# OFDM 系统中低复杂度的时变信道迭代均衡算法

陆许明 张黎辉 谭洪舟 (中山大学信息科学与技术学院广州 510006)

**摘 要:**针对正交频分复用系统在时变信道中的均衡问题,提出了一种低复杂度的时变信道均衡算法。该算法首 先运用一阶多项式基扩展模型对时变信道进行建模,利用频域信道矩阵能量主要集中在对角线附近的特点,将 频域信道矩阵按梳状导频的位置沿对角线分块,然后运用高斯置信传播算法分别进行线性迫零均衡。算法避免 了矩阵求逆运算,降低了计算复杂度,同时有效补偿了多普勒频移引起的载波间干扰,提高了系统性能。计算机 仿真结果和算法复杂度分析表明,提出的分块迭代均衡算法有效降低了时变信道中系统的误码率,并且具有复 杂度低,可分布式计算的特点,因此适用于专用集成电路等硬件实现。

关键词:正交频分复用;时变信道;分块均衡;高斯置信传播算法

中图分类号: TN911.5 文献标识码: A 文章编号: 1003-0530(2013)01-0017-07

# Low-Complexity Iterative Equalization for Time-Variant Channels in OFDM Systems

#### LU Xu-ming ZHANG Li-hui TAN Hong-zhou

(School of Information Science and Technology, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: In order to tackle the inter-carrier interference (ICI) problem caused by time-variant channels in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems, a low-complexity iterative equalization technique was proposed in this paper. The impulse response of a time-variant channel was represented by the first-order polynomial basis expansion model to reduce channel parameters. Since the frequency-domain channel matrix was nearly banded, it was divided by the positions of pilot clusters into blocks along the diagonal for equalization. Then the linear zero-forcing equalization was applied to each block. In order to simplify the computational complexity, the Gaussian belief propagation (GaBP) algorithm was used to solve the linear equations in the equalization. Thus the proposed algorithm avoided the matrix inverse operation, and canceled the effects of inter-carrier interference efficiently. Computational complexity analysis and simulation results showed that the proposed equalization technique reduced the bit error rate significantly with low computational cost. In summary, the proposed block-GaBP equalizer has the superiority of low computational complexity and distributed approach for equalization, and therefore, is suitable for hardware implementation such as application-specific integrated circuit.

Key words: Orthogonal Frequency Division Multiplexing; Time-Variant Channel; Block-based Equalization; Gaussian Belief Propagation Algorithm

# 1 引言

正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)技术因其具有良好的抗多径干扰能 力、高效的频谱利用率以及较低的应用复杂度等优点, 在无线通信领域得到了广泛的应用,成为了下一代移动通信系统的核心技术。随着移动互联技术的不断发展,移动终端越来越普遍。在移动通信系统中,由相对运动引起的信道时变特性使 OFDM 系统出现载波间干扰(Inter Carrier Interference, ICI)<sup>[1]</sup>,严重影响了通信

收稿日期: 2012-07-23; 修回日期: 2012-11-16

基金项目:国家自然科学基金-广东联合基金重点项目(U0935002);广东省重大科技专项(2010A080402004);广东省产学研重大项目 (2011B090400341)

质量。因此,实现时变信道的动态均衡是 OFDM 系统的关键技术之一。

在实际应用中,信道的冲击响应可以利用导频信息进行估计,如最小二乘(Least Square, LS)估计、线性最小均方误差(Linear Minimum Mean Square Error, LMMSE)估计等<sup>[2]</sup>。获得信道的响应特性之后,再通过信道均衡对接收信号进行补偿,最终完成发送数据的重建。本文假设信道的冲击响应已经通过适当的算法估计得出,在此只关注于接收信号的均衡处理。

