

基于凸优化的抗旋转图像盲源分离算法研究

杨自柱 章春娥

(北京交通大学信息科学研究所, 北京 100044)

摘 要: 盲源分离是指在没有任何源信号任何先验知识的情况下, 只根据多个观测信号实现对源信号的恢复。本文在 CAMNS 算法的基础上提出了一种抗旋转的图像盲源分离新算法, 该算法首先对观测图像进行预处理, 提取图像旋转不变因子, 然后利用图像空间局部显著性的假设将旋转后的图像盲源分离转化为可解的凸优化问题, 进而求出分离矩阵, 最后反解混合方程组确定源图像。实验结果表明: 新算法有效地消除了旋转对盲源分离的影响, 算法性能指标较 ICA 算法、NMF 算法和 CAMNS 算法提高了近 80% 以上。

关键词: CAMNS 算法; 凸优化; 盲源分离

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)07-0988-06

Research on Blind Separation of Image Sources against Rotation Based on Convex Optimization

YANG Zi-zhu ZHANG Chun-e

(Institute of Information Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Blind source separation is how to recover a set of signals from a set of their observations, without any priori knowledge of sources. In this paper, a novel blind source separation algorithm of image signals against rotation based on the convex analysis of mixtures of non-negative sources is proposed. This new method firstly preprocesses the observations, and then extracts the rotation invariant factor, according to the special assumption called local dominance which is showed in the convex analysis of mixtures of non-negative sources algorithm, the issue of blind separation of image sources which is influenced by rotation turns into a solvable convex optimization, through which the mixing matrix can be determined. Finally by solving the mixing equation group to obtain the image sources. Experimental results demonstrate that this novel algorithm is quite effective for blind separation of image sources against rotation and shows 80 percent increase in the performance index compared to ICA, NMF and CAMNS algorithms.

Key words: CAMNS algorithm; convex optimization; blind source separation

1 引言

盲源分离(Blind Sources Separation, BSS)是最近十几年来信号处理方面的热门研究领域,它是一种无需任何先验知识,仅仅由源信号相互独立的假设,就能从一组可观测的源信号的混合信号中恢复出各源信号的方法。这种独特的方式使得它在图像处理、通信信号处

理、生物医学信号处理等领域获得了广泛的应用。目前盲源分离的算法主要有 ICA(Independent Component Analysis)方法[1-3,11]、稀疏成分分析(Sparse component analysis, SCA)方法[1,4,5]和非负矩阵分解(Non-negative matrix factorization, NMF)方法[1,8,10]。

Tsung-Han Chan 等人最近提出了一种非负源混合观察对象的凸分析(Convex analysis of mixtures of non-

收稿日期: 2012-01-06; 修回日期: 2012-06-29

基金项目: 广东省中国科学院全面战略合作项目(The Guangdong Chinese Academy of Science comprehensive strategic cooperation project)(2010B090301014); 北京市“现代信息科学与网络技术”重点实验室基金资助项目和铁道部“铁路信息科学与工程”开放实验室基金资助项目(The key Laboratory of Advanced Information Science and Network Technology of Beijing or the Key Laboratory of Information & Engineering of Railway Ministry)(XDXX1004); 中央高校基本科研业务费(The Fundamental Research Funds for the Central Universities)(2012JBM037); 北京市自然科学基金(Beijing Natural Science Foundation)(4102051)

negative sources, CAMNS)方法[6,7],该方法将凸优化理论与传统的盲源分离方法相结合,把图像信号置于向量空间中进行分析,以一种全新的角度来阐释图像盲源分离问题,并提出了空间局部显著性(local dominance)[7]的合理假设,克服了传统盲源分离算法对源信号统计独立性的要求。相比ICA算法和NMF算法,CAMNS算法的假设更符合图像特点,分离效果更好,并且具有更高的信噪比(SNR),甚至在图像源具有较强相关性的情况下也是有效的[6]。但不论是ICA算法,NMF算法还是CAMNS算法,它们在处理有旋转因素影响的图像盲源分离问题时却都遇到了挑战:在实际工程应用例如产品表面印刷行业中,对于同一个印刷源而言,不论它是否经过旋转,都应判别为同一个源信号。也就是说,旋转前后的两幅图像应当视为同一个源。那么将源图旋转以后与另外的图进行混合,然后再进行盲源分离,其结果理应恢复出最初的几幅源图。但直接运用上述各种盲源算法进行这种问题的分离时效果都非常差,几乎完全无法恢复出源图。

