

信道噪声对无线远程迭代学习控制系统的影响

黄立勋¹ 方 勇^{1,2}

- (1. 上海大学 通信与信息工程学院 特种光纤与光接入网重点实验室, 上海 200072;
2. 上海大学 新型显示技术与应用集成教育部重点实验室, 上海 200072)

摘 要: 无线远程控制系统的主要特征是信号通过无线网络在传感器与控制器, 控制器与执行器之间传输, 但信号无线传输过程中受到的信道噪声干扰会严重影响系统的控制性能。针对一类控制器采用迭代学习控制方式的无线远程控制系统, 首先得到系统输出误差和信道噪声在迭代域内的关系表达式, 然后在此基础上就信道噪声对输出误差信号 l_2 范数平方期望收敛性能的影响进行分析。由分析可知, 该期望是关于信道噪声方差和系统参数的函数, 并将随迭代次数的增加收敛于一个有限的误差值。在系统参数一定的情况下, 该误差值将随信道噪声方差的增大而增大, 即信道噪声方差越大, 其对系统跟踪性能的影响越明显。最后, 通过仿真实验证明了分析结果的正确性。

关键词: 无线远程控制; 迭代学习控制; 信道噪声; l_2 范数

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)11-1627-07

Influence of Channel Noises on Wireless Remote Iterative Learning Control Systems

HUANG Li-xun¹ FANG Yong^{1,2}

- (1. School of Communication and Information Engineering, Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China;
2. Key Laboratory of Advanced Display and System Applications, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: In wireless remote control systems, one feature is that signals are transmitted in wireless network from the sensor to the controller and from the controller to the actuator, but signals are inevitably disturbed by channel noises, which affect the performance of wireless remote control systems seriously. For a class of wireless remote control systems with iterative learning control (ILC) method in the controller, the relation of channel noises and output error is derived first, and then the influence of channel noises on the expectation of squared l_2 -norm of output error is analyzed. The analysis shows that the expectation is a function of system parameters and channel noise variances, and converges to a limit error with the increase of iteration number. When system parameters are fixed, the value of the limit error increases with the increase of channel noise variances, which means the larger channel noise variances are; the greater the influence on the tracking performance is. Finally, simulation experiments are presented to demonstrate the correctness of the conclusion.

Key words: Wireless remote control; Iterative learning control; Channel noise; l_2 -norm

1 引言

近些年来,网络控制系统由于具有安装简便、易于

维护、功耗要求低等优点,逐渐成为一个研究热点之一。在网络控制系统当中,传感器、控制器和执行器均通过网络进行数据传输,构成闭合的控制回路。尤其

是引入无线网络所构成的控制系统,可实现对系统平台的无线远程控制,具有重要的研究价值^[1-4]。

但是,无线网络的引入也给控制系统带来了许多新的挑战。例如,通过无线网络传输的测控信号不仅会受到时延、丢包等因素的影响,还会受到信道噪声的干扰,使得控制性能下降。尤其是对于测控信号均通过无线网络传输的无线远程迭代学习控制(Iterative learning Control, ILC)系统,信号传输过程中所叠加的信道噪声会随着控制信号的迭代得到累积,严重影响无线远程 ILC 系统的跟踪性能。因此,分析测控信号无线传输过程中所受到的信道噪声对 ILC 系统跟踪性能的影响具有十分重要的意义。

目前,在基于通信网络的 ILC 系统方面已经取得了一定的理论成果^[5-9]。文献[5]针对一类非线性受控系统,研究了固定时延和随机包丢失对系统收敛性能的影响,指出丢包会降低系统的收敛速度,并提出了一种时延补偿方法消除其对系统收敛性能的影响;文献[6]针对任意一次迭代测量信号整体丢失的问题,提出了一种学习增益可变的处理方法,用来消除测量信号丢失对系统收敛性能的影响;在文献[7]中,作者进一步考虑了任意一次迭代过程中测量信号丢失的独立性,作了进一步的拓展研究;文献[8]分析了一类线性离散时不变的 ILC 系统输出信号存在丢失情况下的收敛性问题,给出了存在丢包情况下的系统收敛条件;文献[9]通过超级向量法,将存在输出信号丢失的 ILC 系统表示为异步动态系统,并通过线性矩阵不等式求得稳定条件。以上文献在基于通信网络的 ILC 方面做出了初步研究,但均没有考虑信道噪声对系统跟踪性能的影响。在研究输出噪声等内部干扰对系统误差收敛性的影响方面也已取得了许多成果^[10-12],其中文献[10]和[11]针对一类离散线性时不变 ILC 系统,分析了输出噪声对系统均方输出误差的影响;文献[12]针对测量噪声和状态干扰对系统输出误差的影响,提出了一种在迭代域内对输出误差进行 Kalman 滤波的性能保障方法。虽然 ILC 系统对确定性干扰有着较强的鲁棒性,但信道噪声属于随机性干扰,而且是测控信号无线传输过程中引入的外部噪声,其对系统的影响机理显然不同于测量噪声等系统内部干扰。因此,对于无线远程 ILC 系统中信道噪声影响的分析还有待进一步深入研究。