常见的均衡算法有线性迫零均衡(Linear Zero Forcing, LZF)、线性最小均方误差(LMMSE)均衡<sup>[3]</sup>、 判决反馈均衡(Decision Feedback Equalization, DFE) 等<sup>[4]</sup>。其中LMMSE 均衡的实现需要对信道噪声功率 进行估计,并且要进行大量矩阵乘法与求逆运算,因此 算法的复杂度较高;DFE 算法需要设计前向滤波器和 反馈滤波器,实现复杂度也比较高,而且具有误差累积 效应;LZF 均衡器由于鲁棒性好,复杂度相对较低,因 此在工程上得到了广泛的应用。为了进一步降低计算 复杂度,根据频域信道矩阵中能量主要集中在对角线 两侧的特点,一些均衡算法将频域信道矩阵近似为带 状矩阵(band matrix)进行均衡<sup>[5]</sup>,或将带状矩阵再分 块进行均衡<sup>[6]</sup>。

本文基于 LZF 均衡算法,采用一阶的多项式基扩 展模型(Polynomial Basis Expansion Model, P-BEM)作 为时变信道模型<sup>[7]</sup>,根据频域信道矩阵的对角占优特 性,将频域信道矩阵按梳状导频的位置沿对角线分块, 运用高斯置信传播算法(Gaussian Belief Propagation, GaBP)实现信道的迭代均衡。GaBP 算法是一种在高 斯分布中求条件边缘概率的方法,2008 年由 Shental 等人提出应用于线性方程求解<sup>[8]</sup>,已经在无线通信 领域的符号间干扰消除等问题中得到了工程应 用<sup>[9]</sup>。本文将高斯置信传播算法应用于时变信道中 OFDM 系统的载波间干扰消除,一方面避免了矩阵求 逆运算,降低了计算复杂度,另一方面对多普勒频移 引起的 ICI 进行了补偿,提高了系统性能。基于 GaBP 迭代的线性迫零均衡算法具有收敛速度快、可 分布式计算的特点,因此特别适合于专用集成电路 的硬件实现。

本文剩余部分安排如下:第二节介绍 OFDM 系 统模型;第三节详细介绍本文提出的低复杂度时变 信道分块均衡算法,并进行复杂度分析;第四节给出 算法的仿真结果并进行讨论分析;最后第五节对本 文进行了总结。

文中数学符号含义:  $(\cdot)^{T}$ ,  $(\cdot)^{H}$ 分别表示矩阵的转置、共轭转置;  $I_{N}$ 表示  $N \times N$ 单位阵;  $0_{M \times N}$ 表示  $M \times N$ 的 全零矩阵;  $A_{m,n}$ 表示矩阵 A的第 m 行, 第 n 列元素;  $A^{[:,\mathcal{P}]}$ ,  $A^{[\mathcal{P},:]}$ 分别表示由矩阵 A中索引集 $\mathcal{P}$ 对应的列组 成的矩阵和对应的行组成的矩阵;  $\|\cdot\|$ 表示 Euclidean 范数; diag  $\{a\}$ 表示以向量 a为主对角线元素的对角 矩阵; cir  $\{a\}$ 表示以向量 a为第一列元素的循环 矩阵。

$$\operatorname{cir} \{ \boldsymbol{a} \} = \begin{bmatrix} a_1 & a_n & \cdots & a_3 & a_2 \\ a_2 & a_1 & a_n & & a_3 \\ \vdots & a_2 & a_1 & \ddots & \vdots \\ a_{n-1} & & \ddots & \ddots & a_n \\ a_n & a_{n-1} & \cdots & a_2 & a_1 \end{bmatrix}$$

# 2 OFDM 系统

# 2.1 基带系统模型

OFDM 基带系统模型如图1所示。



Fig. 1 Baseband Model for OFDM Systems

对于一个 OFDM 符号,设子载波数为 N,根据不同 的映射方式将数据比特映射为复信号,插入导频后的 信号为  $x = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^{T}$ ,再经过离散傅 里叶逆变换(Inverse Discrete Fourier Transform, IDFT) 完成 N 个子载波的 OFDM 调制,得到的时域信号为 $s = [s(0), s(1), \dots, s(N-1)]^{T}$ ,

