

基于动态规划的雷达微弱目标检测

罗小云, 李明, 左磊, 李响

(西安电子科技大学雷达信号处理国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘要: 微弱目标检测和跟踪是雷达信号处理领域中一个急需解决的关键问题, 提出了一种将相参积累与基于动态规划的检测前跟踪算法相结合的雷达微弱目标处理方法, 在该算法中引入方向加权的思想, 减小动态规划的能量扩散范围, 并采用两级门限检测方法降低运算量。仿真数据和实际测试数据处理结果表明, 此算法对雷达微弱目标的检测性能优于传统方法, 可以有效实现低信噪比下目标的检测与跟踪, 且其处理速度较传统检测前跟踪方法有一定提高, 更利于工程应用。

关键词: 雷达信号处理; 动态规划; 检测前跟踪; 微弱目标检测

中图分类号: TN 957

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.07.12

Radar weak target detection based on dynamic programming

LUO Xiao-yun, LI Ming, ZUO Lei, LI Xiang

(National Lab of Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract: A key problem in detecting and tracking weak targets is starving for being resolved in the field of radar signal processing. A method using coherent integration incorporated with track-before-detection approach based on dynamic programming algorithm is proposed for radar weak target detection and tracking. An idea of weighted direction is introduced to decrease the range of energy diffusion in dynamic programming algorithm. A technique of two-step detection thresholds is adopted to reduce the amount of computation. The results from both synthetic and experimental data show that the detection performance of this approach is better than the one of the traditional methods. It can be realized effectively that the detection and tracking of targets in low signal noise ratio. Furthermore, it has a higher speed of operation and is in more favor of project applications.

Keywords: radar signal processing; dynamic programming; track-before-detection; weak target detection

0 引言

现代隐身技术的发展使隐身目标的反射截面积较普通目标减小了一到两个数量级, 导致普通单基地雷达的作用距离缩短到原来的 1/2 或 1/3, 这使得现有体制雷达的威力范围以及探测性能大为降低。如何提高雷达对微弱目标信号的检测成为了现代雷达急需解决的技术问题。

检测前跟踪(track-before-detection, TBD)是在低信噪比情况下对目标进行检测和跟踪的一种技术, 其基本思想是单帧扫描内不宣布检测结果, 经过数次扫描时刻的积累, 对假设路径包含的点做几乎没有信息损失的相关处理, 在目标的轨迹被估计出来后, 同时宣布检测结果和目标的轨迹^[1]。文献[2]详细介绍了几种 TBD 算法, 目前常用于目标检测的 TBD 方法主要有: 三维匹配滤波器法^[3-4]、Hough 变换法^[5-6]、动态规划法(dynamic programming, DP)^[7-10]和粒子滤波法(particle filter, PF)^[11-12]。

DP 方法对目标检测的信噪比要求更低且可以检测各种运动形式的目标^[13], 因此基于 DP 的 TBD 算法不断被用于雷达微弱目标的检测。文献[14]利用极值理论简化了 DP 的搜索累加过程, 在保证虚警和检测概率的同时减少了计算量和存储量, 但是这种方法提高信噪比有限, 难以实现低信噪比下的目标检测。文献[15-16]采用两级门限检测的方法, 降低了运算量, 但是文献中没有对门限的设置给出说明。本文提出一种改进的 DP 算法, 在确定目标状态转移时, 引入方向加权的方法减小搜索区域, 即减小能量的扩散范围, 然后将相参积累与基于改进 DP 的 TBD 非相参积累相结合提高信噪比, 并采用两级门限的检测方法减小数据存储量, 增强了算法的有效性和实时性。

1 基本 DP 算法

DP 算法是利用动态规划的分段优化思想, 将目标轨迹搜索问题分解为分级优化的问题, 有效地沿着可能目标轨

收稿日期: 2011-01-24; 修回日期: 2011-03-16。

基金项目: 国家自然科学基金(60872137); 国家部委基金(9140C0103071003)资助课题

作者简介: 罗小云(1986-), 女, 博士研究生, 主要研究方向为雷达目标检测。E-mail: lxyhiuwan@126.com

迹进行积累,当价值函数超过了给定门限则判定可能为目标,然后逆向反推,得到估计目标运动轨迹^[1]。

用基于 DP 的 TBD 方法进行雷达微弱目标检测,不受目标运动轨迹限制,可在一定程度上避免速度不匹配的问题,并能适用于各种运动形式的目标^[14],这主要是因为 DP 算法具有以下两个基本原理:

(1) DP 最优化原理

作为整个过程最优化轨迹搜索策略,不论过去的状态和决策如何,对前面的决策所形成的状态而言,余下的决策必须构成最优化策略,即对于目标轨迹而言,必须满足

$$f_k(x_k) = \max_{(u_i) \in U} \left[\sum_{i=1}^k \omega_i(x_i, u_i) \right] = \max_{(u_i, u_k) \in U} \left[\omega_k(x_k, u_k) + \sum_{i=1}^{k-1} \omega_i(x_i, u_i) \right] = \max_{u_k} [\omega_k(x_k, u_k) + f_{k-1}(x_{k-1})], k = 2, 3, \dots, M \quad (1)$$

初始条件假设为: $f_1(x_1) = \omega_1(x_1, u_1)$ 。 $\omega_i(x_i, u_i)$ 是阶段指标,表示第 i 个阶段,状态 x_i 做出决策 u_i 情况下的阶段指标函数。该式表示第 k 阶段时,根据每个阶段最优理论所得的能量积累值,因此最优化能量积累理论本质上是一个动态规划的递推方程。

(2) 状态转移原理

状态转移在 DP 算法中占有很重要的地位,它直接影响算法计算量的大小。所谓状态转移是指目标经过一定的时间延迟在下一帧中可能出现的位置及状态,这些位置区域是以目标当前位置为中心,由目标运动速度的大小、抖动及其他因素影响形成的环形区域,如图 1 所示。假设目标当前的位置为 (i, j) ,目标的运动速度为 $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$,经过时间 T 后,目标转移到 $(r_{\max} - r_{\min})$ 区域中,其中 $r_{\max} = v_{\max} T, r_{\min} = v_{\min} T, T$ 为相邻两帧数据间的时间间隔。

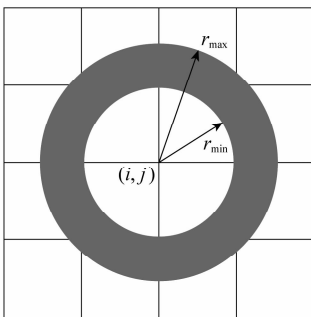


图 1 状态转移示意图

DP 算法通过在状态转移区域中搜索目标,即沿着可能的目标运动轨迹进行能量累积,对价值函数作了一定阶段的递推后,找到所有可能的片段,在状态转移区域回溯运动轨迹,无需进行穷尽搜索,大大降低运算量。

基于 DP 的 TBD 方法为雷达微弱目标检测提供了一个新思路,但在实际应用中 DP 算法却表现出一些不足:
 (1) DP 算法具有“团聚效应”的特点。DP 算法虽然能得到目标轨迹能量的有效积累,但是在目标轨迹能量积累的每个阶段,目标能量都会扩散。这样就使得在 K 帧图像序列中,前 $K-1$ 帧的目标轨迹能量积累值都会扩散到第 K 帧邻域窗的所有点,从而在每一个目标所在的区域都累积成一

个棱锥形状的凸起,造成算法最后设置判决门限极其困难;
 (2) 当信噪比较低时,目标能量得不到有效积累。目标附近的强噪声点将目标“拉离”真实的轨迹,强噪声点能量会得到连续累积,累积帧数较少时,造成虚警点。DP 算法每一个阶段的各个状态点,仅保留一条最佳的历史运动轨迹,而其他与这个状态相联系的前面轨迹被丢弃,因此在每个阶段都有可能因为强噪声点而选择错误,致使难以恢复目标的真实运动轨迹^[1]。

2 改进的 TBD-DP 算法

为了弥补基本 DP 算法的不足,进一步提高雷达对微弱目标的检测性能,本文通过在 DP 前进行数据预处理,在一定程度上提高信噪比,并降低下一阶段 TBD-DP 的运算量。同时,从式(1)可以看出,目标价值函数的选择是 DP 最优化原理的核心,直接影响算法对目标的检测性能,本文引入方向加权对 DP 价值函数的循环递归进行改进,减小搜索范围,减少伪运动轨迹。