本文将针对一类线性离散时不变的无线远程 ILC

系统,就测控信号无线传输过程中受到的信道噪声对系统跟踪性能的影响展开研究。在得到输出误差和信道噪声关系表达式的基础上,就信道噪声对输出误差信号 l_2 范数平方期望的影响展开分析,为提出相应的信号处理方法提供理论依据。

2 问题描述

一类具有重复运动性质的线性离散时不变受控系统可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_k(t) \\ \mathbf{y}_k(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}_k(t) \\ \mathbf{x}_k(0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{x}_k(t)$ 、 $\mathbf{y}_k(t)$ 和 $\mathbf{u}_k(t)$ 分别表示系统的状态、输出和控制输入, $\mathbf{x}_k(0)$ 为系统初始状态, \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 \mathbf{C} 表示相应的系数矩阵, $k=0, 1, 2, \dots$ 表示系统的迭代运行次数, $t \in [0, T]$ 表示离散的运行时间。对受控系统(1)的控制目标是实现对已知期望轨迹 $\mathbf{y}_d(t)$ 的准确跟踪。 $\mathbf{y}_d(t)$ 满足表达式

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_d(t+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}_d(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_d(t) \\ \mathbf{y}_d(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}_d(t) \end{aligned} \quad (2)$$

其中, $\mathbf{x}_d(t)$ 和 $\mathbf{u}_d(t)$ 分别表示系统的期望状态和期望控制输入。

为了实现对 $\mathbf{y}_d(t)$ 的精确跟踪, ILC 是一种有效的控制方式。其中最为典型的一种方式为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{e}_k(t+1) \quad (3)$$

这里, $\mathbf{\Gamma}(t)$ 为学习增益系数, $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t)$ 为测量误差信号, $t \in [0, T-1]$ 。控制器利用当前的输出误差 $\mathbf{e}_k(t+1)$ 对下次控制所需的控制信号 $\mathbf{u}_{k+1}(t)$ 进行修正,在满足 $\|\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{CB}\| < 1$ 的情况下,通过不断地迭代学习,控制信号的误差满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\delta \mathbf{u}_k(t)\| = 0, t \in [0, T-1]$, 同时输出误差满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_k(t)\| = 0, t \in [1, T]$ 。

然而,在系统的任意一次迭代过程中,无线传输的测量误差信号和控制信号均不可避免地会受到信道噪声的干扰,如图1所示^[5]。

当无线信道为加性白高斯噪声(Additive White Gaussian Noise, AWGN)信道时,包含加性噪声干扰的受控系统和学习控制方式可分别用式(4)、式(5)表示

$$\mathbf{x}_k(t+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}_k(t) + \mathbf{B}[\mathbf{u}_k(t) + \mathbf{m}_k(t)]$$

$$\mathbf{y}_k(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_k(t) \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \mathbf{\Gamma}(t) [\mathbf{e}_k(t+1) + \mathbf{n}_k(t+1)] \quad (5)$$

其中, $\mathbf{m}_k(t)$ 和 $\mathbf{n}_k(t)$ 分别为控制信号和测量误差信号受到的信道噪声。

显然,信道噪声的引入会干扰控制器的迭代学习过程,进而影响系统输出误差的收敛性能。本文的目的就是分析信道噪声对无线远程 ILC 系统收敛性能的影响,为提出相应的信号处理方法提供基础。