 $s = F_N^H x$  (1) 其中, F<sub>N</sub> 表示 N 点的傅里叶变换矩阵, [F<sub>N</sub>]<sub>n,k</sub> = (1/  $\sqrt{N}$ ) exp(-j2\pi nk/N)。

时域信号*s*添加长度为 $N_{ep}$ 的循环前缀之后经过 信道到达接收端,接收端去除循环前缀得到时域接收 信号 $r=[r(0),r(1),...,r(N-1)]^{T}$ 。假设在时变多径 衰落信道下,信道最大延时L-1小于循环前缀的长度 (4)

 $r = H_s + v$ 

 $N_{ep}$ ,那么由多径引起的 OFDM 符号间干扰 (Inter Symbol Interference, ISI) 就得以避免。因此接收端信号 r 为

$$\boldsymbol{H}_{i} = \begin{bmatrix} h(0,0) & 0 & \cdots & h(0,2) \\ h(1,1) & h(1,0) & \cdots & h(1,3) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h(L-1,L-1) & h(L-1,L-2) & \cdots & 0 \\ 0 & h(L,L-1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h(N-2,0) \\ 0 & 0 & \cdots & h(N-1,1) \end{bmatrix}$$

h(n,l)表示时变信道的第 l 条延时路径在时刻 n 的离 散冲击响应。接收信号经过傅里叶变换得到频域信号

$$y = H_f x + w$$

其中, $w = F_N v$ , $H_f$ 表示频域信道矩阵。

$$\boldsymbol{H}_{f} = \boldsymbol{F}_{N} \boldsymbol{H}_{t} \boldsymbol{F}_{N}^{\mathrm{H}}$$
(5)

为了进行时变信道的实时估计,本文借助于梳状 导频,具体是在N个子载波中固定 $N_p$ 个子载波为导频 子载波,剩余 $N-N_p$ 个为数据子载波。导频设置方案 采用 FDKD (Frequency Domain Kronecker Delta)导频模 式<sup>[11]</sup>,即各组导频等距分布,每组导频只有中间1个 子载波为非零导频,两边有同样个数的零导频作为保 护间隔。对于子载波数为N=64,导频组数为8,每组 由3个导频组成的导频分布如图2所示。



Fig. 2 Placement of Pilots with N=64

#### 2.2 信道模型

如果直接估计时变信道的冲击响应,需要估计 N× L 个信道参数,其中 N 为子载波数,L 为信道抽头数,需 要估计的参数过多导致计算量非常大。在一个 OFDM 符号周期内,时变信道的冲击响应 h(n,l)可以近似为

其中,向量 v 是均值为 0,方差为  $\sigma^2 I_N$  的加性高斯白噪 声向量。 $H_t$  为时域信道矩阵<sup>[10]</sup>。

$$\begin{array}{c} h(0,1) \\ h(1,2) \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ h(N-1,0) \end{array}$$
(3)

一组基函数的线性加权和<sup>[7]</sup>,从而将对信道冲击响应 的估计转化为对加权系数的估计,使估计参数从原来 的 *NL* 降低为 *IL* 个,其中 *I* 为基函数的个数。通常 *I* 远 远小于 *N*,因此有效降低了计算复杂度。

多项式基扩展模型的第 *i* 组基为:*b<sub>i</sub>* = [1<sup>*i*</sup>,2<sup>*i*</sup>,…, (*N*-1)<sup>*i*</sup>]<sup>T</sup>。基函数个数设为 2,在一个 OFDM 符号周 期内对第 *l* 条延时路径的信道冲击响应进行一阶多项 式展开可得

$$\begin{bmatrix} h(0,l) \\ \vdots \\ h(N-1,l) \end{bmatrix} \approx (\boldsymbol{b}_0, \boldsymbol{b}_1) \begin{bmatrix} c_0(l) \\ c_1(l) \end{bmatrix}$$
(6)

