

# 基于分数阶傅里叶变换的 LFM 混响空时预白化方法

王汝夯, 黄建国, 张群飞

(西北工业大学航海学院, 陕西 西安 710072)

**摘要:** 针对主动声纳在浅海混响背景下线性调频(linear frequency modulation, LFM)信号检测的高虚警问题,提出了基于分数阶傅里叶变换(fractional Fourier transform, FRFT)的空时预白化(space-time prewhitening, STPW)方法。该方法利用 FRFT 对 LFM 信号良好的频域聚焦性,将混响信号变换到分数阶傅里叶域进行白化处理,使混响中的线变频率变换为稳定频率,增强了混响的局部稳定性,从而改善了混响的白化效果。通过实测混响数据对所提方法进行了验证,实验结果表明,所提方法使匹配滤波检测器的统计性能在信混比(signal-to-reverberation ratio, SRR)  $-16$  dB $\sim$ 0 dB 范围内平均提高了 13%,显著提高了主动声纳在混响背景下的检测性能。

**关键词:** 混响; 预白化; 分数阶傅里叶变换; 自回归模型; 信号检测

**中图分类号:** TN 911.7

**文献标志码:** A

**DOI:**10.3969/j.issn.1001-506X.2011.07.17

## Space-time prewhitening method for LFM reverberation based on fractional Fourier transform

WANG Ru-hang, HUANG Jian-guo, ZHANG Qun-fei

(School of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

**Abstract:** A space-time prewhitening method (STPW) based on fractional Fourier transform (FRFT) is presented to solve the high false alarm detection problem of active sonar in shallow sea. This method transforms the reverberation to fractional Fourier domain to whiten using FRFT. The linear varying frequency in linear frequency modulation (LFM) reverberation is transformed to stationary frequency, the local stationarity of reverberation is enhanced, and the prewhitening performance is improved. Finally, experiments with real reverberation data verify that the proposed method improves the detection probability of matched filter detector by 13% averagely in the range of signal-to-reverberation ratio (SRR)  $-16$  dB $\sim$ 0 dB, and the detection performance of active sonar is improved significantly.

**Keywords:** reverberation; prewhitening; fractional Fourier transform (FRFT); autoregressive model; signal detection

## 0 引言

浅海环境下,主动声纳的目标检测性能由于混响的存在而深受影响,尤其是对低速目标的检测性能。混响不仅形成机理复杂,而且在时频域都与目标回波有着较强的耦合性和相似性。因此,声纳的常规检测方法在混响背景下的性能较差,甚至失效。近年来,国内外对线性调频(linear frequency modulation, LFM)混响的抑制方法取得了一些研究进展<sup>[1-9]</sup>。文献[1]在假定混响局部平稳的前提下,利用滑动窗对接收信号截取后进行 AR 预白化处理,最后通过匹配滤波以达到抑制混响的目的,但当回波信号划分在相邻块或混响起伏较大区域时,白化效果明显下降。文献[2]利用解线调频变换对 AR 预白化方法进行了改进,通过降低 LFM 混

响的频率不稳定性提高了 AR 预白化的效果。文献[3]提出了基于 Wigner Ville distribution-Hough transform(WVD-HT)的 LFM 混响信号检测方法,用 Hough 变换对 LFM 信号在时频域的线性分布聚焦,从而抑制了混响干扰,不足之处是 WVD-HT 的计算耗时大,而且会丢失信号的初相位信息<sup>[4]</sup>。文献[5]研究了基于分数阶傅里叶变换(fractional Fourier transform, FRFT)用于 LFM 混响抑制的方法,通过 FRFT 将目标回波变换至分数阶傅里叶域进行窄带滤波,再将滤波结果进行逆 FRFT 变换,得到抑制混响后的信号。文献[6]通过对平稳化处理后的接收信号进行滑动 FRFT 滤波,进一步改进了上述方法,但是由于目标回波的到达时刻未知,FRFT 变换后的回波频率不确定,需要在时频二维进行搜索滤波,大大增加了计算量。本文将空时预白化处理(space-time