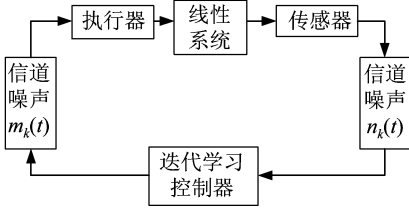


图 1 无线远程 ILC 系统框图

Fig. 1 Diagram of wireless remote ILC systems

3 信道噪声对输出误差的影响分析

本节首先得到输出误差和信道噪声之间的数学表达式,然后就信道噪声对输出误差信号 l_2 范数平方期望的影响展开分析,并先作如下假设:

1. 白高斯噪声 $\mathbf{m}_k(t)$ 和 $\mathbf{n}_k(t)$ 的均值均为零, $E[\mathbf{n}_k(t)\mathbf{n}_k^T(t)] = \sigma_n^2 \mathbf{I}$, $E[\mathbf{m}_k(t)\mathbf{m}_k^T(t)] = (t)\sigma_m^2 \mathbf{I}$, \mathbf{I} 为相应维度的单位阵,且 $E[\mathbf{m}_k(t)\mathbf{n}_k^T(t)] = 0$, $E[\mathbf{n}_k(t)\mathbf{m}_k^T(t)] = 0, \forall k, t$.

由式(2)可得

$$\mathbf{y}_d = \mathbf{G}\mathbf{u}_d + \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{x}_d(0) \quad (6)$$

其中 $\mathbf{x}_d(0)$ 表示期望状态的初值, \mathbf{y}_d 和 \mathbf{u}_d 分别表示系统的期望输出、期望控制输入,如式(7)所示

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_d &= [\mathbf{y}_d(1) \ \mathbf{y}_d(2) \ \cdots \ \mathbf{y}_d(T)]^T, \\ \mathbf{u}_d &= [\mathbf{u}_d(0) \ \mathbf{u}_d(1) \ \cdots \ \mathbf{u}_d(T-1)]^T \end{aligned} \quad (7)$$

相应的系数矩阵 \mathbf{G} 、 $\tilde{\mathbf{G}}$ 如式(8)所示

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_1 & & & 0 \\ \mathbf{g}_3 & \mathbf{g}_2 & \mathbf{g}_1 & & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ \mathbf{g}_T & \mathbf{g}_{T-1} & \mathbf{g}_{T-2} & \cdots & \mathbf{g}_1 \end{bmatrix}, \tilde{\mathbf{G}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \quad (8)$$

其中 $\mathbf{g}_t = \mathbf{C}\mathbf{A}^{t-1}\mathbf{B}, t=1, 2, \dots, T$ 。

类似地,由式(4)可得

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{G}(\mathbf{u}_k + \mathbf{m}_k) + \tilde{\mathbf{G}}\mathbf{x}_0 \quad (9)$$

其中 \mathbf{x}_0 表示系统的初始状态, \mathbf{y}_k 、 \mathbf{u}_k 和 \mathbf{m}_k 分别表示系统在第 k 次迭代时的输出、控制输入、控制器到执行器的信道噪声,如式(10)所示

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_k &= [\mathbf{y}_k(1) \ \mathbf{y}_k(2) \ \cdots \ \mathbf{y}_k(T)]^T, \\ \mathbf{u}_k &= [\mathbf{u}_k(0) \ \mathbf{u}_k(1) \ \cdots \ \mathbf{u}_k(T-1)]^T, \\ \mathbf{m}_k &= [\mathbf{m}_k(0) \ \mathbf{m}_k(1) \ \cdots \ \mathbf{m}_k(T-1)]^T \end{aligned} \quad (10)$$

由式(9)可得

$$\mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{y}_k = \mathbf{G}(\mathbf{u}_{k+1} + \mathbf{m}_{k+1}) - \mathbf{G}(\mathbf{u}_k + \mathbf{m}_k) \quad (11)$$

根据 $\mathbf{e}_k = \mathbf{y}_d - \mathbf{y}_k$, 由式(11)可得

$$\mathbf{e}_{k+1} = \mathbf{e}_k - \mathbf{G}(\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k) - \mathbf{G}(\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k) \quad (12)$$

式(5)中的 ILC 方式可以表达为

$$\mathbf{u}_{k+1} - \mathbf{u}_k = \mathbf{\Gamma}(\mathbf{e}_k + \mathbf{n}_k) \quad (13)$$

其中增益矩阵 $\mathbf{\Gamma}$ 表示元素为 $\mathbf{\Gamma}(t)$ 的对角矩阵, \mathbf{e}_k 、 \mathbf{n}_k 分别表示输出误差和传感器到控制器的信道噪声,如式(14)所示

