

压缩感知自适应观测矩阵设计

赵玉娟^{1,2} 郑宝玉¹ 陈守宁¹

(1. 南京邮电大学信号处理与传输研究院, 江苏 南京 210003;
2. 江苏教育学院 数信院, 江苏 南京 210013)

摘 要: 稀疏表示、不相关观测和重构是影响压缩感知性能的三大要素, 本文设计的自适应观测矩阵以高斯随机观测阵为初始矩阵, 利用信号稀疏域系数的部分先验信息进行自适应变换, 形成新的观测阵, 当压缩感知矩阵对信号的稀疏系数进行投影时, 可使得稀疏系数中的小系数更接近于零; 同时, 通过减少观测阵行向量的方式来减少观测值, 从而应用自适应观测阵后的数据传输量与用高斯随机矩阵的数据传输量相差不大。自适应观测矩阵对压缩感知的性能改进体现在重构精度上, 用迭代硬阈值算法作为重构算法, 我们从理论和实验仿真两方面验证了自适应观测阵的性能要优于高斯随机矩阵。

关键词: 压缩感知; 自适应观测; 重构算法

中图分类号: TN912.3 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2012)12-1635-07

The design of adaptive measurement matrix in compressed sensing

ZHAO Yu-juan^{1,2} ZHENG Bao-yu¹ CHEN Shou-ning¹

(1. Institute of Signal Processing and Transmission, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003, China; 2. College of Mathematics and Information, Jiangsu Institute of Education, Nanjing 210013, China)

Abstract: Sparse representation, incorrelate projection and reconstruction are the three elements of compressed sensing, This paper uses Gaussian random matrix as original matrix, and adaptively transforms using the partial positional information of sparse coefficients, then forms a new adaptive measurement matrix. When the compressed sensing matrix projects the sparse coefficients, the small coefficients are more close to zero; at the same time, we decrease the measured values by reducing the columns of measurement matrix, thus the difference between the amount of data transmission using adaptive measurement matrix and the amount of data transmission using Gaussian random measurement is little. The improved performance of compressed sensing employed adaptive measurement matrix embodies in the reconstruction accuracy. When we use iterative hard thresholding as reconstruction algorithm; both theory and experiment verify the performance of adaptive measurement matrix better than Gaussian random measurement matrix.

Key words: compressed sensing; adaptive measurement; reconstruction algorithm

1 引言

传统的语音和图像等数据的采集都是基于奈奎斯特(Nyquist)采样定理,即采样频率至少是信号带宽的2倍,这样得到的数据本身存在较大的冗余,近年来出现并得到迅速发展的压缩感知理论突破了奈奎斯特采

样定理的限制,引起人们的广泛关注,压缩感知指出:只要信号是稀疏的或可压缩的,则数据采样可低于奈奎斯特采样值,而且由这些采样值仍然能够精确的恢复出原始信号,从而由低维观测来恢复高维原始信号成为可能,大大提高了信息的处理速度。

最近人们开始尝试通过挖掘信号的部分先验信息

收稿日期: 2012-09-21; 修回日期: 2012-11-27

基金项目: 基于压缩感知的分布式视频高效传输技术研究(编号 61271240); 江苏省自然科学基金重点项目资助(编号 BK2010077); 江苏省基础研究计划(自然科学基金)(BK2011756); 江苏省高校自然科学基金研究资助项(11KJB510018); 南京邮电大学科研基金项目(NY211009)

来减少观测值方面的工作,已知信号的部分先验信息在实际的信号处理应用中较为普遍,例如小波分解中的最低子带系数对应着信号的近似低频部分,从而可作为信号的已知部分支撑集,语音或图像等信号的DCT变换的前几个系数肯定是“大系数”,也可作为信号已知的部分支撑集。本文的自适应观测矩阵利用小部分的大稀疏系数的位置信息设计了一个阈值矩阵,之后由这个阈值矩阵与高斯随机矩阵构成自适应观测矩阵,改进了压缩感知的重构性能。

2 压缩感知原理

标准的压缩感知的数学模型为:

$$\theta = \Phi x \quad (1)$$

$$y = \Psi x = \Psi \Phi^{-1} \theta = T \theta \quad (2)$$

$$(L_0) \quad \min_{\theta} \|\theta\|_0 \quad \text{s.t.} \quad y = T \theta \quad (3)$$

