

基于贝叶斯压缩感知的子空间拟合 DOA 估计方法

孙 磊¹ 王华力¹ 熊林林¹ 蒋 岩²

(1. 解放军理工大学通信工程学院, 江苏 南京 210007; 2. 解放军 61769 部队, 山西 文水 032103)

摘 要: 经典加权子空间拟合算法需进行多维非线性优化, 初始参数的难以设置和较大的计算量限制了其应用。结合压缩感知理论, 本文提出了一种基于改进贝叶斯压缩感知的子空间拟合 DOA 估计新方法。该方法首先通过低复杂度的子空间分解算法 PASTd 估计信号加权子空间, 进而基于入射信号的空域稀疏性, 将信号子空间拟合建模为多测量值稀疏重构问题, 并应用贝叶斯压缩感知算法进行求解。算法在贝叶斯压缩感知的迭代求解中引入了基于相对阈值判决的基消除机制, 加快收敛速度的同时避免了矩阵奇异问题。仿真结果表明本文算法在低信噪比、小快拍情况下空间分辨率优于 MUSIC 和 l_1 -SVD 算法, 可直接用于相干源的估计, 并对信源数目的估计误差具有较强鲁棒性。

关键词: 波达方向; 子空间拟合; 贝叶斯压缩感知; 基消除; PASTd

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)06-0827-07

A Novel Subspace Fitting Method for DOA Estimation Based on Bayesian Compressive Sensing

SUN Lei¹ WANG Hua-li¹ XIONG Lin-lin¹ JIANG Yan²

(1. Institution of Communication Engineering, PLA Univ. of Sci. &Tech. Nanjing 210007, China;
2. Unit 61769 of PLA, Wenshui 032102, China)

Abstract: The application of conventional Weighted Subspace Fitting (WSF) algorithm, which involves multidimensional nonlinear optimization, is limited for its huge computational burden and difficult initial parameter setting. Combining compressive sensing theory, a novel WSF algorithm for narrowband DOA estimation based on modified Bayesian Compressive Sensing (BCS) is proposed in this paper. The Projection Approximation Subspace Tracking deflation (PASTd) algorithm is utilized to efficiently estimate both the signal eigenvalues and corresponding eigenvectors, which significantly reducing the computation burden compares to the singular value decomposition of the sample covariance matrix. Exploiting the prior knowledge of spatial sparsity, we reformulate the WSF to a sparse signal reconstruct problem in the context of the multiple measurement vectors. Furthermore, a basis pruning mechanism via iterative relative thresholding is presented to speed up the convergence rate and avoid the matrix singular drawback during the original BCS iteration. Computer simulation results are presented and analyzed, demonstrating a number of advantages of the proposed method, including increased spatial resolution with low SNR and limited number of snapshots compared with MUSIC and l_1 -SVD, improved robustness to the source number estimation error and can be directly applied to the scenarios where highly correlated or coherent sources are presented without any preprocessing.

Key words: direction-of-arrival; subspace fitting; Bayesian compressive sensing; basis pruning; PASTd

1 引言

波达方向 (Direction of Arrival, DOA) 估计是阵列信号处理的一项重要研究内容,在雷达、声纳和移动通信领域有广泛的应用。近几十年,出现了包括波束形成、最大似然 (ML) 和子空间类等一系列 DOA 估计算法。其中子空间类算法具有空间超分辨率能力,代表性的有 MUSIC 算法、ESPRIT 算法等。然而子空间算法需准确判定信源个数,当快拍数较少时,算法性能随信噪比的降低而降低。同时,当空间存在相关或相干源时,子空间类算法性能急剧下降甚至失效。然而实际应用中,由于多径效应,信号相关的现象经常存在。采用空间平滑预处理,可在一定程度上解决相干源的 DOA 估计问题,但该操作仅限于具有特定几何排布的阵列如均匀线阵,同时也会导致阵列有效孔径的损失和计算复杂度的上升。加权子空间拟合 (Weighted Subspace Fitting, WSF) 是一种参数化的 DOA 估计方法,具有与 ML 相同的渐进最优统计性能,且计算复杂度低于 ML 算法,并对相关源具有鲁棒性,因此也受到了广泛的关注[1,2]。