其中,*c<sub>i</sub>(l)*对应第*l*条延时路径的第*i*个 P-BEM 系数。 于是式(3)的时域信道矩阵化为

$$\boldsymbol{H}_{t} = \boldsymbol{B}_{t,0} \boldsymbol{C}_{c,0} + \boldsymbol{B}_{t,1} \boldsymbol{C}_{c,1}$$
(7)

其中,基函数矩阵为  $B_{i,i} = \text{diag} \{ b_i \}$ ,系数矩阵  $C_{c,i} = \text{cir} \{ c_i 0_{(N-L)\times 1} \}, c_i = [c_i(0), c_i(1), \dots, c_i(L-1)]^T, \{ c_i 0_{(N-L)\times 1} \}$ 表示向量  $c_i$  后面添加 N-L 个 0 形成的新向量。将式 (7)代入式(5)得到频域信道矩阵

$$H_{f} = B_{f,0}C_{d,0} + B_{f,1}C_{d,1}$$
(8)

其中, $B_{f,i}$ =cir{ $F_N b_i$ }, $C_{d,i}$ =diag{ $V_N c_i$ }。 $V_N$  为傅里叶 变换矩阵 $F_N$ 前 L 列组成的子矩阵。

### 3 低复杂度的均衡算法

#### 3.1 算法描述

综合考虑均衡算法的复杂度与实用性,本文选用 基于 LZF 的均衡算法。假设 P-BEM 的系数  $\hat{c}$  已由信 道估计算法得出,代入式(8)得到频域信道矩阵估计 值  $\hat{H}_{f^{\circ}}$ 式(8)中,由于  $b_0$  是全1向量,因此  $B_{f,0}$ 为对角 阵,式中右边第一项也是对角阵;另外, $b_1 = [1,2, \cdots, N$  $-1]^T$ ,其傅里叶变换的能量主要集中在低频部分,因此  $B_{f,1}$ 的能量主要集中在对角线上,右边第二项的能量也 主要集中在对角线上。综合以上分析,频域信道矩阵

(2)

*H<sub>f</sub>*为对角占优矩阵。因此,频域信道矩阵能量近似为带状分布,能量主要集中在对角线上,远离对角线的区域为ICI所产生的影响,图 3 是 *N*=8 时频域信道矩阵的能量分布示意图。下面就本文提出的低复杂度信道均衡算法进行详细阐述。



图 3 频域信道矩阵能量分布



在时变多径衰落信道中,ICI的存在使得 OFDM 符 号内的数据子载波受到前后相邻子载波的影响,严重 影响了系统性能。图4 给出了数据子载波与导频子载 波的分布示意图。

图4 导频子载波与数据子载波分布

Fig. 4 Pilot Subcarriers and Data Subcarriers Arrangement

根据图4,考虑第 k 组数据子载波位置上的频域输 入输出数据,则有

$$\boldsymbol{y}^{|\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k}|} = \boldsymbol{H}_{j}^{|\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k},\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k}|} \boldsymbol{x}^{|\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k}|} + \boldsymbol{p}_{k} + \boldsymbol{p}_{k+1} + \boldsymbol{i}_{k} + \boldsymbol{w}$$
(9)

其中 $p_k = H_f^{|D_k,P_k|} x^{|P_k|}$ ,表示相邻导频对数据子载波的 干扰。 $i_k$ 表示除了相邻导频外,其他数据和导频子载 波对第k组数据子载波的干扰。由于频域信道矩阵 $H_f$ 的能量主要集中于对角线附近的主能量窄带上,因此  $i_k$ 所产生的干扰项较小。假设数据经过了扰码等操 作,一个 OFDM 符号中各子载波上的数据或导频都相 互独立,则式(9) 右边的 $i_k$ 项可以视为独立的加性 噪声。

对于由信道估计器估计得出的 $\hat{H}_{f}$ ,由于导频信号已知,因此式(9)中的 $p_{k}$ 和 $p_{k+1}$ 是已知项。第k组数据 子载波的LZF均衡输出为