其中 θ 为未知信号 x 在稀疏域 Φ 中的系数, y 是观测矩阵 Ψ 对 x 进行线性观测后得到的观测向量。首先,若稀疏系数 θ 的非零分量个数为 K ($K \ll N$),则称 θ 为 K -稀疏的,但通常 θ 除了有限个“大系数”外,余下的“小系数”并不为 0,而是接近于 0,我们称这样的系数 θ 是可压缩的 (compressible),定义 θ 的最佳 K 项近似 (the best K term approximations to θ)^[1]:

$$\theta^K = \min_{\{\bar{\theta} \in R^N; \text{card}(\bar{\theta})=K\}} \|\theta - \bar{\theta}\|_1 \quad (4)$$

也称 θ^K 为 θ 对应的绝对稀疏 (absolutely sparse)。 L_0 问题的求解主要有凸优化算法^[2]、贪婪系列算法^[3,4,5]和阈值迭代算法^[6,7,8]等。

我们知道,压缩感知中信号能够精确重构所需的观测值向量 y 的长度 M 主要由信号的稀疏度 K 和观测矩阵 Ψ 确定,当观测值向量的维数及重构算法相同时,信号的稀疏度越高,则信号重构的精确度越高。最近人们开始关注通过挖掘信号的部分先验知识来减少观测值长度方面的尝试^[9,10,11], Duarte 等^[9]由信号的部分支撑集的信息设计了信号的一种子空间联合模型 (a union-of-subspace model),使得精确重构所需的观测值比标准的压缩感知精确重构需要的观测值更少。 Vaswani 等^[10]提出若已知信号的部分支撑集,那么压缩感知问题转化为求信号的未知支撑集部分,显然信号的未知支撑集部分比原始信号要更稀疏,从而可用更少的观测值达到信号的精确重构。本文由信号的部分先验信息设计了一种自适应观测矩阵,可使得信号稀疏域的小系数更接近于零,从而重构效果更加理想。

3 自适应观测矩阵

观测矩阵的设计优劣是影响压缩感知性能的关键因素之一,观测过程就是通过观测矩阵 Ψ 对时域信号 x 或压缩感知矩阵 T 对稀疏系数向量 θ 进行线性投影实现的,当压缩感知矩阵 T 满足受限等距特性 (Restricted Isometry Property, RIP^[12]) 时,能够保证由 L_0 重构 θ ,从而得到信号 x 的重构。

目前关于观测矩阵的设计主要有随机观测^[13,14]、确定性观测^[15]和自适应观测^[11]三种,随机观测中较常使用高斯随机阵、伯努利随机阵和傅里叶随机阵,由于随机阵在很大概率上与固定的稀疏矩阵或稀疏基字典都不相关,所以在科研中被广泛应用,但是随机观测是非适应性的测量,在实际实现中的复杂度较高。确定性观测主要有 Chirp 测量阵、半 Fourier 阵和 Llltop 序列形成的测量阵,自适应观测矩阵是最近兴起的一种新的观测矩阵构造方法,主要思想是借助信号 x 或稀疏系数 θ 的某些先验信息,生成相应的观测矩阵,这类观测矩阵性能上要显著优于随机观测矩阵和确定性观测矩阵,本文设计的自适应观测矩阵以简单的高斯随机观测阵为原始观测阵,之后由 θ 的稀疏性对矩阵的某些列进行对应改进,使得改进后的观测阵在保证 RIP 特性的同时,能够使得 θ 的小系数更接近于零,本文接下来详细介绍了自适应观测阵的构造,并且证明了由自适应观测阵构成的压缩传感矩阵的 RIP 常数和高斯随机观测矩阵构成的压缩传感矩阵的 RIP 常数之间的关系。

3.1 自适应观测矩阵的构造

设 $\Omega = \text{supp}(\theta)$, $K = |\Omega|$, Ω_0 为信号的已知支撑集部分, Ω_1 为信号的未知支撑集部分, $K_0 = |\Omega_0|$, 则 $\Omega = \Omega_0 + \Omega_1$, 自适应观测矩阵的构造过程如下:

1)、生成 $M \times N$ 维的高斯随机阵,称为原始观测阵 Ψ 。

2)、将矩阵 Ψ 分块: $\Psi = \begin{pmatrix} \hat{\Psi}_{M-K_0, N} \\ \Psi_{K_0, N} \end{pmatrix}$, 并将 $\hat{\Psi}$ 归一化。