近年来出现的稀疏分解和压缩感知 (Compressed Sensing, CS) 理论,已在诸多领域显现出了优势,并受到越来越多的关注[3,4]。压缩感知理论为阵列 DOA 估计也提供了一种新的思路, D. Malioutov 采用空域稀疏的概念,提出了 DOA 估计算法 l_1 -SVD,该算法具有空间超分辨率能力,在小快拍和低信噪比情况下仍能保持较好性能,能直接应用于相干源的 DOA 估计[5]。但该方法仍存在一定不足:第一,当信源数估计存在误差时,算法性能有一定下降,第二,在其优化问题求解过程中,最优正则化参数的选取仍是个需要进一步研究的开放问题。同样的,文献[6]提出的高分辨 DOA 估计算法,在一定程度上也受正则化参数选取的困扰。S. Cotter 采用基于贪婪思想的 SOMP 算法进行多快拍 DOA 估计,具有计算速度快的优点,但该算法在阵元数目较少和信号空间间隔较小的情况下性能相对 l_1 -SVD 算法较差[7]。

贝叶斯压缩感知 (Bayesian Compressed Sensing, BCS),是一种基于统计模型的压缩感知算法[8],最初来源于 Tipping 提出的相关向量机 (Relevant Vector Machine, RVM) 理论[9]。D. P. Wipf 等将 RVM 中的三层混合贝叶斯模型简化为二层模型,提出了稀疏贝叶斯

学习 (SBL) 算法,并将其推广到多测量矢量 (Multiple Measurement Vectors, MMV) 的情况[10,11]。与基于范数约束的 CS 算法相比,BCS 无需设置平衡稀疏性与重构误差的正则化参数,且得到的收敛结果即为全局最优解,在应用中体现出了很大优势[12]。BCS 可直接应用于多快拍 DOA 估计,但在信噪比较低时,算法收敛速度较慢,估计误差较大,且计算量随着快拍数的增长而急剧增加。

本文将稀疏性约束引入到加权子空间拟合算法中,结合贝叶斯压缩感知,提出了一种新的 DOA 估计算法—贝叶斯压缩感知加权子空间拟合 (BCS-WSF)。该算法首先利用低复杂度的 PASTd 算法获取信号特征向量和特征值,并以此构建加权信号子空间,然后将 BCS 应用到子空间的拟合中,并通过相对阈值判决算子加快 BCS 的收敛速度。仿真结果表明,本文提出的 BCS-WSF 算法能直接用于相干信号源的估计,且在阵元数目较少的情况下,本文算法具有更高的空间分辨率。BCS-WSF 算法运算量远低于直接应用 BCS 进行 DOA 估计的算法,同时在低信噪比条件下具有更快的收敛速度。

2 信号子空间拟合

假设有 M 个远场窄带信号以角度 $\{\theta_1, \dots, \theta_M\}$ 入射到 L ($M < L$) 元均匀线阵上,阵元间距 $d = \lambda/2$, λ 为中心频率对应波长,则阵列接收的信号基带信号可表示为:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{m=1}^M \mathbf{a}(\theta_m) s_m(t) + \mathbf{e}(t) \quad t = 1, \dots, N \quad (1)$$

其中 $\mathbf{y}(t)$ 为阵列接收数据, $\mathbf{e}(t)$ 为阵列观测噪声矢量, $s_m(t)$ 为第 m 个信号的复包络,列向量 $\mathbf{a}(\theta_m) = [1, e^{-j2\pi d \sin \theta_m / \lambda}, \dots, e^{-j2\pi(L-1)d \sin \theta_m / \lambda}]^T$ 为从 θ_m 方向入射信源的导向矢量, N 是快拍数。假设噪声是加性复高斯随机过程,且与信号不相关,阵列接收信号的协方差矩阵定义为:

$$\mathbf{R}_y = E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^H(t)] = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{R}_s \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (2)$$

其中 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{a}(\theta_1), \mathbf{a}(\theta_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_M)]$ 为阵列流形矩阵, $\mathbf{R}_s = E[\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)]$ 为信号复包络的协方差矩阵, σ_n^2 为阵元噪声功率, \mathbf{I} 为 L 维单位矩阵。对 \mathbf{R}_y 进行特征值分解可以得到:

$$\mathbf{R}_y = \sum_{i=1}^D \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H + \sigma_n^2 \sum_{i=D+1}^L \lambda_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H = \mathbf{U}_s \boldsymbol{\Lambda}_s \mathbf{U}_s^H + \sigma_n^2 \mathbf{U}_n \mathbf{U}_n^H$$

(3)