收稿日期:2010-05-25; 修回日期:2011-04-13。

基金项目:国家自然科学基金(60972152)资助课题

作者简介:王汝夯(1982-),男,博士研究生,主要研究方向为水下阵列信号处理。E-mail:wangruhang@mail.nwpu.edu.cn

prewhitening, STPW) 与 FRFT 变换相结合,提出了基于 FRFT 的 LFM 混响 STPW 方法(F-STPW),首先对接收阵列信号的波束扫描输出进行 FRFT 变换,进而对变换后的信号进行 AR 预白化处理,再对白化后的信号进行逆 FRFT 变换恢复到初始相位,最后通过匹配滤波器检测信号,从而达到抑制 LFM 混响的目的,可以显著提高 LFM 混响背景下低速目标的检测性能。

### 1 分数阶傅里叶变换

时域信号  $x(t)$  的 FRFT 变换定义为<sup>[10]</sup>

$$X_q(u) = F_q[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)K_q(t,u)dt \quad (1)$$

式中,  $q$  为 FRFT 的阶数;  $u$  为 FRFT 的变换域;  $K_q$  为变换核

$$K_q(t,u) =$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{1-j\cot\omega}{2\pi}} \exp\left(j\frac{t^2+u^2}{2}\cot\omega - jtu\csc\omega\right), \omega \neq n\pi \\ \delta(t-u), \omega = n\pi \end{cases} \quad (2)$$

其中,  $\omega$  为变换角度,  $\omega = q\pi/2$ 。

FRFT 是一种广义的傅里叶变换,可以解释为将信号的时频平面旋转任意角度  $\omega$  到分数阶傅里叶  $u$  域的线性变换,当  $\omega = \pi/2$  时,FRFT 就变成了传统傅里叶变换。因此,傅里叶变换是 FRFT 的一个特例,而 FRFT 是傅里叶变换的推广。

FRFT 的逆变换定义为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X_q(u)K_{-q}(t,u)du \quad (3)$$

可见,  $x(t)$  由一组权重为  $X_q(u)$  的正交核函数  $K_{-q}(t,u)$  展开式表示,这些基函数是 LFM 信号在  $u$  域的分解正交基。一个 LFM 信号在适当的  $u$  域中表现为一个冲击函数,即适当阶次的 FRFT 对 LFM 信号具有频率聚焦特性,最佳的变换阶次由给定信号的调频率决定,表示为

$$q_0 = \frac{2}{\pi} \arctan\left(\frac{BN}{f_s^2}\right) \quad (4)$$

式中,  $B$  为信号的频率带宽;  $N$  为采样点数;  $f_s$  为采样频率。

### 2 F-STPW 方法

声纳信号处理的一般步骤是首先对阵列接收信号进行时变增益归一化(automatic gain control, AGC),然后利用波束形成进行空域滤波,以抑制方向性干扰。阵列接收信号的检测模型表示为

$$\begin{cases} H_0: x(t) = n(t) + \omega(t) \\ H_1: x(t) = s(t) + n(t) + \omega(t) \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $x(t)$ 、 $s(t)$ 、 $n(t)$  和  $\omega(t)$  分别表示接收数据、目标回波信号、混响和白噪声。声纳的探测脉冲是一个短时 LFM 信号序列,混响背景下的信号检测实际上是最大限度地抑制混响,提高信混比(signal-to-reverberation ratio, SRR)和正确检测概率的问题。

混响作为一种伴随发射信号存在的特殊干扰噪声,是由

发射信号在水下传播过程中大量散射体的反向叠加而形成的,与发射信号在时域和频域都具有较强的耦合性。目标回波是发射信号照射到目标后的镜反射回波,一般仍保持发射信号的线调频特性,径向速度高的目标具有更大的多普勒频移,可以从频域与混响分离。而对于相对低速或静止目标的多普勒频移很小,在频域难以将目标回波与混响噪声分离。