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma}(0) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{\Gamma}(1) & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{\Gamma}(T-1) \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_k &= [\mathbf{e}_k(1) \ \mathbf{e}_k(2) \ \cdots \ \mathbf{e}_k(T)]^T, \\ \mathbf{n}_k &= [\mathbf{n}_k(1) \ \mathbf{n}_k(2) \ \cdots \ \mathbf{n}_k(T)]^T \end{aligned} \quad (14)$$

将式(13)代入式(12),可得

$$\mathbf{e}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})\mathbf{e}_k - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{n}_k - \mathbf{G}(\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k) \quad (15)$$

输出误差和信道噪声在迭代域内的关系如式(15)所示。在没有信道噪声干扰的时,即式(15)中的 \mathbf{n}_k 、 \mathbf{m}_k 和 \mathbf{m}_{k+1} 均为零,如果 $\|\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\| < 1$, 则系统输出误差满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} \|\mathbf{e}_k\| = 0$ 。显然,信道噪声的引入势必会影响输出误差的收敛性能。下面,以输出误差 l_2 范数平方期望为研究目标,分析信道噪声对其收敛性能的影响。

将式(15)右边展开并约项,可得

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{k+1} &= (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0 - \sum_{i=0}^k (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^i \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{n}_i - \mathbf{G}\mathbf{m}_{k+1} \\ &\quad + \mathbf{G}\mathbf{\Gamma} \sum_{j=0}^{k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j \mathbf{G}\mathbf{m}_{k-j} + (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^k \mathbf{G}\mathbf{m}_0 \end{aligned} \quad (16)$$

对式(16)两边同时取 l_2 范数平方的期望,可得

$$\begin{aligned} E\left(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2\right) &= \\ E\left(\left\| \begin{aligned} &(\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0 - \sum_{i=0}^k (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^i \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{n}_i - \mathbf{G}\mathbf{m}_{k+1} \\ &+ \mathbf{G}\mathbf{\Gamma} \sum_{j=0}^{k-1} (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j \mathbf{G}\mathbf{m}_{k-j} + (\mathbf{I} - \mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^k \mathbf{G}\mathbf{m}_0 \end{aligned} \right\|_2^2\right) \end{aligned} \quad (17)$$

由式(15)可知,式(17)等号右边的 \mathbf{e}_0 与 \mathbf{m}_0 具有一定的相关性,而随着迭代次数的增加, $\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})\|_2^k \ll 1$, 因此,可不考虑式(17)中 $(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0$ 与 $(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^k\mathbf{G}\mathbf{m}_0$ 的相关性。而其他各项均互不相关,所以可将式(17)的右边展开如式(18)所示

$$\begin{aligned} & E\left(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2\right) \\ &= E\left(\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0\|_2^2\right) + E\left(\left\|\sum_{i=0}^k(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^i\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{n}_i\right\|_2^2\right) \\ &+ E\left(\left\|\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\sum_{j=0}^{k-1}(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j\mathbf{G}\mathbf{m}_{k-j}\right\|_2^2\right) \\ &+ E\left(\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^k\mathbf{G}\mathbf{m}_0\|_2^2\right) + E\left(\|\mathbf{G}\mathbf{m}_{k+1}\|_2^2\right) \quad (18) \end{aligned}$$

又因为对于任意向量 \mathbf{x} 都存在 $\mathbf{x}^T\mathbf{x}=\text{tr}(\mathbf{x}\mathbf{x}^T)$ [10], 可将式(18)的右边展开,如式(19)所示

$$\begin{aligned} E\left(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2\right) &= \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0\|_2^2 + \sigma_m^2\text{tr}(\mathbf{G}\mathbf{G}^T) \\ &+ \sigma_n^2\sum_{i=0}^k\text{tr}\left((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{\Gamma}^T\mathbf{G}^T((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j)^T\right) \\ &+ \sigma_m^2\sum_{j=0}^{k-1}\text{tr}(\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j\mathbf{G}\mathbf{G}^T((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j)^T\mathbf{\Gamma}^T\mathbf{G}^T) \\ &+ \sigma_m^2\text{tr}\left((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^k\mathbf{G}\mathbf{G}^T((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^k)^T\right) \quad (19) \end{aligned}$$

