

迭代容积卡尔曼滤波算法及其应用

穆 静, 蔡远利

(西安交通大学电子与信息工程学院自动控制工程研究所, 陕西 西安 710049)

摘要: 将 Gauss-Newton 迭代和容积卡尔曼滤波(cubature Kalman filter, CKF)算法相结合, 建立了一种迭代 CKF(iterated CKF, ICKF)算法。该算法使用容积数值积分原则直接计算非线性随机函数的均值和方差, 且在迭代过程中利用最新量测信息并改进迭代过程产生的新息方差和协方差, 可获得较高的估计精度。针对弹道系数未知的再入弹道目标状态估计问题, 仿真实验结果显示, 该方法实现简单, 比无迹卡尔曼滤波方法(unscented Kalman filter, UKF)及 CKF 方法效果要好。

关键词: 容积原则; 容积卡尔曼滤波; 再入弹道目标状态估计

中图分类号: TP 391

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.07.05

Iterated cubature Kalman filter and its application

MU Jing, CAI Yuan-li

(Institute of Automatic Control Engineering, School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An iterated cubature Kalman filter (ICKF) is proposed, which combines the Gauss-Newton iterate method with the cubature Kalman filter (CKF). In the ICKF algorithm, cubature rule based numerical integration method is directly used to calculate the mean and covariance of the nonlinear random function, and the latest measurement, improved innovation covariance and cross-covariance are iteratively used in the measurement update, so the higher accuracy of state estimate is achieved. The ICKF algorithm is applied to state estimation for reentry ballistic target with unknown ballistic coefficient. The simulation results indicate that the implementation of the proposed method is easy and simple. Moreover, the higher accuracy of state estimation is obtained compared with UKF and CKF.

Keywords: cubature rule; cubature Kalman filter; state estimation for reentry ballistic target

0 引言

非线性系统的状态估计是工程领域广泛存在的问题, 获得非线性状态估计问题的最优解需要得到系统状态的后验概率分布的完整描述, 然而只有在很少的情况下才能精确的描述, 为此在过去的几十年里人们提出了大量的次优滤波方法。扩展卡尔曼方法(extended Kalman filter, EKF)是工程中一种广泛应用的次优滤波方法^[1-2], 其基本思想是线性化状态和量测方程后使用卡尔曼滤波算法。对于高度非线性问题, EKF 可能产生较大的滤波误差, 甚至出现计算发散。为了改进 EKF 的性能, 提出了迭代 EKF 滤波方法(iterated EKF, IEKF)^[3]。IEKF 在量测更新过程中通过迭代过程充分使用最新的量测信息以提高估计的精度。当估计值非常接近真实值时, IEKF 性能优于 EKF, 但

这种情况在实际中很少出现。EKF 和 IEKF 实现时需要计算雅克比矩阵, 限制了它们的使用范围。

近年来, 发展了许多免微分的状态估计方法。无迹卡尔曼滤波方法(unscented Kalman filter, UKF)通过一组确定的加权采样点来逼近随机变量的分布函数, 当这组采样点通过非线性函数传播时, 捕获非线性函数的统计特性, 精度达到二阶^[4]。但使用 UKF 对高于 3 维状态向量估计时, 为了避免非正定协方差矩阵的传播, 需要仔细的“调整”UKF 中的参数^[5]。文献[6-7]提出的离差分滤波器(divided difference filter, DDF)是基于低阶多维 Stirling 内插多项近似非线性函数, 结合卡尔曼滤波算法实现状态估计。UKF 与 DDF 具有相同的确定性采样和加权统计估计属性, 估计精度接近, 因此 UKF 和 DDF 统称为 Sigma 点滤波方法^[8]。近年来提出的粒子滤波方法(particle filter, PF)依据蒙特卡罗思想,

收稿日期: 2010-09-01; 修回日期: 2010-11-11。

基金项目: 国家自然科学基金(60972146)资助课题

作者简介: 穆静(1979-), 女, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为再入弹道目标状态估计。E-mail: mujing1977@163.com