3)、设 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N)^T$ 大系数中的 K_0 个分别为 $\theta_{\gamma_1}, \theta_{\gamma_2}, \dots, \theta_{\gamma_{K_0}}$, 它们在 θ 中的位置分别为 $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{K_0}$, 记 $A = \{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{K_0}\}$, 得到阈值矩阵 $\tilde{\Delta} = \Phi^{-1} \Delta \Phi$, Φ 为信号的稀疏变换阵,矩阵 Δ 中的元素选取方法如下:

$$\Delta_{i,j} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i=j, \text{且 } j \in A \quad (i, j \in \{1, 2, \dots, N\}) \\ 10^q & i=j, \text{且 } j \notin A \end{cases} \quad (5)$$

其中 $q < -10$, 从而 $10^q \rightarrow 0$, 新的自适应观测阵 $\tilde{\Psi} = \hat{\Psi} \cdot \tilde{\Delta}$ 。

由上述关于自适应观测阵的构造可以看出, 虽然在由 $\hat{\Psi}$ 到 $\tilde{\Psi}$ 的过程中用到了稀疏系数 θ 的部分大系数的位置信息 Ω_0 , 但自适应观测阵的行数由 M 缩减为 $M - K_0$, 从而所需的观测值个数由原来的 M 缩减为 $M - K_0$, 所以传输代价增加不大, 而由后面的重构效果可以看出, 应用自适应矩阵 $\tilde{\Psi}$ 的重构误差明显小于高斯随机阵 Ψ 的重构误差。

3.2 压缩感知矩阵的 RIP

应用自适应观测矩阵后, 压缩感知的数学模型为 $\theta = \Phi x$ (6)

$$\tilde{y} = \tilde{T}\theta = \hat{T}\Delta\theta = \hat{T}\tilde{\theta} \quad (7)$$

$$(L'_0) \quad \min \|\tilde{\theta}\|_0 \quad \text{s.t.} \quad \tilde{y} = \hat{T}\tilde{\theta} \quad (8)$$

其中 \tilde{y} 为新的压缩传感矩阵 \tilde{T} 对稀疏系数 θ 进行线性观测后得到的观测向量, $\tilde{T} = \tilde{\Psi}\Phi^{-1}$, $\hat{T} = \hat{\Psi}\Phi^{-1}$, $\tilde{T} = \hat{T}\Delta$, $\tilde{\theta} = \Delta\theta$, 由(7)式可知, 当传感矩阵 \tilde{T} 对稀疏系数 θ 进行线性观测时, 可看作是传感矩阵 \hat{T} 对 $\tilde{\theta}$ 进行线性观测。

Tao 在文献[12]中定义: 若 $C = (c_j)_{j \in \Gamma}$, $|\Gamma| \leq K$, 有

$$(1 - \delta_K) \|C\|_2^2 \leq \|T_\Gamma C\|_2^2 \leq (1 + \delta_K) \|C\|_2^2 \quad (9)$$

则称压缩感知矩阵 T 满足 RIP, 受限等距常数 δ_K 定义为使得(9)成立的最小常数。

1) 首先证明 \hat{T} 的 RIP 常数 $\hat{\delta}_K$ 与 T 的 RIP 常数 δ_K 的大小关系

$$\text{由 } T = \begin{pmatrix} \hat{T}_{M-K_0, N} \\ \tilde{T}_{K_0, N} \end{pmatrix}, \text{ 得 } (T_{M \times |\Gamma|})^T T_{M \times |\Gamma|} = (\hat{T}_{(M-K_0) \times |\Gamma|})^T$$

$\hat{T}_{(M-K_0) \times |\Gamma|} + (\tilde{T}_{K_0 \times |\Gamma|})^T \tilde{T}_{K_0 \times |\Gamma|}$, 考虑到 T, \hat{T} 均为高斯随机阵, 从而 $\hat{\delta}_K \leq \delta_K$ 。