由式(19)可知, $E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2)$ 主要包括两个部分,第一部分 $\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0\|_2^2$ 为初始误差项,第二部分为等式右边后四项,表示噪声影响部分。为便于分析信道噪声的影响,分别设

$$\tilde{\mathbf{A}}_k = \sum_{i=0}^k \left((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\mathbf{\Gamma}^T \mathbf{G}^T ((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j)^T \right) \quad (20)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_k = \sum_{j=0}^{k-1} \left(\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j \mathbf{G}\mathbf{G}^T ((\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^j)^T \mathbf{\Gamma}^T \mathbf{G}^T \right) \quad (21)$$

分别表示两个信道噪声的累积放大因子。显然, $\tilde{\mathbf{A}}_k$ 和 $\tilde{\mathbf{B}}_k$ 会随着迭代的进行而增大,影响 $E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2)$ 的收敛性能。在下面的分析过程中,首先证明 $\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0\|_2^2$ 将随着迭代次数的增加而收敛于零,然后

就 $\tilde{\mathbf{A}}_k$ 和 $\tilde{\mathbf{B}}_k$ 对收敛性能的影响展开讨论。

首先,若 $\mathbf{A} \in \mathbf{C}^{n \times n}$ 且 $\varepsilon > 0$ 为任意给定的正数,则至少存在一种 $\mathbf{C}^{n \times n}$ 上的矩阵范数 $\|\cdot\|$, 使得 [13]

$$\rho(\mathbf{A}) \leq \|\mathbf{A}\| \leq \rho(\mathbf{A}) + \varepsilon \quad (22)$$

其中 $\rho(\mathbf{A})$ 为 \mathbf{A} 的谱半径。又因为 $\rho = r(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}) < 1$, 则可取 $\varepsilon > 0$, 使得 $0 < \lambda = \rho + \varepsilon < 1$, 因而存在

$$\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\|_2^2 \leq \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})\|_2^{2(k+1)} \leq \lambda^{2(k+1)}, k=0,1,2,\dots \quad (23)$$

对于 $\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\|_2$, 存在 $d_a > 0$, 使得

$$\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\|_2 \leq d_a \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\| \quad (24)$$

由式(23)和式(24)可得

$$\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\|_2^2 \leq d_a^2 \lambda^{2(k+1)}, k=0,1,2,\dots \quad (25)$$

由式(25)可知

$$\|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0\|_2^2 \leq d_a^2 \lambda^{2(k+1)} \|\mathbf{e}_0\|_2^2, k=0,1,2,\dots \quad (26)$$

因为 $0 < \lambda < 1$, 所以

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0\|_2^2 = 0 \quad (27)$$

其次,对于 $\tilde{\mathbf{A}}_k = \sum_{i=0}^k \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^i \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_F^2$, 存在 $c_a > 0$, 使得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}_k &\leq \sum_{i=0}^k c_a \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^i \mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_2^2 \\ &\leq \sum_{i=0}^k c_a \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^i\|_2^2 \|\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_2^2 \\ &\leq c_a d_a^2 \|\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_2^2 \sum_{i=0}^k \lambda^{2i} \quad (28) \end{aligned}$$

显然, $\tilde{\mathbf{A}}_{k+1} \geq \tilde{\mathbf{A}}_k$, 又因为 $0 < \lambda < 1$, 所以

$$\tilde{\mathbf{A}}_k \leq \frac{c_a d_a^2 \|\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_2^2 (1-\lambda^{2k})}{1-\lambda^2} \quad (29)$$

且有

$$\tilde{\mathbf{A}}_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{A}}_k \leq \frac{c_a d_a^2 \|\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_2^2}{1-\lambda^2} < \infty \quad (30)$$

同理可得

$$\tilde{\mathbf{B}}_k \leq \frac{c_b d_a^2 \|\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_2^2 \|\mathbf{G}\|_2^2 (1-\lambda^{2k})}{1-\lambda^2}, (c_b > 0) \quad (31)$$

且有

$$\tilde{\mathbf{B}}_\infty = \lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{B}}_k \leq \frac{c_b d_a^2 \|\mathbf{G}\mathbf{\Gamma}\|_2^2 \|\mathbf{G}\|_2^2}{1-\lambda^2} < \infty \quad (32)$$