其中 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{D+1} = \dots = \lambda_L = \sigma_n^2$, $\mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_D)$ 。当信号之间均不相关时, D 等于信号个数 M , 当存在高度相关或相干信号时, D 等于矩阵 \mathbf{R}_s 的秩。由大特征值对应的特征向量 $\mathbf{U}_s = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_D]$ 张成的线性空间 $\text{span}(\mathbf{U}_s)$ 称为信号子空间, 小特征值对应的特征向量 $\mathbf{U}_n = [\mathbf{v}_{D+1}, \dots, \mathbf{v}_L]$ 张成的线性空间 $\text{span}(\mathbf{U}_n)$ 称为噪声子空间。

理想情况下, 信号导向向量张成的子空间与信号子空间存在如下关系 $\text{span}(\mathbf{U}_s) \subseteq \text{span}(\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}))$, 当信号间完全不相关时 $\text{span}(\mathbf{U}_s) = \text{span}(\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}))$ 。根据子空间定理, 存在一个列满秩变换矩阵 \mathbf{T} 使得:

$$\mathbf{U}_s = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{T} \quad (4)$$

然而实际中, 数据协方差矩阵通过 N 快拍数据估计得到:

$$\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{y}_i \mathbf{y}_i^H \quad (5)$$

由于噪声的存在, 信号子空间与导向向量张成的子空间并不完全相等, 经典 WSF 算法通过求解式(6)得到最小二乘意义上的最佳子空间拟合:

$$\boldsymbol{\theta} = \arg \min \left\| \mathbf{U}_s \mathbf{W} - \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta}) \mathbf{T} \right\|_F^2 \quad (6)$$

式中 \mathbf{W} 为加权矩阵, $\| \cdot \|_F$ 表示矩阵 Frobenius 范数。类似于确定性 ML 求解方法, 通过分离变量 \mathbf{T} , 最优 DOA 估计可由求解式(7)得到:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &= \min \text{tr} \{ (\mathbf{I} - \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H) \mathbf{U}_s \mathbf{W} \mathbf{U}_s^H \} \\ &= \max \text{tr} \{ \mathbf{A}(\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{U}_s \mathbf{W} \mathbf{U}_s^H \} \end{aligned} \quad (7)$$

最优加权矩阵为 $\mathbf{W}_{\text{opt}} = (\mathbf{\Lambda}_s - \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-2} \mathbf{\Lambda}_s^{-1} [2]$ 。求解式(7)是一个多维非线性最优化问题, 计算复杂度高, 且算法结果对搜索步长、初始角度等因素敏感, 实际中难以掌握。

3 贝叶斯压缩感知加权子空间拟合算法

3.1 稀疏模型构造

本节从压缩感知角度分析子空间拟合问题。考虑噪声的影响, 我们将式(6)的信号子空间与阵列流型的关系转化为如下的线性问题:

$$\mathbf{U}'_s = \mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})\mathbf{T} + \mathbf{E} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{U}'_s = \mathbf{W}\mathbf{U}_s$, 本文采用信号特征值构成加权矩阵即 $\mathbf{W} = \mathbf{\Lambda}_s = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_D)$, \mathbf{E} 为扰动矩阵。在复高斯白噪声的情况下, \mathbf{E} 近似服从零均值的复高斯分布[13,

14], 设 $\sigma_e^2 \mathbf{I}$ 为其未知协方差矩阵。为了将式(8)纳入压缩感知的框架求解, 首先要构建稀疏模型。类似 l_1 -SVD 算法, 这里利用稀疏分解的思想, 将信号可能的入射空间均匀划分为 K 个角度。假设划分的角度足够密 ($K \gg M$), 从而确保信号 DOA 落在这 K 个角度之中。分别计算每个离散角度对应的导向矢量, 可得到冗余的流型矩阵 $\tilde{\mathbf{A}} = [a(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_1), \dots, a(\tilde{\boldsymbol{\theta}}_K)]$, 显然 $\tilde{\mathbf{A}}$ 独立于入射信号 DOA, 只与角度划分的 K 相关。经过此步骤, 式(8)转换为:

$$\mathbf{U}'_s = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{T}} + \mathbf{E} \quad (9)$$

式中 $\tilde{\mathbf{T}}$ 为新的变换矩阵, 而 $\tilde{\mathbf{T}}$ 中仅有对应真实入射信号 DOA 的行值非零, 其值等于原变换矩阵 \mathbf{T} 的对应值。由于 $K \gg M$, $\tilde{\mathbf{T}}$ 中仅有较少的非零行, 表现出稀疏特性, 则 DOA 估计转化对 $\tilde{\mathbf{T}}$ 非零行的估计。由 \mathbf{E} 的统计特性, 得到 \mathbf{U}'_s 的条件概率密度为:

$$p(\mathbf{U}'_s | \tilde{\mathbf{T}}, \mathbf{E}) = \frac{1}{(\pi\sigma_e^2)^{KD}} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_e^2} \left\| \mathbf{U}'_s - \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{T}} \right\|_F^2\right) \quad (10)$$