2.1 数据预处理

雷达数字波束在指定空域内以半功率波束宽度进行角度步进扫描,步进角度为 α ,扫描角度范围为 $\theta, 3 \text{ dB}$ 天线波束宽度为 $\beta, M = \theta/\alpha$ (扫描角度范围/步进角度)为一帧扫描空域内的方位数目, P 为波束在每一个方位驻留时间内发射的重复脉冲个数。每一次扫描,对每个方位上驻留的 P 个回波信号脉压后进行相参积累,相参积累的脉冲数应保证目标在积累时间内不发生跨距离单元、跨束单元和跨多普勒单元的情况。即积累脉冲数应小于以包络走动量不超过主瓣宽度 $2/B$ 为约束条件的最大可积累脉冲数和不超过天线波束宽度内可能收到的目标回波数,且目标在积累时间内作匀速运动。则积累脉冲数 P 应满足下式

$$\begin{cases} P \leq \frac{c \times f_r}{B \times v} \\ P \leq \frac{\varphi_{0.5}}{360^\circ} \times \frac{60}{A_v} \times f_r \\ v(t_1) = \dots v(t_i) \dots = v(t_p), t_i = i/f_r \end{cases} \quad (2)$$

式中, c 为光速; f_r 为发射脉冲重复频率; v 为目标运动速度; φ 为天线水平波束宽度; A_v 为天线转速。

进行相参处理后,选取每个相参区间幅度值最大的序列作为该方位上的回波序列,每一个回波序列上有 N 个距离单元,这样就得到了一组 $M \times N$ 方位-距离回波序列。

庞大的雷达回波数据处理给 TBD 进行实时性检测提出了更高的要求,为了降低 TBD 的运算量,提高处理速度,本文在第一级采用低门限的单元平均选大恒虚警率处理方法。对第 m 个方位上的第 n 个距离单元,分别对前后参考窗内 L 个噪声距离单元进行平均处理,得到两个独立的噪声功率的估计值,记为 $\hat{\beta}_1^2$ 和 $\hat{\beta}_2^2$,然后选取两个估计值中最大的那个值作为噪声功率的估计值,则可得到第一级低门限值 $th_1 = \alpha \cdot \max(\hat{\beta}_1^2, \hat{\beta}_2^2)$,其中 α 为尺度因子。本文采用两级门限检测的方法,在第一级设置低门限 th_1 除去方位-距离序列上的弱小点,消除一些伪目标,降低运算量,提高处理速度,第二级用 TBD-DP 算法优化处理,设置最终门

限判决,检测目标运动轨迹。这样既保证了检测的准确度,又使处理的运算量减少。

2.2 方向加权

引入方向加权主要是为了减小搜索区域,即减小能量的扩散范围,从而降低 DP 算法的“团聚效应”。通常目标在短时间内的运动是不后退的,则相邻帧内可在目标不后退的区域进行搜索。同时,相对前一帧目标的运动方向,当前帧目标运动方向改变的角度越小其权值越大。则目标函数递推式改写为

$$h_k(x_k) = \max_{x_{k-1}} [\omega(\theta_k)h_{k-1}(x_{k-1})] + z_{ij}(k) \quad (3)$$

$$\Phi_{x_k}(k) = \arg \max_{x_{k-1}} (h_{k-1}(x_{k-1}))$$

$$\omega(\theta_k) = \begin{cases} 0, & \cos \theta_k \geq 0 \\ -\cos \theta_k, & \cos \theta_k < 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\cos \theta_k$ 为 $x(k-2)$ 、 $x(k-1)$ 和 $x(k)$ 的函数。

$$\cos \theta_k = \frac{|x_k - x_{k-1}|^2 + |x_{k-1} - x_{k-2}|^2 - |x_k - x_{k-2}|^2}{2|x_k - x_{k-1}||x_{k-1} - x_{k-2}|} \quad (5)$$

2.3 基于改进 TBD-DP 的算法流程

(1) 数据预处理:首先对每一帧回波数据中每个方位上驻留的 M 个回波信号进行相参处理,提高信噪比;然后提取每个相参区间内幅值最大的一个序列作为该方位上的回波序列,构成方位-距离二维序列;最后用第一级低门限 th_1 除去序列上的弱小点,经过 K 次扫描形成方位-距离-时间序列 $\mathbf{Z}(k) = \{z_{ij}(k) | 1 \leq i \leq M; 1 \leq j \leq N; 1 \leq k \leq K\}$ 。