2) 其次证明 \hat{T} 的 RIP 常数 $\hat{\delta}_K$ 与 \tilde{T} 的 RIP 常数 $\tilde{\delta}_K$ 的大小关系

i) 若 $\tilde{T}_{|\Gamma|} = \{\tilde{t}_j, j \notin A\}$, 则 $\tilde{t}_j = 10^q \cdot \hat{t}_j$, 设 \hat{T} 的特征值 $\hat{\lambda}_j \in [1 - \hat{\delta}_K, 1 + \hat{\delta}_K]$, 则 $\tilde{T}_{|\Gamma|}$ 的特征值 $\tilde{\lambda}_j \in 10^{-2q} \cdot [1 - \hat{\delta}_K, 1 + \hat{\delta}_K]$ ($j=1, 2, \dots, |\Gamma|$), 从而

$$\tilde{\delta}_K \leq 10^{-2q} + 10^{-2q} \cdot \hat{\delta}_K - 1$$

ii) 若 $\tilde{T}_{|\Gamma|} = \{\tilde{t}_j, \{j\} \cap A \neq \emptyset\}$ ($j=1, 2, \dots, |\Gamma|$), 显然

$$\tilde{\delta}_K \leq 10^{-2q} + 10^{-2q} \cdot \hat{\delta}_K - 1$$

$$\text{综合 1)、2) 可得: } \tilde{\delta}_K \leq 10^{-2q} + 10^{-2q} \cdot \delta_K - 1 \quad (10)$$

4 自适应观测矩阵对压缩感知重构误差的改进

目前压缩感知的重构算法主要有贪婪系列算法、凸优化算法和阈值迭代算法, 其中阈值迭代算法中的 IHT^[6,7,8] (iterative hard thresholding) 算法简单, 实现快速, 且重构效果较好, 因此本文在重构时采用 IHT 算法。

IHT 算法源于梯度下降法, 用高斯随机阵 Ψ 作为观测阵, 则传感矩阵 $T = \Psi\Phi^{-1}$, 从而观测值向量 $y = T\theta + e$ (e 为观测时混入噪声), 此时 IHT 迭代法则为

$$\theta^{[n+1]} = H_K(\theta^{[n]} + T'(y - T\theta^{[n]})) \quad (11)$$

其中 $\theta^{[n+1]}, \theta^{[n]}$ 分别为第 $n+1$ 和第 n 次迭代后得到的重构稀疏系数, 运用自适应观测阵后, 传感阵 $\tilde{T} = \hat{T} \cdot \Delta$, 观测值向量 $\tilde{y} = \tilde{T}\theta + e = \hat{T}\tilde{\theta} + e$, IHT 的迭代算法如下:

$$\tilde{\theta}^{[n+1]} = H_K(\tilde{\theta}^{[n]} + \hat{T}'(\tilde{y} - \hat{T}\tilde{\theta}^{[n]})) \quad (12)$$

其中 $\tilde{\theta}^{[n+1]}, \tilde{\theta}^{[n]}$ 分别为第 $n+1$ 和第 n 次迭代后得到的重构稀疏系数, 由(11)(12)式及 $\tilde{\theta} = \Delta\theta$ 可得: $\tilde{\theta}^{[n+1]} = \Delta \cdot \tilde{\theta}^{[n+1]}$, $\tilde{\theta}^{[n]} = \Delta \cdot \tilde{\theta}^{[n]}$ 。下面分别从理论和实验仿真两方面说明自适应观测矩阵对 IHT 算法重构误差的改进。

4.1 自适应观测矩阵对 IHT 重构误差的改进

T. Blumensath 在文献[6]中给出了 IHT 的重构误差:

$$\begin{aligned} \|\theta - \theta^{[n]}\|_2 &\leq \|\theta^K - \theta^{[n]}\|_2 + \|\theta - \theta^K\|_2 \\ &\leq 4\beta_{3K} \|\theta^K - \theta^{[n-1]}\|_2 + 2\|e\|_2 + \|\theta - \theta^K\|_2 \end{aligned} \quad (13)$$

其中 β_{2K} 与 T_{2K} 的 RIP 常数 δ_{2K} 关系为:

$$\beta_{2k} = 1 - \frac{1 - \delta_{2k}}{1 + \delta_{2k}} \quad (14)$$

应用自适应观测阵后, IHT 的重构误差为:

$$\|\tilde{\theta} - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2 \leq \|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2 + \|\tilde{\theta} - \theta^K\|_2 \quad (15)$$

下面分别对(15)式右端的 $\|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2$ 和 $\|\tilde{\theta} - \theta^K\|_2$ 进行说明:

1) 对于 $\|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2$, 直接运用文献[6]的结论, 我们有

$$\begin{aligned} \|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2 &\leq 2 \|(I - \hat{T}_{\hat{B}^n}^T \hat{T}_{\hat{B}^n}) (\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{\hat{B}^n}\|_2 \\ &+ 2 \|\hat{T}_{\hat{B}^n}^T \hat{T}_{\hat{B}^{n-1} \setminus \hat{B}^n} (\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{\hat{B}^{n-1} \setminus \hat{B}^n}\|_2 + 2 \|\hat{T}_{\hat{B}^n}^T e\|_2 \end{aligned}$$

其中

$$\hat{B}^{n-1} = \text{supp}\{\tilde{\theta}^{[n-1]}\}, \hat{B}^n = \text{supp}\{\theta^K\} \cup \text{supp}\{\tilde{\theta}^{[n-1]}\},$$

由 $\tilde{\theta}$ 与 θ 的关系可得:

$$\hat{B}^{n-1} = B^{n-1} \text{supp}\{\theta^{[n-1]}\}, \hat{B}^n = B^n = \text{supp}\{\theta^K\} \cup \text{supp}\{\theta^{[n-1]}\},$$

又因为

$$\|(I - T_\Gamma^T T_\Gamma) y_\Gamma\|_2 \leq \beta_K \|y_\Gamma\|_2, \quad K = |\Gamma|$$

所以

$$\begin{aligned} 2 \|(I - \hat{T}_{\hat{B}^n}^T \hat{T}_{\hat{B}^n}) (\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{\hat{B}^n}\|_2 &\leq 2\hat{\beta}_{\hat{B}^n} \|(\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{\hat{B}^n}\|_2 \\ &= 2\hat{\beta}_{2k} \|(\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{B^n}\|_2 \end{aligned}$$

而由 $\|T_\Gamma^T T_\Lambda y_\Lambda\|_2 \leq \beta_S \|y_\Lambda\|_2$ ($S = |\Gamma \cup \Lambda|$) 及 $\|T_\Gamma^T y\|_2 \leq \|y\|_2$ 可得:

$$\begin{aligned} 2 \|\hat{T}_{\hat{B}^n}^T \hat{T}_{\hat{B}^{n-1} \setminus \hat{B}^n} (\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{\hat{B}^{n-1} \setminus \hat{B}^n}\|_2 &+ 2 \|\hat{T}_{\hat{B}^n}^T e\|_2 \\ &\leq 2\hat{\beta}_{3k} \|(\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{\hat{B}^{n-1} \setminus \hat{B}^n}\|_2 + 2 \|e\|_2 \\ &= 2\hat{\beta}_{3k} \|(\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{B^{n-1} \setminus B^n}\|_2 + 2 \|e\|_2 \end{aligned}$$

由之

$$\begin{aligned} \|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2 &\leq 2\hat{\beta}_{2k} \|(\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{B^n}\|_2 \\ &+ 2\hat{\beta}_{3k} \|(\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]})_{B^{n-1} \setminus B^n}\|_2 + 2 \|e\|_2 \\ &= 10^q \cdot 4\hat{\beta}_{3k} \|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]}\|_2 + 2 \|e\|_2 \end{aligned} \quad (16)$$

2) 对于 $\|\tilde{\theta} - \theta^K\|_2$, 有

$$\|\tilde{\theta} - \theta^K\|_2 = \|\Delta\theta - \theta^K\|_2 = 10^q \cdot \|\theta - \theta^K\|_2 \quad (17)$$

则应用自适应观测阵后, IHT 的重构误差为:

$$\|\tilde{\theta} - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2 \leq \|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2 + \|\tilde{\theta} - \theta^K\|_2$$

$$\leq 10^q \cdot 4\hat{\beta}_{3k} \|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]}\|_2 + 2 \|e\|_2 + 10^q \cdot \|\theta - \theta^K\|_2 \quad (18)$$

由(10)(14)式可得: $\tilde{\beta}_{3k} \leq 3\beta_{3k}$, 所以有:

$$\begin{aligned} \|\tilde{\theta} - \tilde{\theta}^{[n]}\|_2 \\ \leq 12 \cdot 10^q \beta_{3k} \|\theta^K - \tilde{\theta}^{[n-1]}\|_2 + 2 \|e\|_2 + 10^q \cdot \|\theta - \theta^K\|_2 \quad (q < 0) \end{aligned} \quad (19)$$