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{|\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k}|} = \left[\hat{\boldsymbol{H}}_{f}^{|\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k},\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k}|}\right]^{-1} \left[\boldsymbol{y}^{|\boldsymbol{\mathcal{D}}_{k}|} - \boldsymbol{p}_{k} - \boldsymbol{p}_{k+1}\right]$$
(10)

令 
$$\mathbf{y}_k = \mathbf{y}^{|\mathcal{D}_k|} - \mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k+1}, \mathbf{H}_k = \mathbf{H}_f^{|\mathcal{D}_k, \mathcal{D}_k|}, 则式(10) 中 \hat{\mathbf{x}}^{|\mathcal{D}_k|}$$
为

以下关于 $x_k$ 的线性方程的解

 $\boldsymbol{y}_k = \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k \tag{11}$ 

考虑到 Ĥ<sub>f</sub> 具有对角占优的特性,其子块也是对角 占优矩阵,因此可以利用迭代算法求解式(11)的线性 方程,进而实现系统的均衡。求解线性方程的迭代算 法有 Jacobi 算法,Gauss-Seidel 算法等<sup>[12]</sup>。虽然采用 Jacobi 算法进行均衡的实现简单<sup>[13]</sup>,但是收敛速度慢, 需要迭代的次数多,不利于硬件实现;Gauss-Seidel 算 法收敛速度比较快,但是不能并行运算,应用于芯片级 硬件实现时受到限制。GaBP 算法具有收敛速度快,可 分布式计算的特点,因此本文采用 GaBP 算法进行信 道均衡。

对于线性方程 y=Hx 的求解,为了描述 GaBP 算 法的求解过程,用矩阵 U,V表示计算过程中的临时变 量,u和 v则分别表示 U和 V按列求和的结果。记向 量 a 为维数与向量 x 相同的全 1 向量,这样对矩阵 U 按列求和可表示为 U<sup>T</sup>a,x<sup>(m)</sup>表示变量 x 在第 m 次迭代 中的值。基于 GaBP 算法的线性方程求解过程如下。

**Step 1**:初始化,迭代次数*m*=0。*U*初始化为对角阵,对角线元素为信道矩阵*H*的对角线元素。*V*初始化为以*y*为对角线的对角阵。

$$\boldsymbol{U}^{(0)} = \operatorname{diag} \{ \boldsymbol{H}_{0,0}, \cdots, \boldsymbol{H}_{N-1,N-1} \}$$
(12)

$$r^{(0)} = \operatorname{diag}\{\boldsymbol{y}\} \tag{13}$$

**u**<sup>(0)</sup>,**v**<sup>(0)</sup>分别为**U**<sup>(0)</sup>,**V**<sup>(0)</sup>按列求和的结果,由于 **U**<sup>(0)</sup>,**V**<sup>(0)</sup>是对角阵,因此**u**<sup>(0)</sup>和**v**<sup>(0)</sup>是对应矩阵的对角 线元素。用矩阵描述如下

$$\boldsymbol{u}^{(0)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{U}^{(0)} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{a} \tag{14}$$

$$^{(0)} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}^{(0)} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{a} \tag{15}$$

v

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(0)} = \left[\operatorname{diag}\left\{\boldsymbol{u}^{(0)}\right\}\right]^{-1} \operatorname{diag}\left\{\boldsymbol{v}^{(0)}\right\} \boldsymbol{a}$$
(16)

由式(12),式(13)可知,式(16)求出的第*i*个元素为 y(*i*)/*H<sub>i,i</sub>*,因此*x*的初始值为单抽头均衡的结果。

**Step 2**: m=m+1,更新矩阵 U 和 V 所有非对角线上的元素。即对所有  $i \neq j$ ,有

$$U_{i,j}^{(m)} = \frac{\boldsymbol{H}_{i,j}\boldsymbol{H}_{j,i}}{\boldsymbol{U}_{i,i}^{(m-1)} - \boldsymbol{u}^{(m-1)}(i)}$$
(17)

$$\boldsymbol{V}_{i,j}^{(m)} = \frac{\boldsymbol{H}_{j,i} \left[ \boldsymbol{v}^{(m-1)}(i) - \boldsymbol{V}_{j,i}^{(m-1)} \right]}{\boldsymbol{U}_{j,i}^{(m-1)} - \boldsymbol{u}^{(m-1)}(i)}$$
(18)

