真实的 DOA 参数, 也没有出现伪峰。

4.2 不相干信号情况

实验选取 2 个频率 $f_1=25\text{KHz}$, $f_2=35\text{KHz}$ 按式(1)建立宽带接收模型, 其中, $\boldsymbol{\theta} = [10^\circ, 15^\circ]^T$, 2 个等功率信源 $\mathbf{S}(\omega_i) = [S_1(\omega_i), S_2(\omega_i)]^T$ 服从高斯分布, $\text{SNR} = 10\lg(\sigma_s^2/\sigma_n^2)$, σ_s^2, σ_n^2 分别为信号功率和噪声功率, $c=1500\text{m/s}$ (水下声波传播速度), 由此可知空域采样无模糊的最高阵元间距为 $d_{\max}=0.0214\text{m}$ ($d \leq 0.5c/f_2$), 本次实验选取 $d=0.07\text{m}$, d 的选取满足式(9)。 $\tilde{\boldsymbol{\theta}} \in [-90^\circ, 90^\circ]$ 以步长 1° 为间隔, 信噪比 $\text{SNR}=0\text{dB}$, 最终的空间谱为 2 个频率点处稀疏系数的叠加, 即 \mathbf{b}° 。实验结果如图 2 所示, 从该图可知, 虽然 MUSIC^[3]、L1-SVD^[8]、CAPON^[15] 都在真实角度 10° 与 15° 出现了谱峰, 但都出现了许多伪峰, 致使真实 DOA 参数的位置无法判别, 而本文方法却能够准确的估计, 既无伪峰, 又表现出来更高的谱分辨特性。