(2) 初始化:初始状态为 $\mathbf{X}(1) = [x, \dot{x}, y, \dot{y}]$,即认为初始时刻目标可能存在于状态空间的任何位置, $\mathbf{I}(X_1) = z_{xy}(1)$, $\Psi_{X_1}(1) = 0$ 。 $k=2$ 时, $\mathbf{I}(X_2) = \max_{X_1} [\mathbf{I}(X_1)] + z_{ij}(1)$, $\Psi_{X_2}(2) = \arg \max_{X_1} [\mathbf{I}(X_1)]$ 。

(3) 循环递推:当 $3 \leq k \leq K$ 时,对所有的状态 \mathbf{X}_k 在式(4)确定的搜索区域内搜索

$$\mathbf{I}(X_k) = \max_{x_{k-1}} [\omega(\theta_k)\mathbf{I}(X_{k-1})] + z_{ij}(k) \quad (6)$$

$$\Psi_{X_k}(k) = \arg \max_{X_{k-1}} [\mathbf{I}(X_{k-1})] \quad (7)$$

(4) 最终门限判决:寻找价值函数超过最终检测门限 th_2 的状态序列

$$\{\hat{\mathbf{X}}(K)\} = \{\mathbf{X}(K) : \mathbf{I}(\mathbf{X}(K)) > th_2\} \quad (8)$$

门限 th_2 由下式决定^[14]

$$th_2 = -b_n \cdot \ln(-\ln(1 - p_d)) + a_n \quad (9)$$

式中

$$a_n = \mu + \sigma \left[(2 \lg n)^{1/2} - \frac{1}{2} \frac{(\lg \lg n + \lg 4\pi)}{(2 \lg n)^{1/2}} \right] \quad (10)$$

$$b_n = \frac{(2 \lg n)^{1/2}}{\sigma}, n = M \times N \times V^2 \quad (11)$$

式中, M 为距离单元数; N 为方位单元数; V 为距离向和方位向的速度单元数; μ, σ 分别为目标所在轨迹积累 K 帧时价值函数的均值和方差。

(5) 回溯:当 $k=K-1, K-2, \dots, 1$ 时,对每一个 $\hat{\mathbf{X}}(k)$,利用下面的公式,逐步导向起点,通过逆序递推的方法,求出目标的运动轨迹估计

$$\hat{\mathbf{X}}(k) = \Psi_{\hat{\mathbf{X}}_{k+1}}(k+1) \quad (12)$$

最终的目标估计轨迹为 $\hat{\mathbf{X}}_K = \{\hat{\mathbf{X}}_{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{X}}_{(K)}\}$ 。

3 实验结果与分析

3.1 仿真数据实验结果与分析

设雷达脉冲重复频率为 2 kHz,脉冲宽度为 10 μ s,带宽 0.5 MHz,采样频率 1 MHz,3 dB 波束宽度 1°,搜索角度范围为 80°,搜索步进角度为 1°,一个方位驻留时间为 25 个脉冲重复脉冲周期,目标在距雷达 3 km 的初始位置,以 900 m/s 的速度在 45°方向上背离雷达匀速飞行。

图 2 是信噪比(signal noise ratio, SNR)为 -5 dB 的雷达原始回波数据(目标方位上的回波数据),目标完全淹没在噪声中。

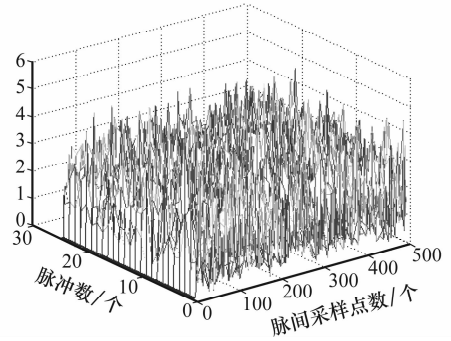


图 2 SNR = -5 dB 原始回波数据

采用本文的数据预处理方法,选取 P 为 25,即对每个方位上驻留的 25 个回波信号进行相参积累,积累后的数据如图 3 所示,提取每个相参区间幅度最大序列后形成的方位-距离序列如图 4 所示。