在目标低速情况下,混响与目标回波的最大差异在于方向性,目标回波来自于特定方向,而混响在空域不具有明显方向性。假设混响在空域满足局部平稳性,则可对式(5)的接收信号进行空域滤波,得到

$$y(\theta, t) = \mathbf{A}(\theta)x(t) \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{A}(\theta)$  为波束的方向矢量。

由于目标回波的到达时刻未知,采用滑动窗对波束信号进行截取,第  $l$  个波束的第  $K$  个窗信号表示为  $y_{(l,K)}(t)$ , 对其 FRFT 后得到信号  $Y_{(l,K)}(u)$ 。如果当前的窗信号包含目标回波,则目标信号将在  $u_0$  位置出现一个峰值,反之窗内混响包含的线变频率成分被转换到稳定频率,可以提高 AR 模型估计精度。信号  $Y_{(l,K)}(u)$  在  $H_0$  下可以用 AR 高斯模型表示为

$$Y_{(l,K)}(u) = -\sum_{i=1}^p a_i Y_{(l,K)}(u-i) + \epsilon(t) \quad (7)$$

式中,  $a_i$  表示  $p$  阶次的 AR 模型参数;  $\epsilon(t)$  表示方差为  $\sigma^2$  的白噪声。AR 模型的参数  $\mathbf{a} = \{a_1, a_2, \dots, a_p\}$  通过改进的协方差法求解<sup>[11]</sup>,其阶次  $p$  一般取 5 或 6 即可取得较好效果。将当前的波束信号作为参考,根据求得的 AR 参数预测下一个相邻波束的信号为  $\hat{Y}_{(l+1,K)} = -Y_{(l+1,K)} \mathbf{a}$ 。因此,信号在  $u$  域的 STPW 结果表示为

$$z_{(l+1,K)}(u) = Y_{(l+1,K)}(u) + \sum_{i=1}^p a_i Y_{(l+1,K)}(u-i) \quad (8)$$

式(8)的成立需要满足一个前提条件,即混响信号在空域相邻波束是局部平稳的。图 1 给出了真实混响数据的相邻波束 AR 模型的 Itakura 距离<sup>[1]</sup>,结果显示 Itakura 距离除了在信号开始时刻较大外,其余都较小,说明相邻波束的混响满足局部稳定性的假设。最后,对  $u$  域 STPW 的输出信号进行逆 FRFT,恢复出时域信号的初始相位,再进行后续检测处理。F-STPW 方法的完整处理流程如图 2 所示,其中虚线部分是混响的白化处理过程。

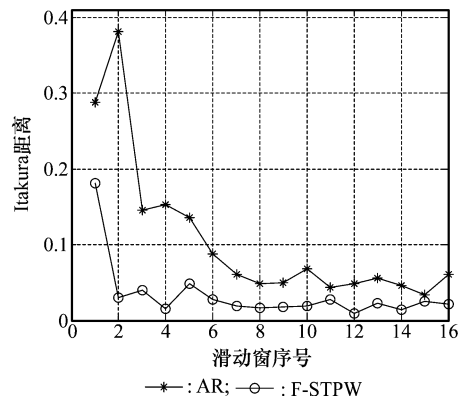


图 1 相邻波束混响数据的 Itakura 距离

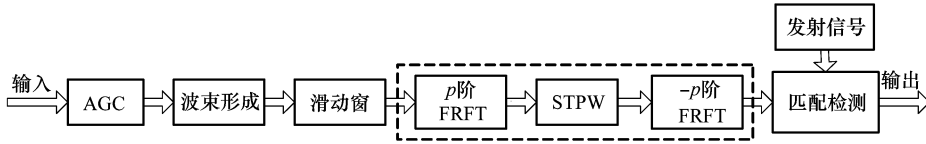


图 2 F-STPW 方法的处理流程图

F-STPW 方法的具体步骤如下。

- 步骤 1 根据发射信号计算 FRFT 的最佳变换阶次  $p$ ;
- 步骤 2 对阵列信号的波束输出进行滑动窗信号截取;
- 步骤 3 对窗信号进行  $p$  阶 FRFT, 转换到  $u$  域;
- 步骤 4 在  $u$  域对信号进行 STPW;
- 步骤 5 对白化后的信号进行逆 FRFT, 恢复到时域与发射信号进行相关检测。