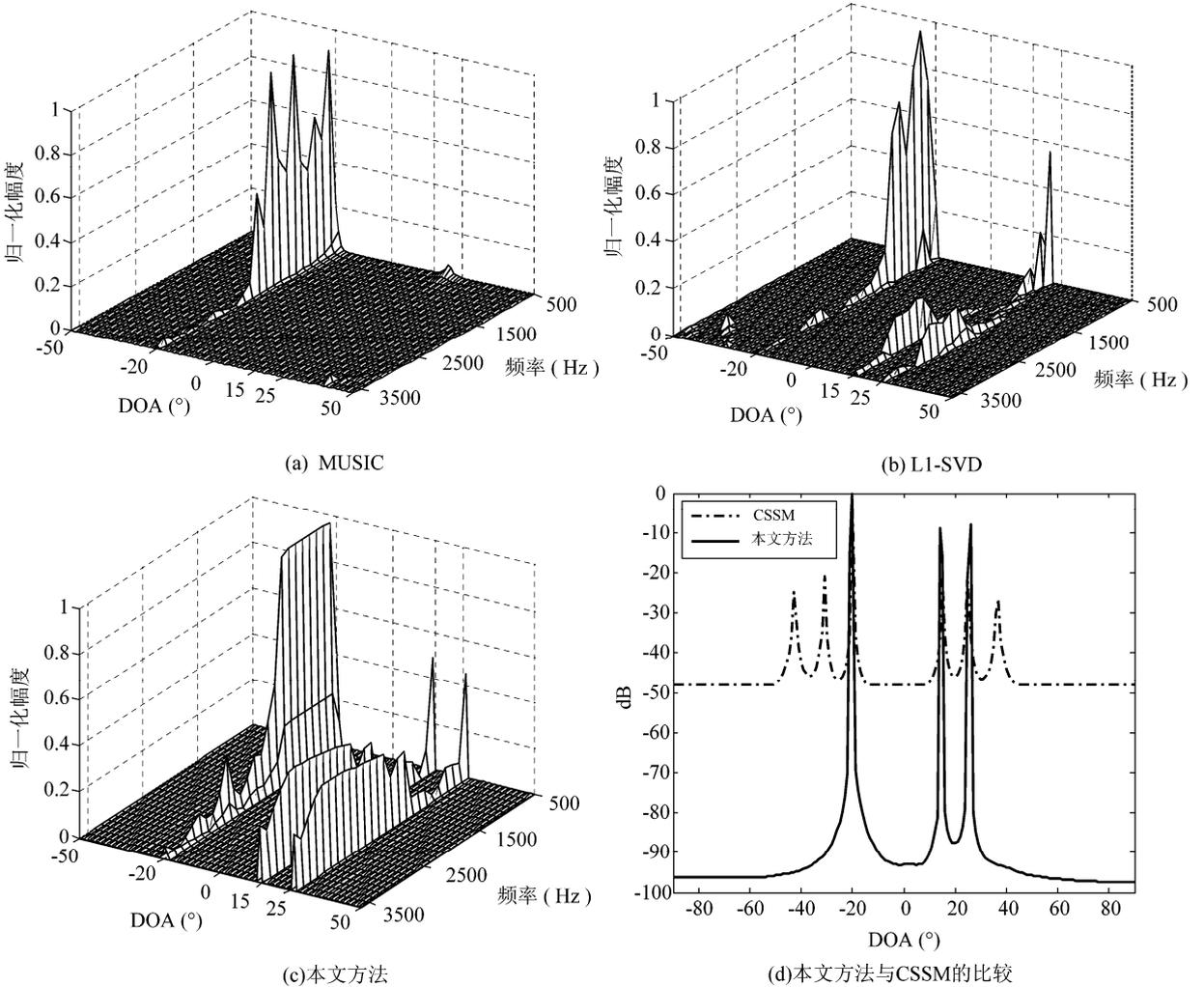


图1 相干宽带信号情况下不同算法的比较

Fig. 1 The comparison of different algorithms in the case of coherent wideband signals

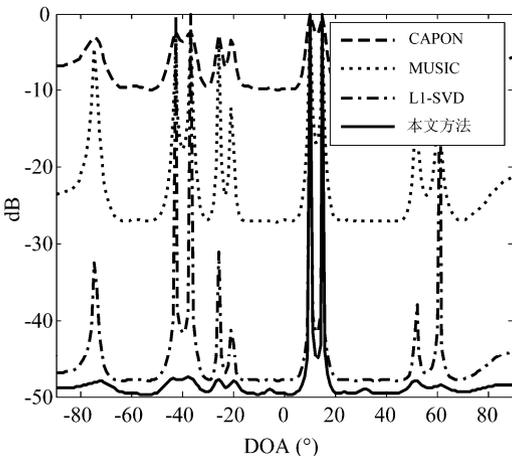


图2 不相干信号情况下不同算法的比较

Fig. 2 The comparison of different algorithms in the case of incoherent wideband signals

选择均方根误差进一步考察本文方法的估计性能。以 $d=0.0214\text{m}$ (满足空域采样定理), $\theta=[8.49^\circ, 15.51^\circ]^T$ 为实验条件做 200 次蒙特卡洛 (Monte Carlo) 独立实验, 将栅格在峰值位置处细化, 其他实验条件不变。均方根误差 (RMSE) 定义为

$$\text{RMSE} = \left[\frac{1}{400} \sum_{p=1}^2 \sum_{m'=1}^{200} (\hat{\theta}_p^{m'} - \theta_p)^2 \right]^{1/2}$$

式中, $\hat{\theta}_p^{m'}$ 表示第 m' 次实验对真实 DOA 参数 θ_p 的估计。实验结果如图 3 所示, 从图中可以看出, 本文方法表现出了更低的均方根误差特性, 更接近于克拉美劳下界^[1] (CRLB), 而 L1-SVD 算法的有偏特性^[8] 使得其 RMSE 要低于 MUSIC^[3] 算法。