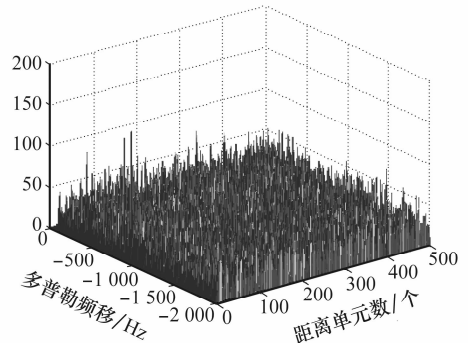


图 3 SNR = -5 dB 相参积累后的数据

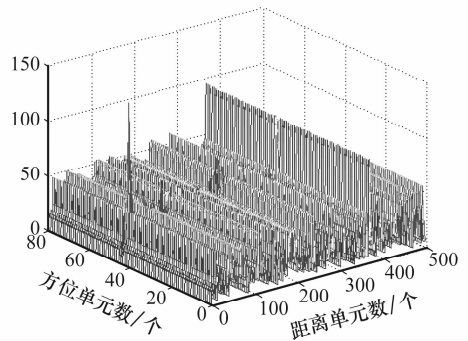


图 4 处理后的方位-距离回波序列

从图 4 可以看出经过相参处理后,信噪比得到了一定改善,但仍难以准确检测出目标。本文首先采用第一级低门限除去方位-距离上的弱小点,然后用改进的 DP 方法进行 10 帧非相参积累,设置最终门限判决,最后的检测结果如图 5 所示。从图中可以看出,改进的 TBD-DP 方法的检测性能得到了很大提高,几乎能完全恢复目标的真实运动轨迹。

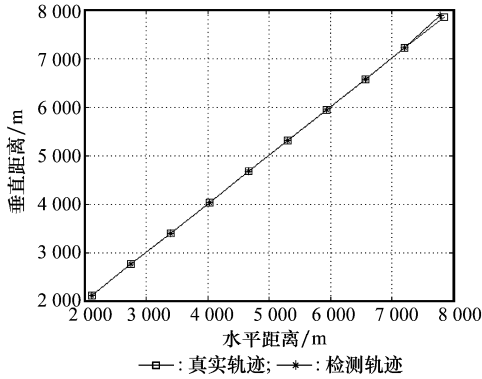


图 5 SNR=-5 dB 检测结果

为了改善目标的检测结果,可以通过提高最终检测门限和增加积累帧数来实现。当积累帧数一定时,提高检测门限可以减少一部分虚假轨迹,降低运算量,但同时也付出了检测概率下降的代价;当门限一定时,增加积累帧数可以提高检测概率,但同时计算量也增大,可见算法的计算复杂度和检测性能是相互制约的。设目标的强度为 1,状态转移数为 16,噪声方差为 0.8,则检测概率与门限、积累帧数的关系曲线如图 6 所示。

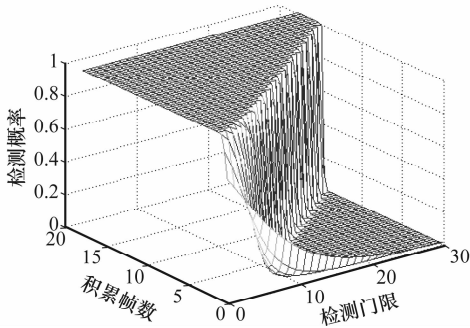


图 6 检测概率与门限、积累帧数的关系曲线

为了比较全面地验证本文算法的有效性和可行性,本文还对 SNR=-10 dB 的目标进行检测,图 7 为相参处理后的方位-距离回波序列,图 8 是用改进 TBD-DP 方法检测的结果。