### 3 方法验证与性能分析

#### 3.1 方法验证

混响数据是在水深约 90 m, 泥沙底质的浅水环境下用 30 元水平线阵(阵元间距为中心频率的半波长)产生的, 信号波形如图 3 所示。发射信号为脉宽 10 ms, 中心频率为 25 kHz, 带宽 2 kHz 的线性调频信号, 采样频率为 100 kHz。将发射信号加上多普勒频移与幅度衰减作为目标回波信号, 出现在 30 ms~40 ms 处。为了与已有的 AR 白化方法进行比较, 图 4 分别给出了含目标回波的混响经 AR 和 F-STPW 后的匹配滤波结果。同时, 在空域进行波束扫描处理, 结果如图 5 所示, 其中图 5(a)是采用 AR 预白化方法的结果, 图 5(b)是采用 F-STPW 方法的结果。

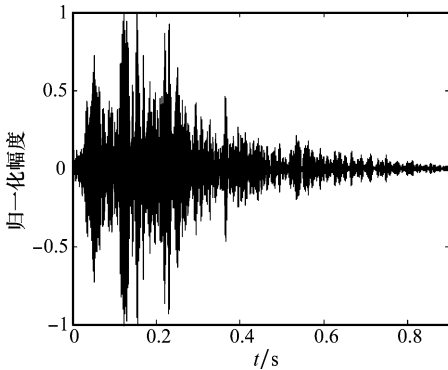


图 3 混响信号的波形

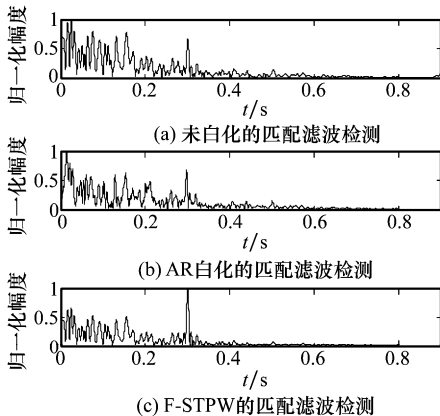
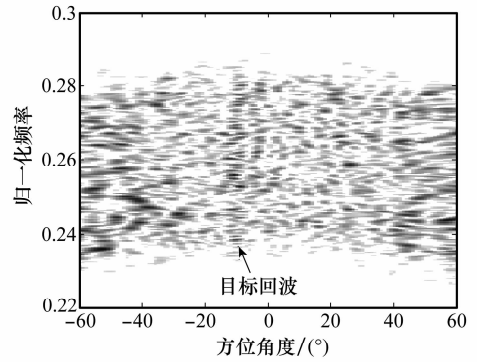
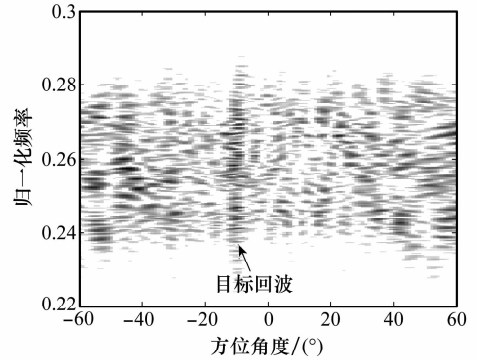