随机产生大量粒子近似计算后验概率密度。随着迭代次数的增加,PF 实现时会出现粒子退化和贫化现象^[9-10]。为了解决粒子退化问题,出现了许多改进的粒子算法^[11-12]。但是 PF 实现时需要产生大量的粒子,计算量非常大,且降低粒子退化和贫化现象是以增加 PF 算法的复杂度为代价的,因此 PF 很难满足实时性的要求。而文献[13-14]提出的求积滤波器(quadrature Kalman filter, QKF),使用高斯-厄尔米特数值积分获得随机变量非线性变换后的统计特性,QKF 比 EKF 和 UKF 具有更高的估计精度,但 QKF 实现时,使用的积分点数按状态维数的指数增长,会引起维数灾难。

最近,文献[15-16]提出了一种新的状态估计方法容积卡尔曼滤波(cubature Kalman filter, CKF),为非线性估计问题提供了一种新的实现方式。CKF 采用一组等权值的容积点集解决贝叶斯滤波的积分问题,即使用容积数值积分原则计算非线性变换后的随机变量的均值和协方差。相比于 EKF、UKF、DDF 和 PF 等非线性滤波算法,CKF 算法具备更优的非线性逼近性能、数值精度以及滤波稳定性,且 CKF 实现简单和滤波精度较高。

对于未知弹道系数的再入弹道目标状态估计这种高度非线性状态估计问题,由于初始误差较大和量测方程的高度非线性,降低了 CKF 算法对其进行状态估计的精度。本文在 CKF 算法的基础上,结合 Gauss-Newton 迭代方法并改进迭代过程产生的新息方差和协方差,提出了迭代 CKF (iterated CKF, ICKF)。ICKF 汲取 CKF 算法的优点并充分利用最新量测信息,可有效地降低状态估计误差。仿真结果表明,ICKF 有效地降低了状态估计误差,可获得较高精度的状态估计。

1 容积卡尔曼滤波算法

考虑如下离散时间非线性动态系统

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{z}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \end{aligned} \quad (1)$$

式中, \mathbf{x}_k 为系统状态向量; \mathbf{z}_k 为量测值。假定过程噪声 \mathbf{w}_{k-1} 和量测噪声 \mathbf{v}_k 相互独立,且 $\mathbf{w}_{k-1} \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{Q}_{k-1})$, $\mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R}_k)$ 。

容积卡尔曼滤波算法首先计算加权函数为标准正态分布密度的积分的基本容积点和对应的权重^[15]

$$\xi_j = \sqrt{\frac{m}{2}} [1]_j, \omega_j = \frac{1}{m} \quad (2)$$

式中, m 表示容积点总数。使用三阶容积原则,容积点总数是状态维数的 2 倍,即 $m = 2n_x$, n_x 为系统的状态维数。基本容积点按照下列方式产生的,记 n_x 维单位向量为 $\mathbf{e} = [1, 0, \dots, 0]^T$, 使用 $[1]$ 表示对 \mathbf{e} 的元素进行全排列和改变元素符号产生的点集,称为完整全对称点集, $[1]_j$ 表示点集中 $[1]$ 的第 j 个点。若 $k-1$ 时刻的后验概率为 $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{z}_{1:k-1}) \sim \mathcal{N}(\mathbf{x}_{k-1}; \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1})$, 且 $\mathbf{S}_{k-1} = \text{chol}\{\mathbf{P}_{k-1}\}$, $\text{chol}\{\}$ 表

示矩阵的乔列斯基分解。容积卡尔曼滤波算法如下:

(1) 时间更新

① 计算容积点

$$\mathbf{X}_{j,k-1} = \mathbf{S}_{k-1} \xi_j + \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (3)$$

② 计算通过非线性状态方程传播的容积点

$$\mathbf{X}_{j,k}^* = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{j,k-1}) \quad (4)$$

③ 计算状态和方差预测

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{x}} &= \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{X}_{j,k}^* \\ \bar{\mathbf{P}} &= \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{X}_{j,k}^* \mathbf{X}_{j,k}^{*T} - \bar{\mathbf{x}} \bar{\mathbf{x}}^T + \mathbf{Q}_{k-1} \end{aligned} \quad (5)$$