可以看出经典 WSF 算法的优化函数与直接采用 ML 求解式(10)相同。但由于 Frobenius 范数不具有稀疏性的约束, 容易导致过拟合, 表现在实际中经典 WSF 和 ML 易出现空间分辨率不足的问题。

本文算法需要估计信号特征向量和对应特征值, 采用常规样本协方差矩阵进行特征值或奇异值分解的计算复杂度约为 $O(L^2N + L^3)$, 其中 L 和 N 分别是阵列阵元数和快拍数, 当阵元数和快拍数较多时, 计算复杂度显著增长。目前有多种低复杂度的子空间估计方法, 如 Lanczos 算法、多级维纳滤波 (MSWF) 算法等。本文采用紧缩投影近似子空间跟踪 (PASTd) 算法估计信号特征向量和特征值, 其每次更新的计算复杂度为 $O(LP)$, 其中 P 为子空间维数, 相比传统算法, 复杂度大大降低。对于子空间算法, 确定信源数即信号子空间维数, 对算法性能有至关重要的影响。本文采用 MDL 准则估计子空间维数 D 。需要强调的是本文算法虽然运用了子空间的概念, 但并不基于信号子空间与噪声子空间正交的假设, 因此虽然 MDL 算法估计存在误差, 但信源数的欠估计和过估计对算法性能影响并不大, 特别的当阵元数目较多时, D 可取比信源数小得多的整数, 以进一步降低运算量。

3.2 模型参数求解

定义 \mathbf{v}_j 为 \mathbf{U}'_s 的第 j 列, \mathbf{v}_i 为 \mathbf{U}'_s 的第 i 行, $\mathbf{v}_{i,j}$ 为 \mathbf{U}'_s 的第 i, j 个元素, 如未申明, 此后本文类似表述均按此定义。与 l_1 -SVD 算法采用混合范数进行稀疏约束不同, 为了避免过拟合的问题, BCS 假设 $\tilde{\mathbf{T}}$ 第 j 列 $\tilde{\mathbf{t}}_j$ 中的每一元素服从均值为 0, 方差为 α_i^{-1} 的高斯条件概率分布:

$$\begin{aligned} p(\tilde{\mathbf{t}}_j | \boldsymbol{\alpha}) &= \prod_{i=1}^K \frac{1}{\pi \alpha_i} \exp(-\alpha_i \tilde{\mathbf{t}}_i^2) \\ &= \prod_{i=1}^K \mathcal{N}(\tilde{\mathbf{t}}_{i,j} | 0, \alpha_i^{-1}) \end{aligned} \quad (11)$$

其中 $\boldsymbol{\alpha}$ 是控制 $\tilde{\mathbf{t}}_j$ 先验分布的超参数。对应无信号入射角度的 α 值趋于无穷大, 即 α^{-1} 趋近于 0; 而对应入射信号 DOA 方向的 α 收敛到信号方差的倒数。由于入射信号个数远小于离散角度总数, $\boldsymbol{\alpha}^{-1}$ 中仅有较少的值非零, 因而表现出稀疏特性。根据贝叶斯定理, 得到

$\tilde{\mathbf{t}}_j$ 的后验概率密度为:

$$\begin{aligned} p(\tilde{\mathbf{t}}_j | \mathbf{v}_j, \boldsymbol{\alpha}, \sigma_e^2) \\ = \frac{p(\mathbf{v}_j | \tilde{\mathbf{t}}_j, \sigma_e^2) p(\tilde{\mathbf{t}}_j | \boldsymbol{\alpha})}{p(\mathbf{v}_j | \boldsymbol{\alpha}, \sigma_e^2)} = \mathcal{N}(\tilde{\mathbf{t}}_j | \boldsymbol{\mu}_j, \boldsymbol{\Sigma}) \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_j &= \sigma_e^{-2} \boldsymbol{\Sigma} \tilde{\mathbf{A}}^H \mathbf{v}_j \\ \boldsymbol{\Sigma} &= (\sigma_e^{-2} \tilde{\mathbf{A}}^H \tilde{\mathbf{A}} + \boldsymbol{\Gamma})^{-1} \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha})$ 。通过 $\boldsymbol{\alpha}$ 值就可估计出入射信号 DOA, 因此并不需要估计 $\tilde{\mathbf{T}}$ 中的每个元素。综合考虑 \mathbf{U}'_s 中所有特征向量的影响, 通过最大化对数边缘似然函数, 求解式(14)可得到 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 σ_e^2 的估计。