本文在CAMNS算法的基础上,针对两个源图旋转后再混合的情况,首次提出了一种抗旋转图像盲源分离新算法:该算法首先对观测图像进行预处理,然后根据混合方程提取旋转不变性因子,保证分离图像的空间局部显著性,进而转化为CAMNS算法可解的问题,从而确定分离矩阵,最终通过反解混合方程组求出源图像。计算机仿真结果及性能指标证明了本文方法的准确性和有效性。

2 CAMNS 算法原理简介

图像的盲源分离是一种在获得若干幅观测图像以后,从观测序列中估计出源图像的过程。其数学模型[7]为:假设有 N 个未知的相互统计独立的源信号 s_1 ,

$[n], \dots, s_N[n], M$ 个由这些源信号混合而成的观测信号 $x_1[n], \dots, x_M[n]$,满足下列关系:

$$\mathbf{X}[n] = \mathbf{A}\mathbf{S}[n] \quad n=1, \dots, L \quad (1)$$

式中, $\mathbf{S}[n] = [s_1[n], \dots, s_N[n]]^T$ 为源图像向量; $\mathbf{X}[n] = [x_1[n], \dots, x_M[n]]^T$ 为观测混合图像向量; \mathbf{A} 为 $M \times N$ 阶混合系数矩阵, L 为每幅图像的像素点数目。“盲”指的是对源信号和混合结构的未知性。在实际问题中,满足 $M \geq N$ 且 $L \gg \max\{M, N\}$ 。图像盲源分离的目标,就是在不知道混合矩阵 \mathbf{A} 的前提下,从 M 个观测图像 $\mathbf{X}[n] = [x_1[n], \dots, x_M[n]]^T$ 中,预测出 N 个源图像 $\mathbf{S}[n] = [s_1[n], \dots, s_N[n]]^T$ 。

定义向量集 $\{s_1, \dots, s_N\} \subset \mathbb{R}^L$ 的仿射包:

$$\text{aff}\{s_1, \dots, s_N\} = \left\{ \mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \theta_i s_i \mid \theta_i \in \mathbb{R}, \sum_{i=1}^N \theta_i = 1 \right\} \quad (2)$$

或者表示为矩阵形式:

$$\text{aff}\{s_1, \dots, s_N\} = \{ \mathbf{x} = \mathbf{C}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{d} \mid \boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^P \} \quad (3)$$

这里 $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^L$ (不唯一), \mathbf{C} 为列满秩矩阵且 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{L \times P}$ (不唯一), P 为仿射集的维数, $P \geq 1$ 。在CAMNS算法中, (\mathbf{C}, \mathbf{d}) 称为观测序列 \mathbf{x} 的特征2元组,一般采用仿射集匹配的方法(affine hull fitting)[7]求出。

向量集 $\{s_1, \dots, s_N\} \subset \mathbb{R}^L$ 的凸包:

$$\text{conv}\{s_1, \dots, s_N\} = \left\{ \mathbf{x} = \sum_{i=1}^N \theta_i s_i \mid \theta_i \geq 0, \sum_{i=1}^N \theta_i = 1 \right\} \quad (4)$$

仿射包是未考虑源信号正负性时的观测信号集合;凸包是考虑到图像信号的非负性以及图像灰度值的取值范围不变性时的观测信号集合。以源信号数目为2个的情形为例,其对应的仿射包、凸包以及二者关系的示意图如图1所示。