**Step 3**: 计算第 *m* 次迭代中矩阵 *U* 和 *V* 各列元素 和,并保存在向量 *u* 和 *v* 中

$$\boldsymbol{u}^{(m)} = \left[ \boldsymbol{U}^{(m)} \right]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{a} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{v}^{(m)} = \left[ \boldsymbol{V}^{(m)} \right]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{a} \tag{20}$$

Step 4: 将向量  $v^{(m)}$  和  $u^{(m)}$  按元素相除,求出第 m

次迭代中的方程解,用矩阵描述如下

$$\hat{\boldsymbol{x}}^{(m)} = \left[\operatorname{diag} \left\{ \boldsymbol{u}^{(m)} \right\} \right]^{-1} \operatorname{diag} \left\{ \boldsymbol{v}^{(m)} \right\} \boldsymbol{a}$$
(21)

**Step 5**: 若  $\|\hat{x}^{(m)} - \hat{x}^{(m-1)}\| < \varepsilon$ ,其中  $\varepsilon$  是设定的迭 代精度,则 $\hat{x}^{(m)}$ 为线性方程的解,迭代结束;否则跳至 Step 2 继续迭代。

## 3.2 计算复杂度分析

本节分析所提算法的计算复杂度,主要是分析算法完成一次迭代所需的复数操作的次数。表1给出了迭代一次所需的复数加法,复数乘法和复数除法的次数,其中D表示式(11)中x<sub>k</sub>的维数。

表1	算法迭代一次的计算复杂度

Tab. 1 Computing Costs for One Iteration

	复数加法	复数乘法	复数除法
步骤 2	$2(D-1)^2$	$2(D-1)^2$	( <i>D</i> -1) <sup>2</sup>
步骤3	2(D-1)D	0	0
步骤 4	0	0	D - 1

表1中统计复数操作次数时对各步骤都进行了适当的简化。在步骤2中式(17)和式(18)的分母相同,只需要计算一次;步骤3求的是各列元素和,因此只需要加法运算就可完成;步骤4中对角阵求逆后再与对角阵相乘可以用复数除法实现。由表1可知,将频域信道矩阵 $\hat{H}_f$ 分为 G个子块再分别用 GaBP 算法进行迭代均衡,其计算复杂度为 $O(GD^2)$ 。若不进行频域信道矩阵分块,同样采用 GaBP 迭代算法直接均衡,则其计算复杂度为 $O(G^2D^2)$ ,因此分块算法有效降低了均衡的计算复杂度。

# 4 仿真结果与分析

本文采用瑞利衰落信道模型进行系统仿真。信道 延时径数设为2径,各径的平均功率相等。其他仿真 参数设置如表2所示:

Ę	表 2	系统仿真参数
Tab 2	Par	ameters for Simulations

参数	设置值
子载波数 N	64
循环前缀 N <sub>cp</sub>	16
调制方式	QPSK
载波频率f。	2.6GHz
采样率fs	200KHz

仿真的移动速度设定为 100km/h 和 150km/h,分别对应的归一化多普勒频移  $(f_a T_s)$  为 0.0012 和

0.0018。为了说明提出的分块均衡器的性能,图 5 给出 了无编码系统下的误码率(Bit Error Rate, BER)曲线。 为比较算法性能,选取了单抽头均衡算法(Onetap Equ)和LMMSE均衡算法作为对比算法。其中LMMSE 均衡输出为<sup>[14]</sup>