(2) 量测更新

① 分解因式

$$\bar{\mathbf{S}}_k = \text{chol}(\bar{\mathbf{P}}_k) \quad (6)$$

② 计算容积点

$$\mathbf{X}_{j,k} = \bar{\mathbf{S}}_k \xi_j + \bar{\mathbf{x}}_k \quad (7)$$

③ 计算通过非线性量测方程传播的容积点

$$\mathbf{Z}_{j,k} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{j,k}) \quad (8)$$

④ 计算量测预测、新息方差和协方差估计

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{z}}_k &= \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{Z}_{j,k} \\ \mathbf{P}_{zz,k} &= \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{Z}_{j,k} \mathbf{Z}_{j,k}^T - \bar{\mathbf{z}}_k \bar{\mathbf{z}}_k^T + \mathbf{R}_k \end{aligned} \quad (9)$$

$$\mathbf{P}_{xz,k} = \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{X}_{j,k} \mathbf{Z}_{j,k}^T - \bar{\mathbf{x}}_k \bar{\mathbf{z}}_k^T$$

⑤ 计算增益,状态和协方差估计

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_k &= \mathbf{P}_{xz,k} \mathbf{P}_{zz,k}^{-1} \\ \hat{\mathbf{x}}_k &= \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{W}_k (\mathbf{z}_k - \bar{\mathbf{z}}_k) \\ \mathbf{P}_k &= \bar{\mathbf{P}}_k - \mathbf{W}_k \mathbf{P}_{zz,k} \mathbf{W}_k^T \end{aligned} \quad (10)$$

2 迭代容积卡尔曼滤波算法

在高斯和变量独立的假设下,可知 $\mathbf{x}_k \sim \mathcal{N}(\bar{\mathbf{x}}_k, \bar{\mathbf{P}}_k)$ 和 $\mathbf{y}_k \sim \mathcal{N}(\mathbf{h}(\mathbf{x}_k), \mathbf{R}_k)$ 。变量 $\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k$ 的似然函数定义为

$$\Lambda(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k) = C \exp \{-0.5 [(\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)^T \cdot \bar{\mathbf{P}}_k^{-1} \cdot (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k) + (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k))^T \cdot \mathbf{R}_k^{-1} \cdot (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k))]\} \quad (11)$$

式中, C 为常数。

定义代价函数

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}_k) &= (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k)^T \bar{\mathbf{P}}_k^{-1} (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k) + \\ & (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}_k))^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{y}_k - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}_k)) \end{aligned} \quad (12)$$

式(11)的最大似然估计等价于求代价函数的极小值。通常使用非线性迭代方法求解代价函数的极小点。使用 Gauss-Newton 非线性迭代方法并线性化量测方程,可写出求解 $J(\mathbf{x}_k)$ 极小点的迭代公式

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^{(i+1)} &= \bar{\mathbf{x}}_k + \bar{\mathbf{P}}_k (\mathbf{H}_k^{(i)})^T (\mathbf{H}_k^{(i)} \bar{\mathbf{P}}_k (\mathbf{H}_k^{(i)})^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \cdot \\ & [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k^{(i)}) - \mathbf{H}_k^{(i)} (\bar{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)})] \end{aligned} \quad (13)$$

式中, $\mathbf{H}_k^{(i)} = \partial \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) / \partial \mathbf{x}_k |_{\mathbf{x}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)}}$ 。而 $(\mathbf{H}_k^{(i)} \bar{\mathbf{P}}_k (\mathbf{H}_k^{(i)})^T + \mathbf{R}_k)^{-1}$

和 $\bar{\mathbf{P}}_k(\mathbf{H}_k^{(i)})^T$ 是量测方程线性化后获得的近似方差和协方差,即

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{zz}^{(i)} &= \mathbf{H}_k^{(i)} \bar{\mathbf{P}}_k(\mathbf{H}_k^{(i)})^T + \mathbf{R}_k \\ \mathbf{P}_{xz}^{(i)} &= \mathbf{P}_k(\mathbf{H}_k^{(i)})^T \end{aligned} \quad (14)$$

计算式(14)时,使用量测方程的一阶泰勒级数计算雅克比矩阵 $\mathbf{H}_k^{(i)}$,泰勒级数的高阶项的截断引入了较高的线性化误差。对于高度非线性化的量测方程,使用线性化量测方程计算式(14),引入较大的传递误差,降低了估计精度。为了降低传递误差,使用较高精度的方法计算式(14),即