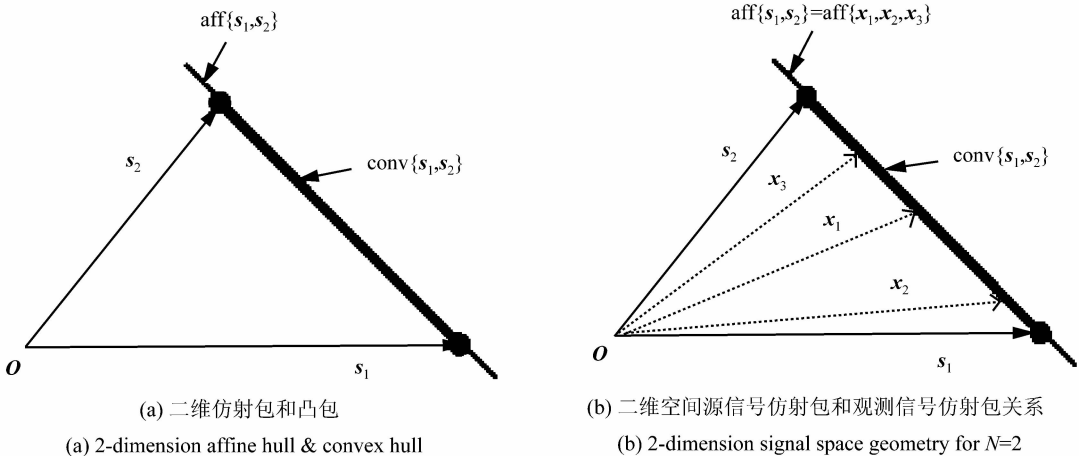


图1 仿射包、凸包

Fig. 1 Examples of affine hull & convex hull

基于以上理论,图像盲源分离问题可以转化为求解多面体凸包的极点。进一步对源信号作空间局部显著性假设[6]:图1中,对某个源图像*i*,一定存在至少一个像素点的灰度值 $x_i[n]>0$,而其他源图像在对应位置的灰度值等于0。也就是说,每个源图像一定存在至少1个显著区别于其他源图像的像素点。在该假设条件下,就可利用凸优化方法逐个地找出这些与众不同的像素点,从而分离出源图像。CAMNS算法正是基于这种准确合理的假设进行的凸优化盲源分离方法。从几何的角度来讲,混合信号向量 $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M$ 是源信号向量 $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N$ 的凸组合,二者映射到欧氏空间 \mathbb{R}^N 中后,混合信号向量 $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M$ 是由源信号向量 $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N$ 在向量空间中张成的凸多面体,而需要恢复的源信号向量 $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N$ 正是该凸多面体的顶点。这样一来,就可以利用最优化方法[7,9]求解凸优化方程组来最终确定源信号向量 $\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N$ 。

3 基于凸优化的盲源分离算法抗旋转设计

3.1 抗旋转算法基本原理

考虑CAMNS算法的局部显著性假设:对某个源图像*i*,一定存在至少一个像素点 $x_i[n]>0$,而其他源图像在该位置的像素值为0。显然旋转后与旋转前的两幅图像满足该假设,也就是说,一旦源图像进行了旋转,那么旋转后和旋转前这两幅图像在欧氏空间 \mathbb{R}^N 中所对应的两个向量自动满足局部显著性假设,这样一来二者在CAMNS算法中就必然会被认为是两个不同的源,这并不符合实际的情况。为此,需要寻找旋转不变量来克服源信号的旋转造成的影响。

以源图个数 $N=2$ 的情形进行分析:假设源图像信号分别为 $a_1(x,y)$ 和 $b_1(x,y)$,二者分别绕中心点旋转角度 α 和 β 后得到图像:

$$a_2(x,y) = a_1((x\cos\alpha + y\sin\alpha), (-x\sin\alpha + y\cos\alpha))$$

$$b_2(x,y) = b_1((x\cos\beta + y\sin\beta), (-x\sin\beta + y\cos\beta))$$

因为源图像的灰度值范围是0~255,在发生混合以后,新的观测图像灰度值范围并未发生变化,仍为0~255,所以观测(混合)图像 $f(x,y)$ 是原始图像 $a_i(x,y)$ 和 $b_j(x,y)$ ($i, j=1,2$)的凸组合的形式,这样即可得到 $M=4$ 幅混合图像,用方程组建模表示为:

$$\begin{cases} f_1(x,y) = k_1 a_1(x,y) + m_1 b_1(x,y) \\ f_2(x,y) = k_1 a_2(x,y) + m_1 b_2(x,y) \\ f_3(x,y) = k_2 a_1(x,y) + m_2 b_2(x,y) \\ f_4(x,y) = k_2 a_2(x,y) + m_2 b_1(x,y) \end{cases} \quad (5)$$