虽然噪声累积因子 $\tilde{\mathbf{A}}_k$ 和 $\tilde{\mathbf{B}}_k$ 会随着迭代次数的增加而增大,但会收敛于一个有限值,如式(30)和式(32)所示。根据式(19)、式(29)和式(31)可得 $E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2)$ 的表达式,如式(33)所示

$$E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2) = \|(\mathbf{I}-\mathbf{G}\mathbf{\Gamma})^{k+1}\mathbf{e}_0\|_2^2 + \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{A}}_k + \sigma_m^2 (\|\mathbf{G}\|_2^2 + \tilde{\mathbf{B}}_k + d_a^2 \lambda^{2k} \|\mathbf{G}\|_2^2) \quad (33)$$

同时,根据式(27)、式(30)、式(32)和式(33)可得 $E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2)$ 的极限值,如式(34)所示

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2) = \sigma_n^2 \tilde{\mathbf{A}}_\infty + \sigma_m^2 \tilde{\mathbf{B}}_\infty + \sigma_m^2 \|\mathbf{G}\|_2^2 \quad (34)$$

由以上分析可知, $\lim_{k \rightarrow \infty} E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2)$ 为系统参数和信道噪声方差的函数。当不存在信道噪声,即 σ_n^2 和 σ_m^2 为零时, $\lim_{k \rightarrow \infty} E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2) = 0$ 。而当存在信道噪声干扰时, $E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2)$ 将随迭代次数的增加收敛于一个有限的误差值,如式(34)所示,该误差值为系统参数和信道噪声方差 σ_n^2 和 σ_m^2 的函数。显然,在系统参数一定时,信道噪声方差 σ_n^2 和 σ_m^2 越大, $\lim_{k \rightarrow \infty} E(\|\mathbf{e}_{k+1}\|_2^2)$ 越大,表明信道噪声对系统输出误差收敛性能的影响越大。

4 仿真分析

实验 1 为了验证分析结论的正确性,考虑如下的线性离散时不变受控系统 and 期望轨迹^[12],分别如式(35)和式(36)所示

$$\mathbf{x}_k(t+1) = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0 \\ 1 & -1.24 & 0.87 \\ 0 & 0.87 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\mathbf{u}_k(t) + \mathbf{m}_k(t)] \quad (35)$$

$$\mathbf{y}_k(t) = [2 \quad -2.6 \quad -2.8] \mathbf{x}_k(t) \quad (36)$$

$$\mathbf{y}_d(t) = 5\sin[8(t-1)/T]$$

控制方式如式(3)所示,状态初值 $\mathbf{x}_k(0)$ 和控制输入初值 $\mathbf{u}_0(t)$ 均为 0,时间 $T=200$,学习增益 $\mathbf{\Gamma}(t)$ 均为 0.2,高斯白噪声 $\mathbf{m}_k(t)$ 和 $\mathbf{n}_k(t)$ 的均值为 0,方差为 0.005。实验结果如图 2-4 所示。

由图 2 可知,由于信道噪声干扰了控制信号的迭代学习过程,在迭代到第 30 次时,系统仍未能实现对期望轨迹的精确跟踪。而由于信道噪声的随机特性,导致输出误差在时域内随机波动,如图 3 所示。由图 4 可知,在没有信道噪声影响的情况下,系统输出误差 l_2

范数平方期望随着迭代次数的增加快速收敛于零,而在存在信道噪声干扰的情况下,噪声随着迭代的进行得到了累积,致使输出误差 l_2 范数平方期望只能收敛于一个有限的误差值。在噪声方差均为 0.005 的情况下,期望的极限值大约为 83。