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{j,k}^{(i)} &= \mathbf{h}(\mathbf{X}_{j,k}^{(i)}) \\ \hat{\mathbf{z}}_k^{(i)} &= \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{Z}_{j,k}^{(i)} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathbf{P}_{zz,k}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{Z}_{j,k}^{(i)} (\mathbf{Z}_{j,k}^{(i)})^T - \hat{\mathbf{z}}_k^{(i)} (\hat{\mathbf{z}}_k^{(i)})^T + \mathbf{R}_k \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{xz,k}^{(i)} = \sum_{j=1}^m \omega_j \mathbf{X}_{j,k}^{(i)} (\mathbf{Z}_{j,k}^{(i)})^T - \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)} (\hat{\mathbf{z}}_k^{(i)})^T \quad (17)$$

式(15)中, $\mathbf{X}_{j,k}^{(i)}$ 是第 i 次迭代时计算的容积点。从式(16)和式(17)可以看出,直接使用通过量测方程的容积点计算 $\mathbf{P}_{zz,k}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{xz,k}^{(i)}$,不需要对量测方程进行线性化,因此可获得较高精度的新息方差和协方差 $\mathbf{P}_{zz}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{xz}^{(i)}$ 。

结合 Gauss-Newton 迭代方法、改进的新息方差和协方差及 CKF 算法,建立 ICKF 算法的过程描述如下:

(1) 时间更新

使用式(3)~式(5)计算预测估计 $\bar{\mathbf{x}}_k$ 和预测方差 $\bar{\mathbf{P}}_k$ 。

(2) 量测更新

量测更新是以 $\bar{\mathbf{x}}_k$ 和 $\bar{\mathbf{P}}_k$ 为初始值的迭代过程。记第 i 次迭代的估计值和方差为 $\hat{\mathbf{x}}_k^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_k^{(i)}$ 。对于 $i=0,1,2,\dots,N_{\max}$

① 产生新的因式分解和容积点

$$\hat{\mathbf{S}}_k^{(i)} = \text{chol}(\mathbf{P}_k^{(i)}) \quad (18)$$

$$\mathbf{X}_{j,k}^{(i)} = \hat{\mathbf{S}}_k^{(i)} \boldsymbol{\xi}_j + \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)}$$

② 计算 i 次迭代的状态和方差估计

$$\mathbf{W}_k^{(i)} = \mathbf{P}_{zz,k}^{(i)} (\mathbf{P}_{zz,k}^{(i)})^{-1} \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^{(i+1)} = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{W}_k^{(i)} [\mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}_k) - (\mathbf{P}_{zz,k}^{(i)})^T \bar{\mathbf{P}}_k^{-1} (\bar{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_k^{(i)})] \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_k^{(i+1)} = \bar{\mathbf{P}}_k - \mathbf{W}_k^{(i)} (\mathbf{P}_{zz,k}^{(i)}) (\mathbf{W}_k^{(i)})^T \quad (21)$$

式中, $\mathbf{P}_{zz,k}^{(i)}$ 和 $\mathbf{P}_{xz,k}^{(i)}$ 使用式(16)和式(17)计算。

③ 迭代终止条件

$$\| \mathbf{x}_k^{(i+1)} - \mathbf{x}_k^{(i)} \| \leq \epsilon \text{ 或 } i = N_{\max} \quad (22)$$

式中, ϵ 和 N_{\max} 为预先设置的阈值和最大迭代次数。

若迭代终止时迭代次数为 N , k 时刻的状态估计和协方差为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k &= \hat{\mathbf{x}}_k^{(N)} \\ \mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k^{(N)} \end{aligned} \quad (23)$$

3 再入弹道目标状态估计仿真

3.1 状态方程与量测方程

假设地球为不自转的均匀圆球,只考虑地球引力和空气阻力作用^[17]。以雷达天线为原点建立东北天坐标系。未知弹道系数的再入目标运动的状态方程可表示为

$$\mathbf{x}_k = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{G} \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (24)$$