其中 k_i, m_i 为随机正数且 $k_i + m_i = 1, i=1,2$ 。根据式(5)可知,混合矩阵:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} k_1 & k_1 & k_2 & k_2 \\ m_1 & m_1 & m_2 & m_2 \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

显然,我们的目标是从混合图像信号 $f_1(x,y) \sim f_4(x,y)$ 中恢复出源图像信号 $a_1(x,y)$ 和 $b_1(x,y)$ 。

令 $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$,将(5)式用极坐标变换重写,表示如下:

$$\begin{cases} f_1(r,\theta) = k_1 a_1(r,\theta) + m_1 b_1(r,\theta) \\ f_2(r,\theta) = k_1 a_1(r,\theta-\alpha) + m_1 b_1(r,\theta-\alpha) \\ f_3(r,\theta) = k_2 a_1(r,\theta) + m_2 b_1(r,\theta-\beta) \\ f_4(r,\theta) = k_2 a_1(r,\theta-\alpha) + m_2 b_1(r,\theta) \end{cases} \quad (7)$$

在笛卡儿坐标系中,角度的旋转对应将对应于极坐标系中角度轴的平移。

对(7)式作下列变换

$$\begin{cases} \psi_1 = [f_1(r,\theta) + f_2(r,\theta)]/2 \\ \psi_2 = [f_3(r,\theta) + f_4(r,\theta)]/2 \\ s_1 = [a_1(r,\theta) + a_1(r,\theta-\alpha)]/2 \\ s_2 = [b_1(r,\theta) + b_1(r,\theta-\beta)]/2 \end{cases} \quad (8)$$

则(7)式可改写成如下形式:

$$\begin{cases} \psi_1 = k_1 s_1 + m_1 s_2 \\ \psi_2 = k_2 s_1 + m_2 s_2 \end{cases} \quad (9)$$

或者表示为矩阵形式:

$$\boldsymbol{\psi} = \mathbf{A}\mathbf{s} \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\psi} = [\psi_1, \psi_2]^T, \mathbf{s} = [s_1, s_2]^T, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} k_1 & m_1 \\ k_2 & m_2 \end{bmatrix}$ 。将 \mathbf{s} 看作旋转不变因子,并将 \mathbf{s} 视为新的源信号,则 s_1 和 s_2 可以用CAMNS算法求出。

证明:这里需要证明 s_1 和 s_2 满足CAMNS算法的4条关键假设[7]:

●对于假设1:源信号为非负信号:因为任何图像都是非负信号,所以 s_1 和 s_2 满足此要求;

●对于假设2:空间局部显著性假设:对于新的源信号 s_1 和 s_2 而言,至少存在某一个像素点,使得 s_1 在该点的灰度值大于零而 s_2 在对应点的灰度值等于零,

也就是说,源图像 s_1 中至少存在 1 个显著区别于源图像 s_2 的像素点,这个条件也不难满足;

●对于假设 3:混合矩阵 \mathbf{A} 的行和为 1:根据式

(9)可知混合矩阵为 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} k_1 & m_1 \\ k_2 & m_2 \end{bmatrix}$,而 k_i, m_i 为随机正

数且 $k_i + m_i = 1, i = 1, 2$,亦满足要求;

●对于假设 4: $M \geq N$ 且 \mathbf{A} 为列满秩矩阵:这个条件总可以通过去掉相关项来满足。

同时,根据式(9)可知观测信号 ψ_1 和 ψ_2 正是新的源信号 s_1 和 s_2 的凸包。

综上所述,观测信号 ψ_1 和 ψ_2 满足 CAMNS 算法所有的必要假设,因此可以对 ψ_1 和 ψ_2 用 CAMNS 算法进行分离,且分离的结果是 s_1 和 s_2 ,证毕。