由图5可知,在低信噪比时,单抽头均衡算法的 BER曲线比 Block-GaBP均衡和 LMMSE 均衡都略低。 这是因为在信噪比较低时,加性噪声的能量较高,由于 频域信道矩阵的能量主要集中在对角线上,因此非对 角线上能量较低的元素受噪声影响较大,使得只考虑 对角线元素的单抽头均衡算法显示出相对较好的抗干 扰性能。但是随着信噪比的增大,单抽头均衡算法由 于忽略了载波间干扰的影响,很快就出现了误差平底, 即使信噪比增大,也无法降低其误码率;而本文所提出 的 Block-GaBP 均衡算法加入了相邻载波间干扰的抵 消,因此随着信噪比增大,误码率明显降低。LMMSE 算法在抵消载波间干扰的基础上考虑了加性噪声对系 统的影响,从而获得了更好的性能。但是 LMMSE 算法 的计算复杂度限制了其在实际工程中的应用。另外, 由图5还可以看出,由移动终端的运动所引起的多普 勒频移严重影响了均衡器的性能,随着归一化多普勒 频移的增大,误码率整体都随之增大。

为了比较所提出的 Block-GaBP 均衡算法的收敛 特性,以 Block-Jacobi 均衡算法作为对比算法。Block-Jacobi 算法和 Block-GaBP 算法同属分块 LZF 均衡算 法,只是前者使用 Jacobi 迭代来完成矩阵求逆运算而 后者使用 GaBP 迭代进行求逆。当迭代精度设置相同 时,两者的均衡结果是相同的,即图 5 中的 Block-GaBP 均衡的 BER 曲线同样反映了 Block-Jacobi 均衡的结 果。图 6 给出了对每个子块进行均衡时所需的平均迭 代次数与信噪比之间的关系曲线。仿真的最大迭代次 数设为 100,迭代精度为 10<sup>-6</sup>。



由图 6 可知,在多普勒频移相同的情况下,Block-Jacobi 均衡器所需的迭代次数都大于 Block-GaBP 均衡 器的迭代次数,总体上约为 Block-GaBP 迭代次数的 1.5倍到2 倍。随着信噪比增大,两种算法的迭代次数 都不断降低,并趋于稳定。对于 GaBP 迭代,在信噪比 大于 10dB 后,平均迭代次数都小于 10。

最后对算法的复杂度进行比较。单抽头均衡算法 只需要对所有子载波进行一次除法操作,因此复数操 作的次数为 *GD*,其中 *G* 为分块的数量,*D* 为每个小块 的维数。Block-GaBP 均衡算法的迭代初始值式(16) 就是单抽头均衡的结果,因此所提算法是以迭代的复 杂度来换取比单抽头均衡更好的性能。LMMSE 算法 的复杂度主要由式(22)中的求逆运算决定,用高斯消 元法求 *N×N* 矩阵的逆需要 *N*<sup>3</sup>/3-*N*<sup>2</sup>/2+*N* 次复数乘 法,因此其算法复杂度为  $O(G^3D^3)$ 。而 Block-GaBP 算 法进行一次迭代的复杂度由表 1 给出,为  $O(GD^2)$ ,考 虑到迭代的次数并不多,因此所提算法的总复杂度与 LMMSE 均衡算法相比具有较大的优势。最后将 Block-GaBP 算法与 Block-Jacobi 算法相比,两者初始值 相同,迭代一次的复杂度均为  $O(GD^2)$ ,但是 Block-Jacobi 算法迭代次数高,考虑到迭代过程的串行特性,在 硬件实现中迭代模块需要提高工作频率来完成重复迭 代,因此基于 GaBP 迭代的分块均衡器在硬件电路实 现时更具有优势。

### 5 总结

本文采用一阶的多项式基扩展模型作为时变信道 模型,提出了一种基于 GaBP 迭代的时变信道分块均 衡算法。通过软件仿真,测试了算法的误码性能,并与 传统的单抽头均衡算法和线性最小均方误差算法进行 了比较。仿真结果表明,与单抽头均衡器相比,本文算 法有效补偿了多普勒频移引起的载波间干扰,具有误 码率低的优点;通过对频域信道矩阵进行分块均衡,降 低了算法复杂度;采用 GaBP 算法进行迭代求解,避免 了求逆运算,具有迭代次数少、可分布计算的特点,因 此适合于硬件实现,可以在便携式移动设备等环境中 得到应用。