式中, $\mathbf{x}_k = [x_k \dot{x}_k y_k \dot{y}_k z_k \dot{z}_k \beta_k]^T$ 为再入目标状态。

$$\boldsymbol{\Phi} = \begin{bmatrix} \phi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \phi = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & \tau & 0 \\ 0 & 0 & \tau \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tau = \begin{bmatrix} T^2/2 \\ T \end{bmatrix} \quad (26)$$

式(24)中 $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}_{k-1}) = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3]^T$, 且

$$\psi_1 = -\frac{g}{2\beta_{k-1}} \rho(h_{k-1}) V_{k-1} \dot{x}_{k-1} - \frac{\mu x_{k-1}}{r_{k-1}^3} \quad (27)$$

$$\psi_2 = -\frac{g}{2\beta_{k-1}} \rho(h_{k-1}) V_{k-1} \dot{y}_{k-1} - \frac{\mu y_{k-1}}{r_{k-1}^3} \quad (28)$$

$$\psi_3 = -\frac{g}{2\beta_{k-1}} \rho(h_{k-1}) V_{k-1} \dot{z}_{k-1} - \frac{\mu(z_{k-1} + R_e)}{r_{k-1}^3} \quad (29)$$

式中

$$\begin{aligned} r_{k-1} &= \sqrt{x_{k-1}^2 + y_{k-1}^2 + (z_{k-1} + R_e)^2} \\ V_{k-1} &= \sqrt{\dot{x}_{k-1}^2 + \dot{y}_{k-1}^2 + \dot{z}_{k-1}^2} \\ h_{k-1} &= r_{k-1} - R_e \end{aligned} \quad (30)$$

β 是弹道系数 ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$); μ 为地球引力常数; R_e 为地球平均半径; $\rho(h)$ 为大气密度,在高度小于 86 km 以下可近似建模为随高度 h 的下降呈指数衰减^[18-19],即 $\rho(h) = c_1 e^{-c_2 h}$, c_1 和 c_2 为与高度有关的常数。

假设过程噪声 \mathbf{w}_k 是均值为零的白噪声,协方差矩阵 \mathbf{Q}_k 近似为^[1]

$$\mathbf{Q}_k = \begin{bmatrix} q_1 \boldsymbol{\theta}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_1 \boldsymbol{\theta}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_1 \boldsymbol{\theta}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_2 T \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} T^3 & T^2 \\ 3 & 2 \\ T^2 & T \end{bmatrix}$$

式中, T 为连续两个量测间隔时间; q_1 和 q_2 为位置速度和弹道系数相关的噪声强度。

根据几何关系,可建立量测方程

$$z_k = h(x_k) + v_k \tag{32}$$

式中, $z_k = [L_k \ E_k \ A_k]^T$, 且

$$L_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2 + z_k^2} + v_L \tag{33}$$

$$E_k = \arctan \frac{z_k}{\sqrt{x_k^2 + y_k^2}} + v_E \tag{34}$$

$$A_k = \arctan \frac{y_k}{x_k} + v_A \tag{35}$$

假设量测噪声 v_k 是均值为零的白噪声, 协方差矩阵为 $R_k = \text{diag}([\sigma_L^2 \ \sigma_E^2 \ \sigma_A^2])$, σ_L, σ_E 和 σ_A 分别为距离、俯仰角和方位角的量测误差标准差。

3.2 仿真实验

设雷达量测间隔 $T=0.1 \text{ s}$, 跟踪目标 80 s 。雷达量测的距离、俯仰角和方位角误差的标准差分别为 $\sigma_L=100 \text{ m}$, $\sigma_E=0.017 \text{ rad}$ 和 $\sigma_A=0.017 \text{ rad}$ 。目标初始位置为 $(232 \text{ km}, 232 \text{ km}, 80 \text{ km})$, 初始速度为 $2\ 290 \text{ m/s}$, 俯仰角为 210° , 方位角为 45° , 目标弹道系数真实值为 $\beta=20\ 000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$, 初始状态方差选取: $P_0 = \text{diag} [100^2, 200^2, 100^2, 200^2, 100^2, 200^2, 1\ 000^2]$ 。

运行 50 次蒙特卡罗仿真, 将提出的 ICKF 方法分别与 UKF、CKF 滤波算法相比较, 三种滤波算法的位置、速度和弹道系数的均方根误差 (root mean square error, RMSE) 如图 1~图 3 所示。