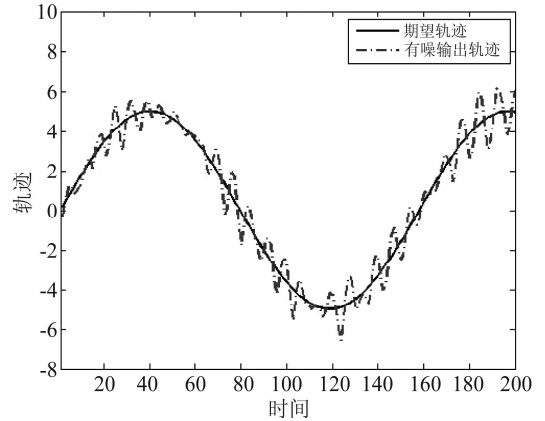


图 2 第 30 次迭代系统输出轨迹
Fig. 2 The output at $k=30$

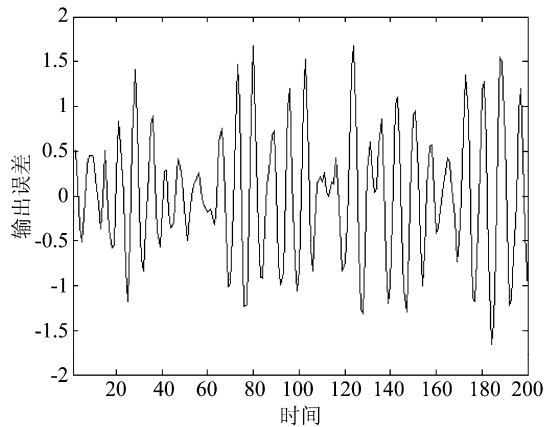


图 3 第 30 次迭代系统输出误差
Fig. 3 The output error at $k=30$

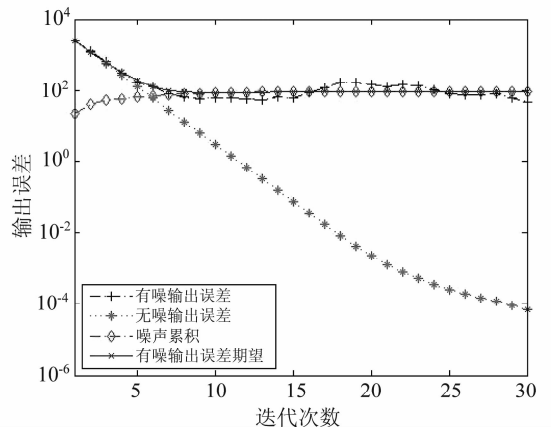


图 4 系统输出误差和期望
Fig. 4 The output error and its expectation

实验 2 为了验证噪声方差增大对系统收敛性能的影响,在其他实验条件保持不变的情况下,将信道噪声的方差增大为 0.01,重新考查系统输出误差 l_2 范数平方期望的收敛性。实验结果分别如图 5-7 所示。