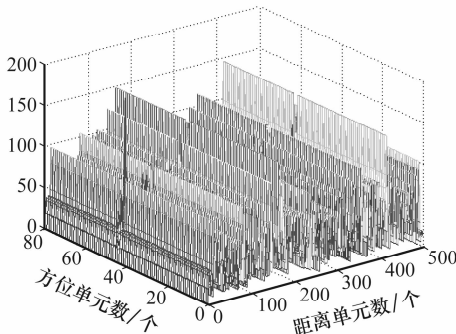


图 7 相参处理后的方位-距离回波序列

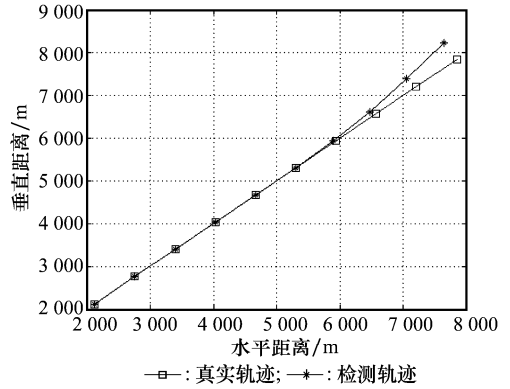


图 8 SNR=-10 dB 检测结果

两种信噪比条件下的距离检测均方误差如图 9 所示,方位检测均方误差如图 10 所示。在两种信噪比情况下,目标完全被噪声淹没,进行相参处理后,信噪比得到一定改善,但仍然难以准确检测出目标信号。用本文提出的改进 TBD-DP 方法能有效检测出目标信号,信噪比越高,检测误差越小,检测性能越好。

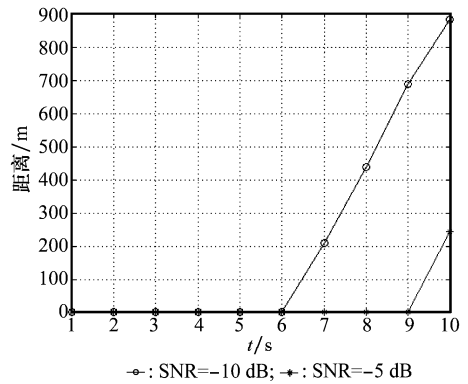


图 9 距离检测均方误差

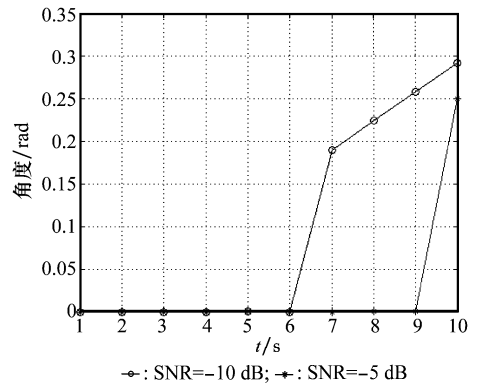


图 10 方位检测均方误差

在 MATLAB7.5 仿真环境下,对上面两种信噪比条件下的目标,分别采用两级门限检测方法与传统 TBD 单门限检测方法进行仿真分析,表 1 是两种方法仿真时间的统计比较。从表中可以看出,两级门限检测方法的仿真时间更短,这是由于低信噪比条件下,观测数据中的噪声弱小点会增加

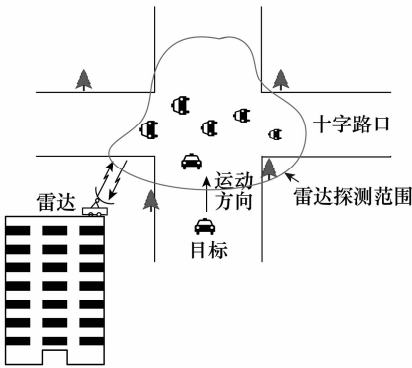
伪运动轨迹数目,信噪比越低,伪轨迹越多。两级门限检测方法用第一级低门限除去了观测数据中的弱小点,减少了伪轨迹数目,一定程度上提高了处理速度,且信噪比越低,两级门限检测方法相对于传统单门限检测方法的处理速度越快。