源图数目 $N \geq 2$ 的情形可以同理推出,此处不再赘述。

3.2 算法实现基本步骤

(1) 对观测图像序列 $f(x, y)$ 进行抗旋转的预处理变换 $\psi(u, v) = F[f(x, y)]$,如式(8)所示,提取旋转不变因子 ψ ;

(2) 利用仿射集匹配方法[7]计算 ψ 的特征二元组 (\mathbf{C}, \mathbf{d}) ;

(3) 求解线性凸优化矩阵极值方程组[6]:

$$\begin{cases} \min \mathbf{r}^T (\mathbf{C}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{d}) \\ \max \mathbf{r}^T (\mathbf{C}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{d}) \\ \text{s.t. } \mathbf{C}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{d} \geq 0 \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^L$,得到极值点 α_1 和 α_2 ;

(4) 记 $s_1 = \mathbf{C}\alpha_1 + \mathbf{d}, s_2 = \mathbf{C}\alpha_2 + \mathbf{d}$,则 s_1 和 s_2 即为分离结果;

(5) 将分离的结果 s_1 和 s_2 回代到方程组(9)中,

则可以反解出分离矩阵 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} k_1 & m_1 \\ k_2 & m_2 \end{bmatrix}$,进而可以推出混合矩阵

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \begin{bmatrix} k_1 & k_1 & k_2 & k_2 \\ m_1 & m_1 & m_2 & m_2 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \mathbf{A} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k_1 & m_1 \\ k_2 & m_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

再将 \mathbf{A}_1 回代到式(5)中,该方程组中的已知量为观测图像 $f_1(x, y) \sim f_4(x, y)$,未知量为 $a_1(x, y), a_2(x,$

$y), b_1(x, y), b_2(x, y)$,故方程有唯一解,那么源图像 $a_1(x, y)$ 和 $b_1(x, y)$ 就可以通过求解该四元一次方程组来确定。

4 算法仿真与分析

4.1 算法性能指标:

(1) IF 方法:它是基于图像的评价准则,定义为:

$$\text{IF} = 1 - \frac{\sum_{i,j} [f(i, j) - f'(i, j)]^2}{\sum_{i,j} f^2(i, j)} \quad (13)$$

式中: $f(i, j)$ 表示源图像各像素点值, $f'(i, j)$ 表示估计出的图像各像素点值,IF 值用于判断两幅图像的相似程度,两幅图像近似程度越大,IF 值越接近于 1。

(2) 系统矩阵的全局指标,它是基于混合矩阵的评价准则,定义为:

$$\begin{aligned} \text{PI} &= \frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{\sum_{i=1}^n \frac{|g_{ik}|^2}{\max_j |g_{ij}|^2} - 1 \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\sum_{j=1}^n \frac{|g_{kj}|^2}{\max_j |g_{ij}|^2} - 1 \right) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

式中, \mathbf{g} 为解混矩阵 \mathbf{w} (定义:为了仅从观测的混合信号 \mathbf{x} 恢复出源信号 \mathbf{s} ,设置解混矩阵 \mathbf{w} ,使得 $\mathbf{y} = \mathbf{w}\mathbf{x}$, \mathbf{y} 为分离出的估计信号)和混合矩阵 \mathbf{A} 的乘积 \mathbf{G} 矩阵 ($\mathbf{G} = \mathbf{w}\mathbf{A}$) 的元素, $\max_i |g_{ij}|$ 表示 \mathbf{G} 的第 i 行元素绝对值中的最大值, $\max_j |g_{ij}|$ 表示 \mathbf{G} 的第 j 列元素绝对值中的最大值,当分离出的估计信号 \mathbf{y} 与源信号 \mathbf{s} 完全相同时 $\text{PI} = 0$,但由于受计算误差的影响,该值不可能为 0,通常,PI 到 10^{-2} 附近就说明该算法分离性能已相当好[11]。

4.2 仿真与分析

为了检验算法的性能,实验中首先给定若干幅源图,然后对源图旋转后进行凸组合得到相应的观测混合图,再利用 ICA 算法、NMF 算法、CAMNS 算法和新算法分别进行仿真,观察分离结果,若分离结果与源图一致,则表明算法准确合理。