#### 参考文献

- Robertson P, Kaiser S. The effects of Doppler spreads on OFDM(A) mobile radio systems [C]. In Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference, Amsterdam, The Netherlands, 1999: 329-333.
- [2] Qu F, Yang L. On the Estimation of Doubly-selective Fading Channels [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(4): 1261-1265.
- [3] Dumard C, Kaltenberger F, Freudenthaler K. Low-Cost Approximate LMMSE Equalizer Based on Krylov Subspace Methods for HSDPA [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2007, 6(5): 1610-1614.
- [4] TaubOck G., Hamperjs M, Svac P, Matz G, Hlawatsch F, Grochenig K. Low-Complexity ICI/ISI Equalization in Doubly Dispersive Multicarrier Systems Using a Decision-Feedback LSQR Algorithm [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(5): 2430-2436.
- [5] 韩华,吴乐南. 时频双选信道 OFDM 系统的 ICI 消除 与均衡[J]. 信号处理, 2010, 26(7): 1039-1043.
   Han H, Wu L. ICI Cancellation and Equalization for OFDM over Doubly-Selective Channel [J]. Signal Pro-

cessing, 2010, 26(7): 1039-1043. (in Chinese)

- [6] Jeon W G, Chang K H, Cho Y S. An Equalization Technique for Orthogonal Frequency-Division Multiplex Systems in Time-Variant Multipath Channels [J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 47(1):27-32.
- Borah D K, Hart B D. Frequency-Selective Fading Channel Estimation with a Polynomial Time-Varying Channel Model [J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 47(6): 862-873.
- [8] Shental O, Siegel P H, Wolf J K, Bickson D, Dolev D. Gaussian Belief Propagation Solver for Systems of Linear Equations [C]. In Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory, 2008; 1863-1867.
- [9] Lehmann F. Turbo Equalization of Two-Dimensional Intersymbol Interference Channels Using Gaussian Belief Propagation [C]. In Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing, 2010: 3182-3185.
- [10] Hrycak T, Das S, Matz G. Inverse Methods for Reconstruction of Channel Taps in OFDM Systems [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60 (5): 2666-2671.
- [11] Kannu A P, Schniter P. Mse-Optiamal Training For Linear Time-Varying Channels [C]. In Proceedings of IEEE International Conference on ASSP, 2005, 7: 789-792.
- [12] Mathews J H, Fink K D. Numerical Methods Using MAT-LAB [M]. Fourth Edition, Publishing House of Electronics Industry, BEIJNG, 2002: 101-185.
- [13] 钱学荣, 张力军. 移动 OFDM 系统中子信道干扰及其

均衡算法[J]. 信号处理, 2003, 19(3): 230-233. Qian X, Zhang L. Interchannel Interference Analysis and Equalization for OFDM in Mobile Environment [J]. Signal Processing, 2003, 19(3): 230-233. (in Chinese)

[14] Leus G, Moonen M. Equalization techniques for fading channels, in Handbook on Signal Processing for Communications [M]. Boca Raton, Fla: CRC Press, 2004: 12-15.

#### 作者简介





陆许明(1985-),男,出生于广东,中 山大学信息科学与技术学院博士研究生, 主要研究方向为通信信号处理、音视频信 号处理、半导体集成电路设计。 E-mail:luxuming@189.cn

张黎辉(1987-),男,出生于陕西,中 山大学信息科学与技术学院硕士研究生, 研究方向为通信信道估计与均衡。 E-mail:zhanglihui1129@gmail.com



谭洪舟(1965-),男,现为中山大学信 息科学与技术学院教授、博士生导师,研 究领域为宽带通信、信号处理、复杂系统 辨识及建模、半导体集成电路设计。 E-mail:issthz@mail.sysu.edu.cn