$$\begin{aligned} L(\boldsymbol{\alpha}, \sigma_e^2) &\propto \sum_{j=1}^M \log \int p(\mathbf{v}_j | \tilde{\mathbf{t}}_j, \sigma_e^2) p(\tilde{\mathbf{t}}_j | \boldsymbol{\alpha}) d\tilde{\mathbf{t}}_j \\ &\propto - (M \log |\mathbf{C}| + \sum_{j=1}^M \mathbf{v}_j \mathbf{C} \mathbf{v}_j^H) \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\mathbf{C} = \sigma_e^2 \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{A}} \boldsymbol{\Gamma}^{-1} \tilde{\mathbf{A}}^H$ 。由于式(14)没有闭合解析解, 本文采用 Mackay 迭代估计[9]得到:

$$a_i^{\text{new}} = \gamma_i M / \left\| \boldsymbol{\mu}_{i..} \right\|_2^2$$

$$(\sigma^2)^{\text{new}} = \frac{\frac{1}{M} \left\| \mathbf{U}'_s - \tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{T}} \right\|_F^2}{L - \sum_i \gamma_i}, \quad i = 1, 2, \dots, K \quad (15)$$

式中 $\gamma_i = 1 - \alpha_i \sum_{ii}$ 。

注意到在 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 σ_e^2 的迭代求解过程中, 需要多次计算 $K \times K$ 维矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 的逆, 一方面带来了巨大的计算量 (K^3); 另一方面由于稀疏性的约束, $\boldsymbol{\alpha}$ 中仅有小部分元素为较小常数而大部分元素趋近于无穷, 从而导致 $\boldsymbol{\Sigma}$ 由于条件数过大而奇异, 无法完成求解。为了解决这些问题, 本文提出一种基于阈值判决的后向消除机制, 具体在每一次迭代过程中, 我们引入阈值算子(16)对 $\boldsymbol{\alpha}$ 中的每个元素进行判决:

$$H(\alpha_i) = \begin{cases} \infty & \text{if } 10 \log(\alpha_i / \min(\boldsymbol{\alpha})) > \text{Threshold} \\ \alpha_i & \text{if } 10 \log(\alpha_i / \min(\boldsymbol{\alpha})) \leq \text{Threshold} \end{cases} \quad (16)$$

式中 $\alpha_i = \infty$ 表示将 i 对应的基从 $\tilde{\mathbf{A}}$ 中消除, 则经过判决后, $\tilde{\mathbf{A}}$ 中仅有保留的基进入下一次迭代, 与传统的绝对阈值不同, 此处运用的是相对阈值, 消除速度更快, 将进一步加快了收敛速度并降低了运算量。

3.3 算法步骤和细节

根据前面的分析, 将算法的具体步骤归纳如下:

- (1) 采用 PASTd 算法估计信号特征值及特征向量, 构建信号加权子空间 \mathbf{U}'_s ;
- (2) 初始化 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 σ_e^2 , 计算 $\tilde{\mathbf{A}}^H \tilde{\mathbf{A}}$, $\tilde{\mathbf{A}}^H \mathbf{U}'_s$, 设定判决门限;
- (3) 迭代
 - a) 利用式(13)计算均值和协方差矩阵;
 - b) 利用式(15)更新 $\boldsymbol{\alpha}$ 和 σ_e^2 ;
 - c) 利用式(16)对 $\boldsymbol{\alpha}$ 进行判决, 消除 $\tilde{\mathbf{A}}$ 中对应基;
 - d) 重复 a) 至 c) 直到 $\boldsymbol{\alpha}$ 收敛;
- (4) 根据 $\boldsymbol{\alpha}$ 中较大值的位置, 即可估计出各个入射信号的 DOA。

另外, 在空间离散时采用文献中[5]中“粗扫描+细扫描”的办法, 可以大大减少算法的运算复杂度。

4 仿真实验与分析

本节将本文提出的算法(BCS-WSF)与传统的 Capon 算法、MUSIC 算法及压缩感知类 l_1 -SVD 算法和多快拍 M-BCS 算法通过仿真进行对比, 以分析其性能。