实验用两幅 300×300 的 Lena 图像和 Baboon 图像作为源图,第一幅 Lena 图像绕中心点顺时针旋转 9° (随机角度),第二幅 Baboon 图像绕中心点逆时针旋转 8.5° (随机角度),一共获得 4 幅混合观测图像,仿真实验中 \mathbf{A}_1 用随机数构造。混合矩阵

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0.4998 & 0.4998 & 0.7808 & 0.7808 \\ 0.5002 & 0.5002 & 0.2192 & 0.2192 \end{bmatrix}^T$$

两幅源图像、旋转后的图像以及观测(混合)图像如图2所示。图3为ICA算法、NMF算法、CAMNS算

法和本文算法分离结果,其中第一行是分离出来的第一幅图,第二行是分离出的第二幅图。

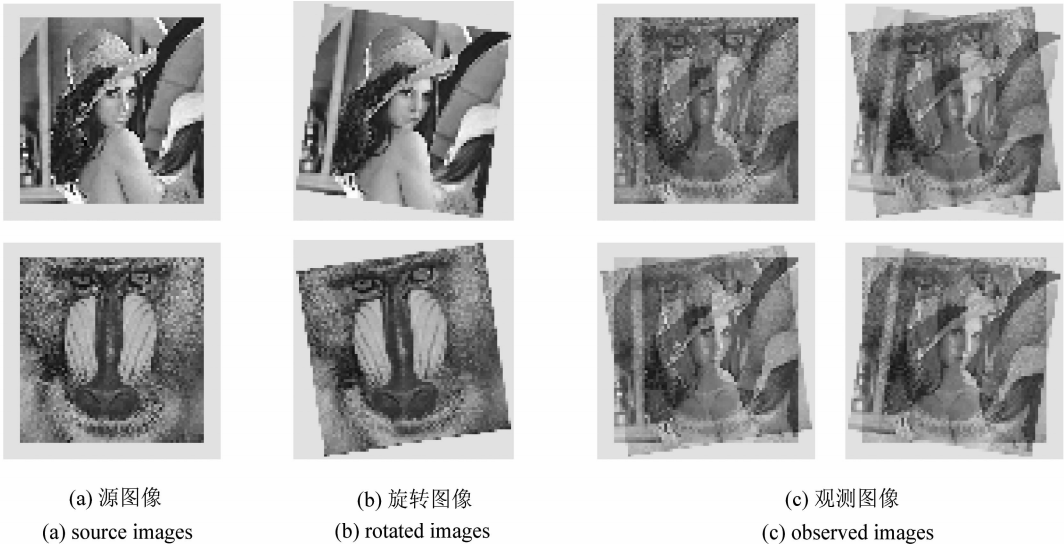


图2 原始图像及混合图像

Fig. 2 Original images and hybrid images



图3 分离结果

Fig. 3 Separation results

从直观上看,本文算法分离效果非常明显,而ICA算法、NMF算法和CAMNS算法则还存在明显的图像重叠的情况,基本无法辨认出初始的两幅源图。下面再对4种算法进行严格的算法性能指标检验:

表1比较了本文算法与ICA算法、NMF算法和CAMNS算法的IF值和PI值,通过对比性能参数可以看出,CAMNS算法的IF值与ICA算法和NMF算法相比更

接近于1,PI值更接近于 10^{-2} ,说明CAMNS算法的分离效果优于ICA算法和NMF算法,但三种算法离完全分离还差距甚远,综合三者的分离效果及性能参数来看,可以认为都没能分离出图像源序列。而本文算法的IF值为0.99872,非常接近于1,PI值为0.010365,非常接近于 10^{-2} ,根据文献[11],相比于上述三种算法,新的算法的分离效果已经相当好。

表1 四种算法的IF值和PI值

Tab.1 IF values & PI values of ICA, NMF, CAMNS and novel algorithms

算法类别	IF	PI
ICA 算法	0.485411	0.774532
NMF 算法	0.479852	0.769821
CAMNS 算法	0.562569	0.658924
本文算法	0.998762	0.010365