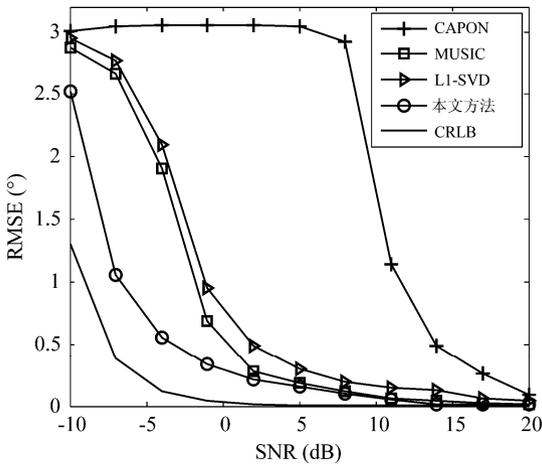


图3 不同算法的均方根误差曲线

Fig. 3 The RMSE of different algorithms versus SNR

5 结束语

本文着重讨论了宽带信号的 DOA 估计,与以往稀疏分解方法不同,本文建立了基于协方差矩阵的多个字典的联合稀疏表示模型,并通过多字典联合稀疏反问题实现其 DOA 估计,通过联合稀疏处理,阵列孔径不再受空域采样条件的限制,实验结果表明可以在增大阵元间距的同时,提高阵列孔径,而又无空域混叠现象,提高了谱分辨率。同时,该方法对相干信号与非相干信号都适用,噪声功率的预估计提高了其数值稳健性。

参考文献

- [1] H. Wang and M. Kaveh. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wideband sources [J]. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 1985, ASSP-33(4):823-831.
- [2] Ng W. and Reilly J. P. Wideband array signal processing using MCMC methods [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(2):411-426.
- [3] R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. *IEEE Trans. on Antennas Propagation*, 1986, 34(3):276-280.
- [4] Y. S. Yoon, L. M. Kaplan, J. H. McClellan. TOPS: New DOA estimator for wideband signals [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2006, 54(6):1977-1988.
- [5] D. L. Donoho. Compressed sensing [J]. *IEEE Trans. on information theory*, 2006, 52(4):1289-1306.
- [6] 刘记红,徐少坤,高勋章,黎湘,庄钊文. 压缩感知雷达成像技术综述[J]. *信号处理*, 2011, 27(2):251-260.
LIU J. H., XU S. K., GAO X. Z., Li X., Zhuang, Z. W. A Review of Radar Imaging Technique based on Compressed Sensing [J]. *Signal Processing*, 2011, 27(2):251-260. (in Chinese)
- [7] 周小平,方勇,汪敏. MIMO-OFDM 快衰落信道的稀疏自适应感知估计[J]. *信号处理*, 2010, 26(12):1833-1839.

ZHOU X. P., FANG Y., WANG M. Sparsity adaptive channel sensing estimation of fast fading MIMO-OFDM systems [J]. *Signal Processing*, 2010, 26(12):1833-1839. (in Chinese)

- [8] D. Malioutov, M. Cetin, and A. Willsky. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2005, 53(8):3010-3022.
- [9] Z. J. Tang, G. Blacquièrè, and G. Leus. Aliasing-free wideband beamforming using sparse signal representation [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2011, 59(7):3464-3469.
- [10] J. Chen and X. Huo. Theoretical results on sparse representations of multiple-measurement vectors. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2006, 54(12):4634-4643.
- [11] J. H. Yin, T. Q. Chen. Direction-of-arrival estimation using a sparse representation of array covariance vectors [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 2011, 59(12):4489-4493.
- [12] A. Ben-Tal and A. Nemirovski. *Lectures on Modern Convex Optimization: Analysis, Algorithms and Engineering Applications* [M]. PA: SIAM, Philadelphia, 2001.
- [13] J. S. Sturm. Using SeDuMi 1.02, a Matlab Toolbox for Optimization Over Symmetric Cones [EB/OL]. Tilburg University, Dept. Econometrics, Tilburg, Netherlands. 2010, [Online]. Available: <http://fewcal.kub.nl/~sturm>.
- [14] M. Grant and S. Boyd. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 1.21 [EB/OL]. 2011, [Online]. Available: <http://cvxr.com/cvx>.
- [15] J. Capon. High resolution frequency-wavenumber spectrum analysis [J]. *IEEE Proc.* 1969, 57(8):1408-1418.

作者简介



何振清(1986-),男,硕士研究生,主要研究方向为阵列信号处理。
E-mail:hehe8619@hotmail.com



刘庆华(1974-),女,副教授,主要研究方向为自适应信号处理、噪声控制。
E-mail:qhliu@guet.edu.cn



欧阳缮(1960-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为阵列信号处理、通信信号处理。E-mail:hmoys@guet.edu.cn