仿真中均假设噪声为加性复高斯白噪声,远场窄带信号服从复高斯分布,接收阵列为理想的 10 元等距线阵,阵元间距为来波波长的一半,空域离散角度分辨率为 1° ,仿真中所有角度均为与阵列法线方向夹角。为了使比较更有意义,仿真中假设 MUSIC 与 l_1 -SVD 算法已确知信源数目。BCS-WSF 算法中阈值判决门限设为 30dB,若在第 i 次迭代中,满足 $\|\alpha^i - \alpha^{i-1}\| / \|\alpha^{i-1}\| \leq 10^{-8}$,则认为算法收敛。信噪比 (SNR) 定义为 $10 \log(\sigma_s^2 / \sigma_n^2)$,其中 σ_s^2 和 σ_n^2 分别表示信号功率和噪声功率。DOA 估计均方根误差 (RMSE) 定义为:

$$RMSE = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sqrt{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (\hat{\theta}_{mj} - \theta_m)^2} \quad (17)$$

式中 J 为独立蒙特卡洛实验的次数,仿真中均为 1000 次, M 为信号源总个数, θ_m 为第 m 个信号源真实值, $\hat{\theta}_{mj}$ 为第 j 次蒙特卡洛实验对第 m 个信号源的估计值。

实验 1 独立信源情况

假设 3 个相互独立信号从不同方向入射到阵列上,入射角分别为 -25° 、 10° 和 15° ,信噪比均为 5dB,快拍数为 100。图 1 为分别采用不同 DOA 估计算法得到的空间谱对比。从图中可以看出,本文算法与 MUSIC 算法能正确分辨出两个间隔较近信号,但本文算法峰值更为尖锐。 l_1 -SVD 算法虽然能分辨出两个信号,但角度值估计存在一定误差。图 2 为各算法 DOA 估计 RMSE 随信噪比变化的情况。图 3 为不同角度间隔下的各算法 DOA 估计 RMSE。两个入射信号的信噪比均为 5dB,固定一个信号入射角度为 -20° 。从图 2 和图 3 可以看出当入射信源空间间隔较近时,本文算法估计性能明显优于 l_1 -SVD 算法,在低信噪比条件下优于 M-BCS 算法。