图 4 匹配滤波的检测结果



(a) AR 预白化方法



(b) F-STPW 方法

图 5 混响信号的空时二维扫描图

由图 4 和图 5 可以看出 F-STPW 方法有效抑制了混响噪声, 显著增强了 SRR, 并且抑制混响的能力明显优于已有的 AR 预白化方法。

#### 3.2 性能分析

为进一步研究 F-STPW 方法的统计性能, 利用单元散射模型<sup>[12]</sup> 仿真浅海混响信号, 对本文提出的 F-STPW 方法进行 200 次蒙特卡罗 (Monte Carlo) 统计仿真。由于 F-STPW 方法只是将空域 AR 预白化处理变换到分数阶傅里叶域, 所增加的计算量只是正反两次 FRFT 的计算量, 而 FRFT 的计算量经文献<sup>[13]</sup> 的改进已经与快速傅里叶变化相当, 统计运算时间显示, F-STPW 算法的计算量比空域 AR 预白化方法增加了 24.1%。

此处, SRR 定义为回波信号与目标出现时刻的混响噪声的功率比。图 6 表示分别用 AR 预白化方法和 F-STPW 方法进行处理后匹配滤波检测器的 SRR-检测概率曲线。图 7 给出了匹配滤波检测器的 ROC 曲线, 其中图 7(a) 图为混响信号经过 AR 白化后的 ROC 曲线, 图 7(b) 为经过 F-STPW 后的 ROC 曲线。

比较图 6 和图 7 可以发现, 混响经过 F-STPW 方法处理后, 匹配滤波检测器的检测概率比用 AR 预白化方法在

SRR-16 dB~0 dB 范围内平均提高了 13%，表明本文所提方法更加有效地抑制了混响干扰，显著提高了检测器在混响检测中的性能。

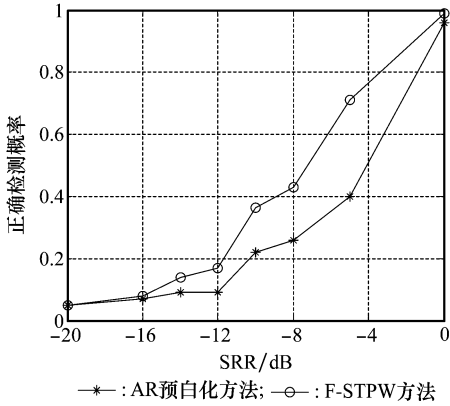
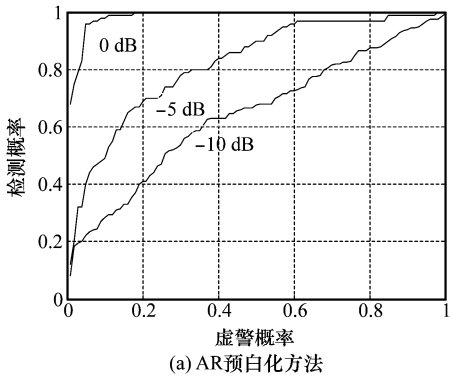
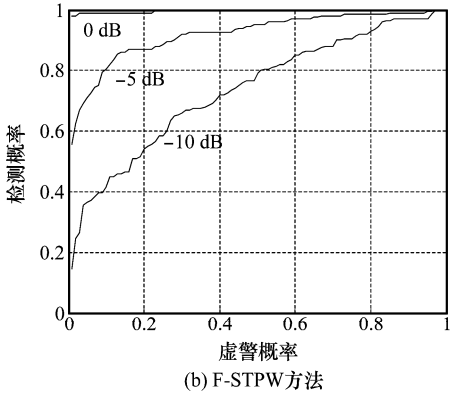


图 6 SRR-检测概率曲线(虚警概率 5%)