5 结论

本文提出了一种基于凸优化的抗旋转图像盲源分离新算法,该算法解决了直接运用传统盲源分离算法以及CAMNS算法均无法克服的有旋转因素影响的图像盲源分离问题。其基本思想是通过寻找旋转不变因子来抵抗旋转对图像盲源分离带来的影响并最终利用凸优化方法实现图像源的分离。相比于几种经典的盲源分离算法,新算法的分离效果十分明显,同时性能指标也有较大的提高。本文为图像盲源分离问题提供了一种新思路。但目前此方法只讨论了两个图像源混合的情况,并且旋转的方式为中心旋转,所以多个信号源绕任意点旋转后的盲源分离问题将是我们需要进一步研究的工作。

参考文献

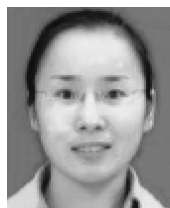
- [1] 余先川,胡丹.盲源分离理论与应用[M].北京:科学出版社,2011.
- [2] 张延良,楼顺天,张伟涛.多维盲信源分离的联合块对角化方法[J].信号处理,2010,26(6):880-885.
ZHANG Yan-liang, LOU Shun-tian, ZHANG Wei-tao. Multidimensional blind source separation using joint block-diagonalization [J]. Signal Processing, 2010, 26(6):880-885. (in Chinese)
- [3] 姚俊良,杨小牛,李建东,李钊,张琰.用于共道通信系统的FastICA算法性能分析[J].信号处理,2010,26(5):771-777.
YAO Jun-liang, YANG Xiao-niu, LI Jian-dong, LI Zhao, ZHANG Yan. Performance Analysis of the FastICA Algorithm in Cochannel Communication System [J]. Signal Processing, 2010, 26(5):771-777. (in Chinese)
- [4] 肖明,谢胜利,傅予力.基于频域单源区间的具有延迟的欠定盲分离[J].电子学报,2007,35(12):2279-2283.
XIAO Ming, XIE Sheng-li, FU Yu-li. Underdetermined Blind Delayed Source Separation Based on Single Source Intervals in Frequency Domain [J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(12):2279-2283. (in Chinese)

- [5] Georgiev P, Theis F, Cichocki A. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures [J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 2005, 16(4):992-996.
- [6] Tsung-Han Chan, Wing-Kin Ma, Chong-Yung Chi, Yue Wang. A convex analysis framework for blind separation of non-negative sources [J]. IEEE Trans. Signal Processing, 2008, 56(10):5120-5134.
- [7] Tsung-Han Chan, Wing-Kin Ma, Chong-Yung Chi, Yue Wang. Blind separation of non-negative sources by convex analysis: effective method using linear programming [C] // IEEE International conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Las Vegas, Nevada, 2008, 3493-3496.
- [8] 李雨谦,皮亦鸣.基于非负矩阵分解的多波段SPOT图像融合及其应用[J].信号处理,2011,27(10):1557-1560.
LI Yu-qian, PI Yi-ming. SPOT image fusion and application based on Non-negative Matrix Factorization [J]. Signal Processing, 2011, 27(10):1557-1560. (in Chinese)
- [9] 陈宝林.最优化理论与算法[M].北京:清华大学出版社,2005,10-23.
- [10] Babji S, Trangirala A K. Source separation in systems with correlated sources using NMF [J]. Digital Signal Processing, 2010, 20(2):417-432.
- [11] 王毅,齐华,郝重阳.一种基于独立分量分析的模糊图像盲分离算法[J].计算机应用,2006,26(10):2366-2368.
WANG Yi, QI Hua, HAO Chong-yang. Blind separation algorithm of blurred image based on independent component analysis [J]. Journal of Computer Applications, 2006, 26(10):2366-2368. (in Chinese)

作者简介



杨自柱(1987-),男,湖北省鄂州市人,北京交通大学信息科学研究所硕士在读研究生,主要研究方向为数字图像处理、盲信号处理等。
E-mail:hugoboyle@163.com



章春娥(1976-),女,四川省达州市人,北京交通大学信息科学研究所博士、北京交通大学信息科学研究所讲师、硕士生导师,主要研究方向为数字图像处理与数字水印技术、盲信号处理、信息安全等。
E-mail:chezhang@bjtu.edu.cn