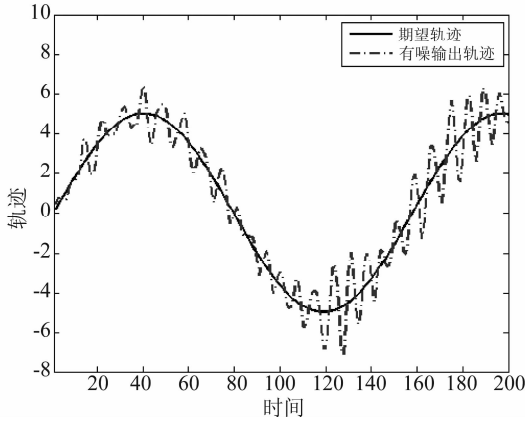


图5 第30次迭代系统输出轨迹

Fig. 5 The output at $k=30$

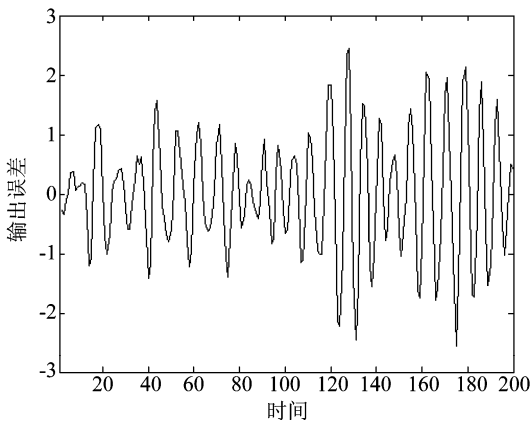


图6 第30次迭代系统输出误差

Fig. 6 The output error at $k=30$

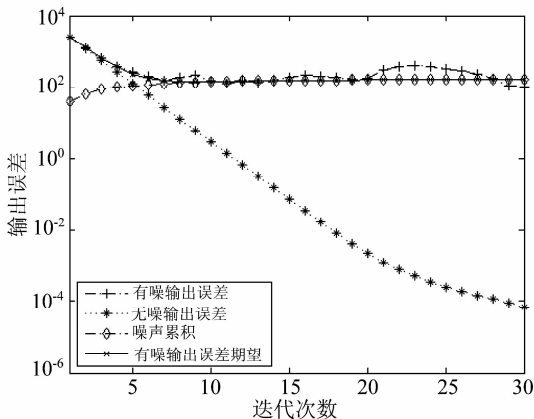


图7 系统输出误差和期望

Fig. 7 The output error and its expectation

由图 5 可知,在迭代到第 30 次时,系统不仅仍未收敛于期望轨迹,且由于噪声方差的增大,导致输出误差波动范围增大,如图 6 所示。而由图 7 可知,噪声方差的增大使得输出误差 l_2 范数平方期望的极限值也得到了增大。在噪声方差增大为 0.01 的时,期望的极限值大约为 220,明显大于实验 1 中误差期望的极限值。

5 结语

无线远程 ILC 系统虽然同时具备了 ILC 系统和无线远程控制系统的优点,但测控信号无线传输过程中所受到的信道噪声严重影响了无线远程 ILC 系统的跟踪性能。信道噪声的引入使系统的输出误差不再随迭代次数的增加收敛于零,而是收敛于一个有限的误差值,且噪声方差越大,该误差值越大,表明噪声对系统跟踪性能的影响越大。

为了消除信道噪声的影响,根据得到的输出误差和信道噪声的关系,可考虑在迭代域内对输出误差进行估计,利用估计得到的输出误差对系统实际输出误差进行实时修正,从而提高系统的跟踪精度。另外,本文仅考虑了信道噪声为白高斯噪声且互不相关的情况,对于相关或为有色噪声的情况,还需要另外分析。

参考文献

- [1] Li T J, Fujimoto Y. A control system with high speed and real time communication links [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2008, 55(4): 1548-1557.
- [2] Zhang Y J, Wu M G. Design of wireless remote module in X-10 intelligent home [C] // IEEE International Conference on Industrial Technology. Hong Kong: IEEE press, 2005. 1349-1353.
- [3] Oh S, Sastry K. Distributed networked control system with lossy links: State estimation and stabilizing communication control [C] // IEEE Conference on Decision and Control. San Diego: IEEE, 2006. 1942-1947.
- [4] Lin C E, Hsu C W, Li Y S. Verification of remote vehicle control using mobile communication [C] // Sensors for Industry Conference. Houston, TX: IEEE press, 2005. 111-117.
- [5] Pan Y J, Marquez H J, Chen T W, Long S. Effects of net-

- work communications on a class of learning controlled non-linear systems [J]. International Journal of Systems Science, 2009, 40(7):757-767.
- [6] Ahn H S, Chen Y Q, Moore K L. Intermittent iterative learning control [C] // IEEE International Conference on Control Applications. Germany: IEEE press, 2006. 832-837.
- [7] Ahn H S, Chen Y Q, Moore K L. Discrete-time intermittent iterative learning control with independent data dropouts [C] // Proceedings of 17th IFAC World Congress. Korea: Elsevier press, 2008. 12442-12447.
- [8] Bu X H, Hou Z S, Dong H R. Stability analysis of iterative learning control with data dropouts [C] // IEEE International Conference on Control and Automation. Christchurch: IEEE press, 2009. 1146-1151.
- [9] Bu X H, Hou Z S. Stability of iterative learning control with data dropouts via asynchronous dynamical system [J]. International Journal of Automation and Computing, 2011, 8(1):29-36.
- [10] Owens D H, Liu S J. Iterative learning control: quantifying the effect of output noise [J]. Control Theory and Applications, 2011, 5(2):379-388.
- [11] Liu S J, Owens D H. Effect output noise in iterative learning control [C] // 17th International Federation of Automatic Control. Seoul, Korea: Elsevier press, 2008. 3499-3502.
- [12] Ahn H S, Moore K L, Chen Y Q. Kalman filter-augmented iterative learning control on the iteration domain [C] // 2006 American Control Conference. Minnesota: IEEE press, 2006. 250-255.
- [13] 陈公宁. 矩阵理论与应用 [M]. (第二版) 北京: 科学出版社, 2007.

作者简介



黄立勋(1981-),男,出生于河南省信阳市,上海大学博士研究生,主要研究方向为无线网络控制系统。

E-mail: shuhlx@163.com



方勇(1964-),男,出生于四川省内江市,上海大学教授,博士生导师,主要研究方向为盲信号处理、通信信号处理和智能信息系统。

E-mail: yfang@staff.shu.edu.cn