(a) AR 预白化方法



(b) F-STPW 方法

图 7 匹配滤波检测器的 ROC 曲线

### 4 结 论

为解决主动声纳在浅海混响背景下的信号检测难题，本文提出了 F-STPW 方法。通过实测混响和仿真数据对所提方法进行了验证，实验结果表明，本文所提方法使匹配滤波检测器的检测性能比已有的 AR 预白化方法在 SRR-16 dB~0 dB 范围内平均提高了 13%，更有效地抑制了 LFM 混响的影响，显著提高了主动声纳在混响背景下的检测性能。

### 参 考 文 献：

- [1] Carmiliet V, Amblard P, Jourdain G. Detection of phase or frequency modulated signals in reverberation noise [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1999, 105(6): 3375 - 3389.
- [2] Choi B W, Bae E H, Kim J S, et al. Improved prewhitening method for linear frequency modulation reverberation using dechirping transformation [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2008, 123(3): 21 - 25.
- [3] 葛凤翔, 蔡平, 惠俊英, 等. 混响背景中目标回波检测和参数估计的一种新方法 [J]. *电子学报*, 2001, 29(3): 304 - 306. (Ge F X, Cai P, Hui J Y, et al. A new method for detecting the signal corrupted by the reverberation and estimation its parameters [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2001, 29(3): 304 - 306.)
- [4] 齐林, 陶然, 周思永, 等. 基于分数阶 Fourier 变换的多分量信号的检测和参数估计 [J]. *中国科学 (E 辑)*, 2003, 33(8): 749 - 759. (Qi L, Tao R, Zhou S Y, et al. Detection and parameter estimation of multi-component LFM signals based on fractional Fourier transform [J]. *Scientia Sinica (Series E)*, 2003, 33(8): 749 - 759.)
- [5] 邓兵, 陶然, 齐林. 基于分数阶傅里叶变换的混响抑制方法研究 [J]. *兵工学报*, 2005, 26(6): 761 - 765. (Deng B, Tao R, Qi L. A study on anti-reverberation method based on fractional Fourier transform [J]. *Acta Armamentarii*, 2005, 26(6): 761 - 765.)
- [6] 陈文剑, 孙辉, 朱建军, 等. 基于分数阶傅里叶变换混响抑制的目标回波检测方法 [J]. *声学学报*, 2009, 34(5): 408 - 415. (Chen W J, Sun H, Zhu J J, et al. A method for detecting target echo in reverberation based on fractional Fourier transform [J]. *Acta Acustica*, 2009, 34(5): 408 - 415.)
- [7] 赵申东, 唐劲松, 黄海宁. 三维空时多波束方法在抗混响中的应用 [J]. *声学学报*, 2008, 33(2): 124 - 130. (Zhao S D, Tang J S, Huang H N. The application of three dimensional STMB approach for reverberation suppression [J]. *Acta Acustica*, 2008, 33(2): 124 - 130.)
- [8] Zhan H K, Cai Z M, Yuan B C. Space-time ODN suppressing reverberation method [C] // *Proc. of the International Conference on Signal Processing*, 2008: 2559 - 2562.
- [9] Li W, Ma X C, Zhu Y, et al. Detection in reverberation using space time adaptive prewhiteners [J]. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2008, 124(4): 236 - 242.
- [10] 陶然, 邓兵, 王越. 分数阶傅里叶变换及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2009: 24 - 37. (Tao R, Deng B, Wang Y. *Fractional Fourier transform and its applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009: 24 - 37.)
- [11] 张贤达. 现代信号处理 [M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2002: 83 - 93. (Zhang X D. *Modern signal processing* [M]. 2nd. Beijing: Tsinghua University Press, 2002: 83 - 93.)
- [12] 郭熙业, 苏绍琼, 王跃科. 海底混响统计建模与仿真方法研究 [J]. *兵工学报*, 2009, 30(7): 940 - 944. (Guo X Y, Su S J, Wang Y K. Research on the statistical modeling and simulation method for seafloor reverberation [J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 30(7): 940 - 944.)
- [13] Ozaktas H M, Kutay M A, Bozdagi G. Digital computation of the fractional Fourier transform [J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 1996, 44: 2141 - 2150.