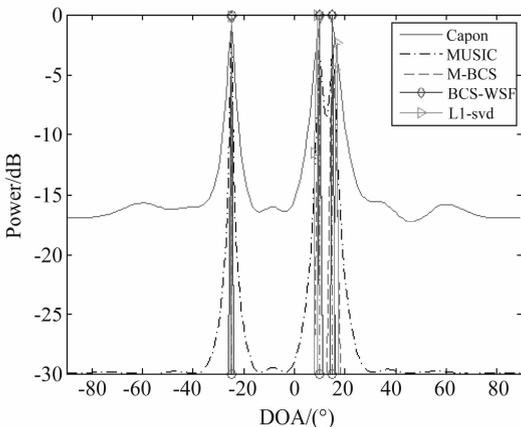


图 1 非相关信号空间谱

Fig. 1 Spatial spectral for uncorrelated sources

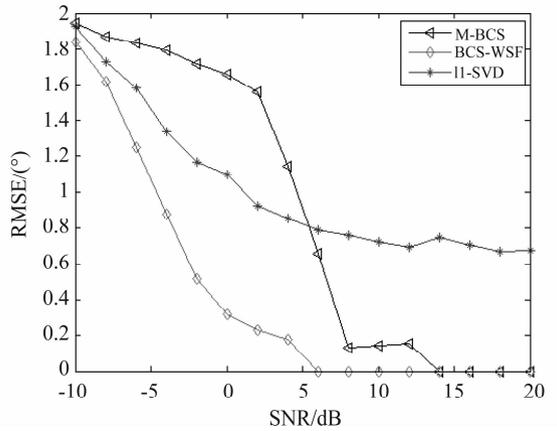


图 2 不同信噪比下 DOA 估计 RMSE

Fig. 2 RMSE of DOA estimates versus SNR

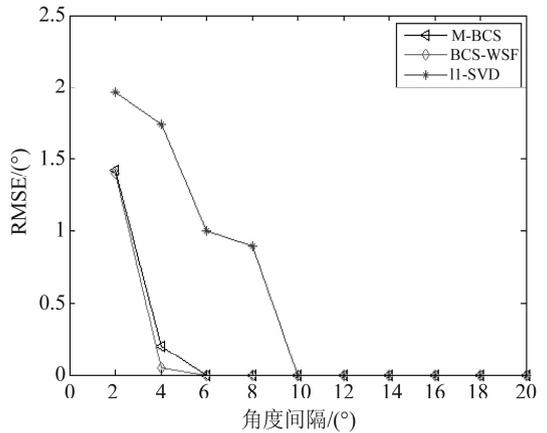


图 3 不同角度间隔下 DOA 估计 RMSE

Fig. 3 RMSE of DOA estimates versus spatial separation

实验 2 相干信源情况

假设有 2 个远场等功率独立信号,快拍数为 100。第一个信号到达接收阵列有两条路径,其中直达波入射角度为 -25° ,传播常数为 0.8-0.6j 的相干多径分量入射角度为 10° ,另一独立信号入射角度为 20° 。图 4 为当信噪比均为 5dB 时,分别采用不同 DOA 估计算法得到的空间谱对比,从图中可以看出 MUSIC 和 CAPON 算法无法对相干源进行有效估计,而本文算法和 l_1 -SVD 算法能估计出相干源的结果。图 5 为在不同信噪比条件下,各算法 DOA 估计 RMSE。图 5 表明本文算法在对相干源估计性能上同样优于 l_1 -SVD 算法和 M-BCS 算法。

实验 3 子空间维数估计误差的影响

假设有 4 个远场等功率信号入射到接收阵列,快拍数为 100。信号入射角度分别是 -25° 、 -10° 、 0° 和 20° 。图 6 为当信号相互独立时,不同信噪比条件下,

根据不同子空间维数得到的 DOA 估计 RMSE。图 6 说明本文算法对子空间维数估计对比 l_1 -SVD 算法具有更强鲁棒性,同时表明本文算法以少于信号源个数的特征值与特征向量也能保证较好估计性能,可以进一步降低计算量。

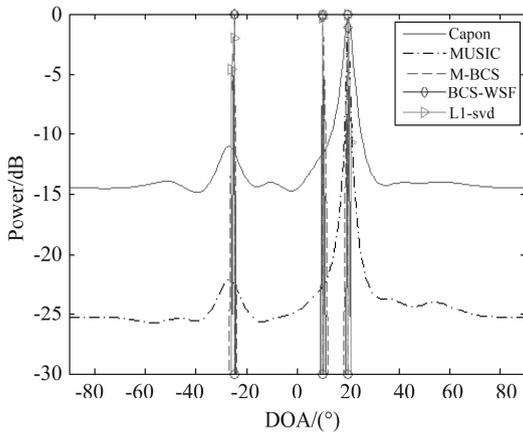


图4 相关信号空间谱

Fig.4 Spatial spectral for coherent sources

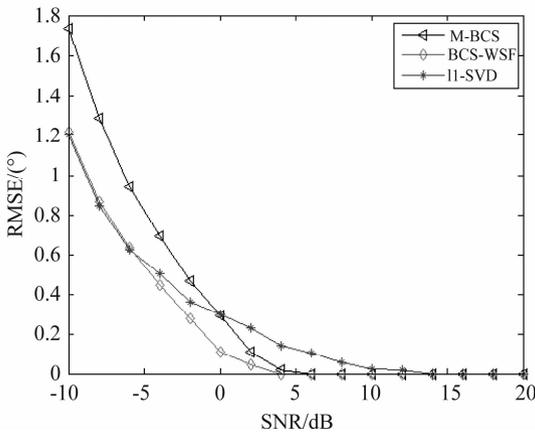


图5 不同信噪比下 DOA 估计 RMSE(相干源)