表 1 两种检测方法仿真时间的统计比较

SNR/dB	仿真时间/s	
	两级门限检测	TBD单门限检测
-5	31.2	31.9
-10	31.5	37.3

3.2 实测数据实验结果与分析

实测数据来自某一十字路口附近运动汽车的雷达回波。雷达为课题组研制的 X 波段小型宽带脉冲多普勒雷达,信号带宽为 1 GHz,采样频率为 2 GHz,实验的脉冲重复频率为 5 kHz,脉冲宽度为 $1 \mu s$,架设在十字路口附近一栋高楼楼顶对地面运动目标进行观察,如图 11 所示。由于宽带雷达回波数据太大,根据实际情况,提取了其中一串回波数据,图 12 为提取的雷达原始回波数据。图 13 是将多帧数据排列在一起,进行抽取后脉压,然后做动目标显示(moving target indicator, MTI)的结果。两白色箭头标注区域为选择的处理区域,该区域是雷达波束方向近似一致的道路运动方向远离雷达的运动目标(多普勒频率为负值)从天线副瓣进入的目标回波,目标能量较小,几乎完全被噪声淹没,无法显示其准确连续的运动轨迹,在距离较远处,目标进入天线主瓣,回波能量较强,运动轨迹明显。



架设雷达的高楼

图 11 雷达探测示意图

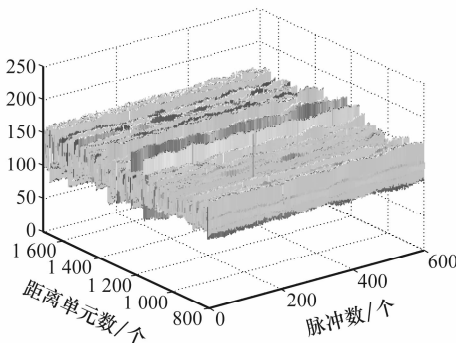


图 12 实测原始回波数据

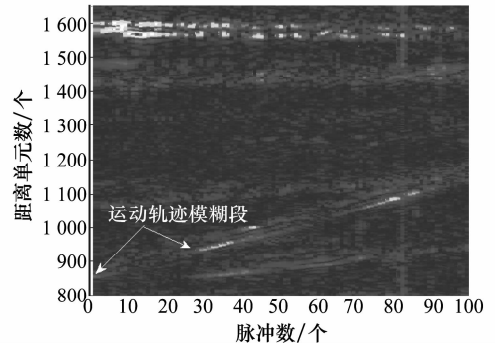


图 13 MTI 处理结果

图 14 是采用恒虚警率处理的结果,检测中将虚警概率提高到 10^{-1} ,仍然不能显示目标运动轨迹,可见恒虚警率算法在低信噪比条件下无法准确检测出目标。图 15 是采用本文 TBD-DP 算法的检测结果,每一帧数据是由 16 个连续脉冲回波进行相参积累后形成的距离-多普勒序列,然后对 10 帧数据进行非相参积累,采用两级门限检测,较准确地恢复出目标的距离和多普勒信息,改善了微弱目标的检测性能。图 16 是对前面 MTI 结果恢复运动轨迹后的结果,由图可见,恢复后的运动轨迹基本上拟合了目标的真实运动轨迹。