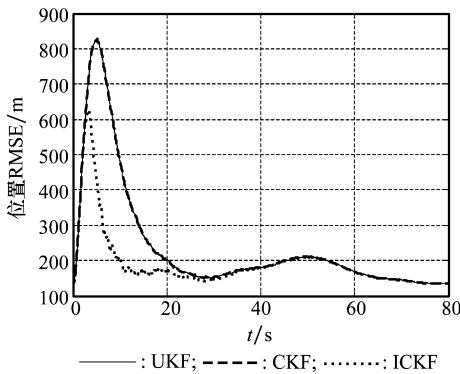


图 1 位置均方根误差

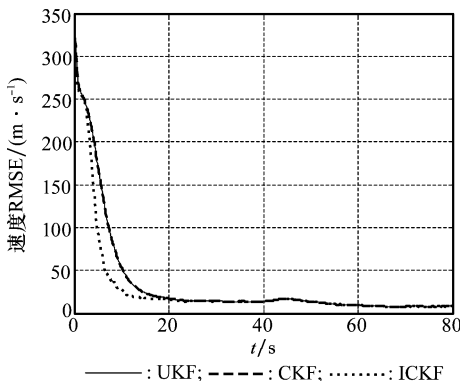


图 2 速度均方根误差

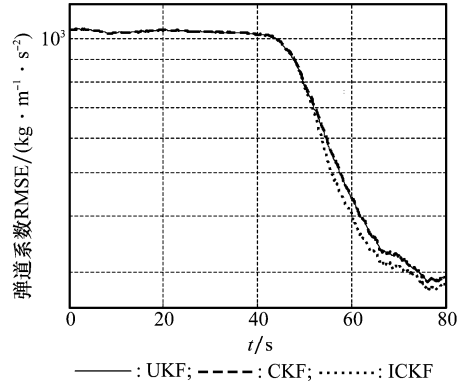


图 3 弹道系数均方根误差 (纵坐标用幅值对数表示)

由图 1 和图 2 可知, ICKF 充分使用了最新的量测信息, 与 CKF 和 UKF 相比较, 位置误差和速度误差大大降低, 状态的估计精度明显高于 UKF 和 CKF。

从图 3 可知, 在估计的前半部分, 由于缺乏估计弹道系数的最新信息, 估计误差变化不大, 而在后半部分, ICKF 使用最新量测信息, 降低了弹道系数估计误差。

比较滤波算法的另外一种性能指标是平均累加均方根误差 (average accumulated mean square root error, AAMSRE)。目标位置的 AAMSRE 其定义为

$$AAMSRE_p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{sqrt} \left(\frac{1}{M} \cdot \sum_{k=1}^M [(\Delta x_k^{(i)})^2 + (\Delta y_k^{(i)})^2 + (\Delta z_k^{(i)})^2] \right) \tag{36}$$

式中, M 为量测数据点数; N 为蒙特卡罗次数。类似位置的平均累加均方根误差的定义, 可定义速度和弹道系数的平均累加均方根误差。三种滤波算法的位置、速度与弹道系数的平均累加均方根误差如表 1 所示。

表 1 三种滤波器的平均累加均方根误差

滤波算法	AAMSRE _p / m	AAMSRE _v / (m·s ⁻¹)	AAMSRE _β / (kg·m ⁻¹ ·s ⁻²)
UKF	269.16	60.63	624.09
CKF	269.12	60.63	623.24
ICKF	201.91	52.97	615.77

从表 1 可知, UKF 累加均方根误差较大, CKF 较小, ICKF 最小。因此从图 1~图 3 和表 1 可知 ICKF 算法是一个有效的状态估计方法。

4 结论

本文建立了一种 ICKF, 该算法使用容积数值积分方法直接计算经受非线性变换的随机变量的均值和方差, 实现简单, 使用 Gauss-Newton 迭代方法充分利用最新量测信息, 且改进迭代过程产生的新息方差和协方差, ICKF 降低初始误差和量测方程的非线性对状态估计的影响, 提高了状态估计精度。将 ICKF 算法应用于未知弹道系数的再入弹道目标的状态估计, 仿真结果表明, ICKF 滤波性能明显优于 UKF 和 CKF。