Fig.5 RMSE of DOA estimates versus SNR

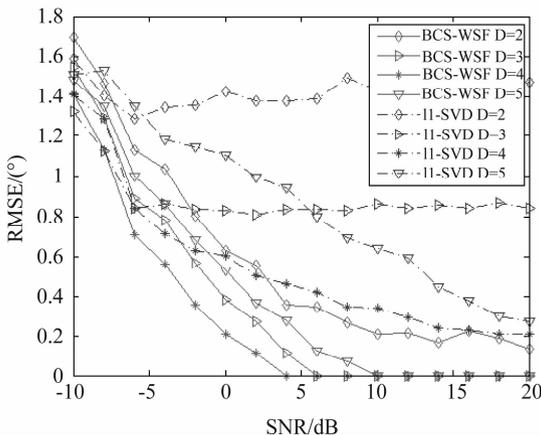


图6 不同子空间维数下 DOA 估计 RMSE

Fig.6 RMSE of DOA estimates versus subspace dimensions

5 结论

本文将贝叶斯压缩感知应用于加权子空间拟合,提出了一种新的 DOA 估计方法。文章首先采用低复杂度的 PASTd 算法估计信号子空间,并以此构建了贝叶斯压缩感知框架下的稀疏子空间拟合模型,进而利用引入相对阈值消除机制的迭代 BCS 算法进行求解,降低了运算量的同时加快了收敛速度并避免了矩阵奇异的问题。仿真结果表明,在相同信噪比条件下,该算法空间分辨率优于同类型的 l_1 -SVD 算法,且不受正则化参数设置的困扰;在低信噪比条件下,性能优于 M-BCS 算法。本文算法可直接应用于相关源的估计,并对信源数目的估计值具有较强的鲁棒性。

参考文献

- [1] Ottersten B, Viberg M. Analysis of Subspace Fitting based Methods for Sensor Array Processing [C]. Proc. on ICASSP-89, 1989, 2807-2810.
- [2] Ottersten B, Viberg M. Sensor Array Processing based on Subspace Fitting [J]. IEEE Trans. Signal Proc. 1991, 39 (5): 1110-1121.
- [3] Donoho D L. Compressed Sensing [J]. IEEE Trans. Info. Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [4] Baraniuk R G. Compressive Sensing [J]. IEEE Signal Processing Mag. 2007, 24(4): 118-120, 124.
- [5] Malioutov D, Cetin M, Willsky A S. A Sparse Signal Reconstruction Perspective for Source Localization with Sensor Arrays [J]. IEEE Trans. Signal Proc. 2005, 53(8): 3010-3022.
- [6] 贺亚鹏, 李洪涛, 王克让, 朱晓华. 基于压缩感知的高分辨率 DOA 估计 [J]. 宇航学报, 2011, 32(6): 1344-1349. He Yapeng, Li Hongtao, Wang Kerang, Zhu Xiaohua. Compressive Sensing Based High Resolution DOA Estimation [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(6): 1344-1349. (in Chinese)
- [7] Cotter S. Multiple Snapshot Matching Pursuit for Direction of Arrival (DOA) Estimation [C]. Proc. Euro. Signal Process. Conf., 2007, 247-251.
- [8] Ji Shihao, Xue Ya, Carin L. Bayesian Compressive Sensing [J]. IEEE Tran. Signal Proc., 2008, 56(6): 2346-2356.
- [9] Tipping M E. Sparse Bayesian Learning and the Relevance Vector Machine [J]. J. Machine Learning Res., 2001, 1

(3):211-244.

- [10] Wipf D P, Rao B D. Sparse Bayesian Learning for Basis Selection [J]. IEEE Trans. Signal Proc. 2004, 52 (8): 4036-4048.
- [11] Wipf D P, Rao B D. An Empirical Bayesian Strategy for Solving the Simultaneous Sparse Approximation Problem [J]. IEEE Trans. Signal Proc. 55(7):3704-3716.
- [12] 叶钊,何峰,朱炬波,梁甸农. 基于几何绕射模型的多频段信号融合新方法 [J]. 信号处理, 2010, 26 (9): 1361-1365.
Ye Fan, He Feng, Zhu Jubo, Liang Diannong. A New Method of Multi-Band Radar Signal Fusion Based on GTD Model [J]. Signal Processing, 2010, 26 (9): 1361-1365. (in Chinese)
- [13] Anderson T W. Asymptotic Theory for Principal Component Analysis [J]. Ann. Math. Statist. 34, 122-148.
- [14] Rao B D, Hari K V S. Statistical Performance Analysis of the Minimum-norm Method [C], Proc. on ICASSP89, 1989, 2760-2763.

作者简介



孙 磊(1986-),男,解放军理工大学通信工程学院博士生,主要研究方向为阵列信号处理与压缩感知。

E-mail:realmufeng@gmail.com



王华力(1967-),男,浙江温岭人,解放军理工大学通信工程学院教授、博士生导师、学科带头人,主要研究方向为信息感知、处理与对抗。

E-mail:huali_wang@yahoo.com.cn

熊林林(1986-),男,解放军理工大学通信工程学院硕士研究生,主要研究方向阵列信号处理。

E-mail:xiong_good@126.com

蒋 岩(1985-),男,中国人民解放军 61769 部队助理工程师。E-mail:fengqim@eyou.com