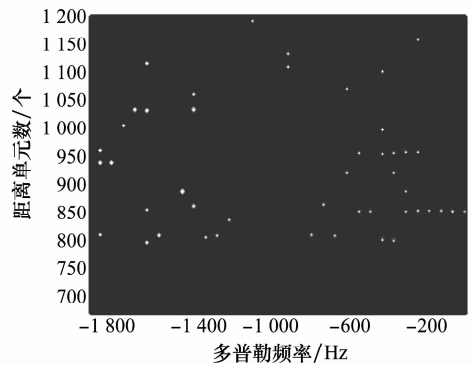


图 14 恒虚警率处理检测结果

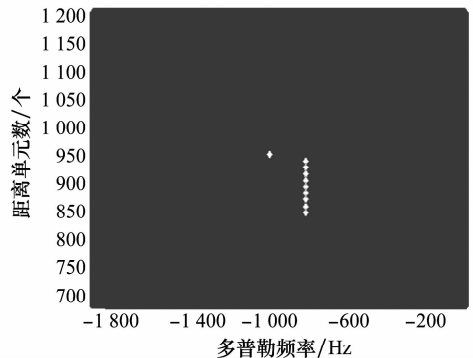


图 15 改进 TBD-DP 算法的检测结果

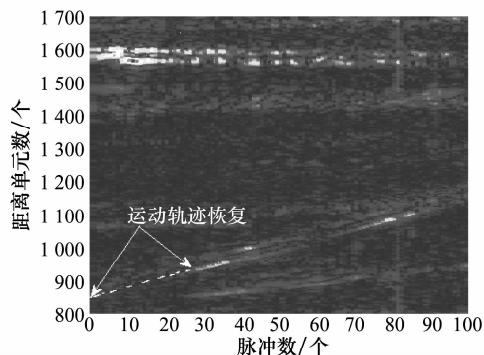


图 16 目标运动轨迹恢复结果

4 结 论

在低信噪比环境中,目标完全被噪声淹没,通过对雷达回波长时间相参积累提高信噪比的传统方法由于受目标跨距离、跨速度单元走动因素影响,不能达到预期效果。而通过短时间的相参积累或积累脉冲数较少的非相参积累,提高信噪比有限,难以实现对此类目标的可靠检测。本文提出的相参积累与基于 DP 的 TBD 非相参积累相结合的方法,大大提高了信噪比,并引入方向加权的思想,减小了 DP 算法的“团聚效应”。同时考虑到算法的工程实用性,本文采用两级门限检测方法,对超过第一级低门限的信号进行 DP 优化,降低了运算量。仿真和实测数据处理结果验证该算法能有效检测到低信噪比条件下的目标,且具有较快的处理速度,便于工程实现。

参考文献:

- [1] Tonissen S M, Evans R J. Performance of dynamic programming techniques for track-before-detect[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1996, 32(4): 1440 - 1451.
- [2] Samuel J D, Mark G R, Brian C. A comparison of detection performance for several track-before-detect algorithms[J]. *Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 428036: 1 - 10.
- [3] Reed I S, Gagliardi R M, Stotts L B. Optical moving target detection with 3-D matched filtering[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1988, 24(4): 327 - 336.
- [4] 刘志刚, 卢焕章, 陈辉煌. 一种低信噪比下点目标检测新算法[J]. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(11): 1588 - 1591. (Liu Z G, Lu H Z,

- Chen H H. New point target detection algorithm in low SNR[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(11): 1588 - 1591.)
- [5] Sklansky J. On the Hough technique for curve detection[J]. *IEEE Trans. on Computers*, 1978, 27(10): 923 - 926.
- [6] Richards G A. Application of the hough transform as a track-before-detect method[C]// *Proc. of the IEEE Colloquium on Target Tracking and Data Fusion*, 1996: 1 - 3.
- [7] Barniv Y. Dynamic programming solution for detecting dim moving targets[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1985, 21(1): 144 - 156.
- [8] Barniv Y, Kella O. Dynamic programming solution for detecting dim moving targets—part II: analysis[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1987, 23(6): 776 - 788.
- [9] James A. Efficient target tracking using dynamic programming[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1993, 29(1): 44 - 56.
- [10] Tonissen S M, Evans R J. Target tracking using dynamic programming: algorithm and performance[C]// *Proc. of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, 1995, 13(13 - 15): 2741 - 2746.
- [11] Blostein S D, Richardson H S. A sequential detection approach to target tracking[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 1994, 30(1): 197 - 212.
- [12] 杨璐, 李明, 张鹏. 一种新的改进粒子滤波算法[J]. *西安电子科技大学学报*, 2010, 37(5): 862 - 865. (Yang L, Li M, Zhang P. New improved particle filter algorithm[J]. *Journal of Xidian University*, 2010, 37(5): 862 - 865.)
- [13] Nichtern O, Rotman S R. Parameter adjustment for a dynamic programming track-before-detect-based target detection algorithm[J]. *Journal on Advances in Signal Processing*, 2008, 146925: 1 - 19.
- [14] Johnston L A, Krishnamurthy V. Performance analysis of a dynamic programming track before detect algorithm[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 38(1): 228 - 242.
- [15] 强勇, 焦李成, 保铮. 一种有效的用于雷达弱目标检测的算法[J]. *电子学报*, 2003, 31(3): 440 - 443. (Qiang Y, Jiao L C, Bao Z. An effective track-before-detect algorithm for dim targets detection[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(3): 440 - 443.)
- [16] Buzzi S, Lops M, Venturino L. Track-before-detect procedures for early detection of moving target from airborne radars[J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(3): 937 - 954.