由(13)及(19)式可知, 应用自适应观测阵后的 IHT 重构误差会明显小于采用高斯随机观测阵的 IHT 重构误差。

4.2 仿真实验

我们知道, 信号经稀疏分解后的系数往往并不是“绝对稀疏”的, 即除有限个大系数外, 其余的小系数并不为零, 有些甚至与零的差距较大, 而信号的这种近似稀疏性必然会降低压缩感知的性能, 而当观测阵采用本文的自适应观测矩阵 \tilde{T} 时, 对稀疏系数 θ 进行观测时, 由(6)-(8)式可知, 可以看作是压缩传感矩阵 \hat{T} 对 $\tilde{\theta}$ ($\tilde{\theta} = \Delta\theta$) 进行线性观测, 由矩阵 Δ 的构造容易得出, $\tilde{\theta}$ 的稀疏性要优于 θ 的稀疏性。图1的语音信号是在安静环境下录取的男声语音的一段, 图1(a)为语音信号经 DCT 变换得到的系数, 记为 θ ; 图1(b)为 DCT 系数对应的绝对稀疏系数, 记为 θ^K ; 图1(c)为由观测阵处理后的系数, 记为 $\tilde{\theta}$; 图1(d)为 θ 和 $\tilde{\theta}$ 与 θ^K 的误差对比。由图1(a)可以看出, 信号经 DCT 变换后得到的系数 θ 大部分都不为零, 由图1(d)可知, 原始的 DCT 系数 θ 与绝对稀疏系数 θ^K 的误差较大, 这必然导致较大的重构误差; 而由图1(b)和图1(d)可以明显的观察到, 处理后的系数 $\tilde{\theta}$ 更接近于理想的绝对稀疏系数 θ^K , 从而重构误差得以改进。

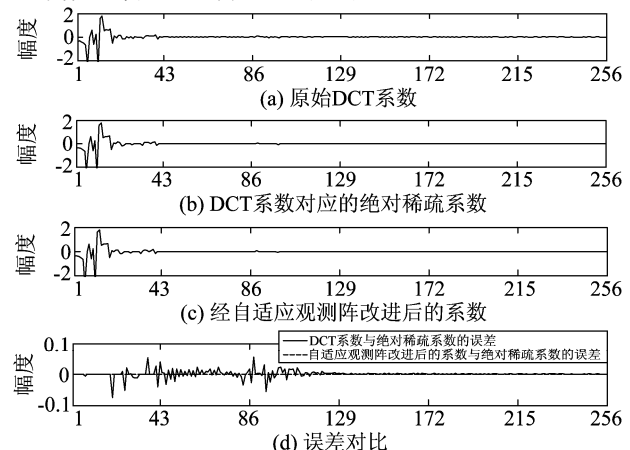


图1 自适应观测阵对稀疏系数的增强

Fig. 1 Improved sparse coefficients using adaptive measurement matrix

图 2 给出了高斯随机观测和自适应观测的语音重构的信噪比,语音信号分别是安静环境下录取的男声和女生语音,长度分别为 11520 点和 8640 点。稀疏分解采用 DCT 变换,重构算法采用 IHT 算法,信噪比为多帧平均,可以看出,自适应观测阵的重构效果要明显优于高斯随机观测阵的重构效果。表 1 和表 2 采用 PESQ 分别测试图 2 所用的女声、男声语音,得到的 PESQ MOS 如表所示,自适应观测阵的语音重构 PESQ MOS 同样明显优于高斯随机观测阵的语音重构 PESQ

MOS。图 3 为高斯随机观测和自适应观测的图像重构的效果对比,图 4 为高斯随机观测和自适应观测的图像重构峰值信噪比的对比,图 3 和图 4 选取的图像为 Matlab 工具箱中的 peppers 和 pears 的灰度图,维数分别为 384×512 和 486×732 ,稀疏分解采用 DCT 变换,重构算法采用 IHT 算法,其中图 3 中稀疏度与观测值的比值 K/M 取常用的 $1/4$,图 4 的峰值信噪比为多帧平均,经自适应观测得到的重构图像效果要明显优于高斯随机观测得到的图像重构效果。

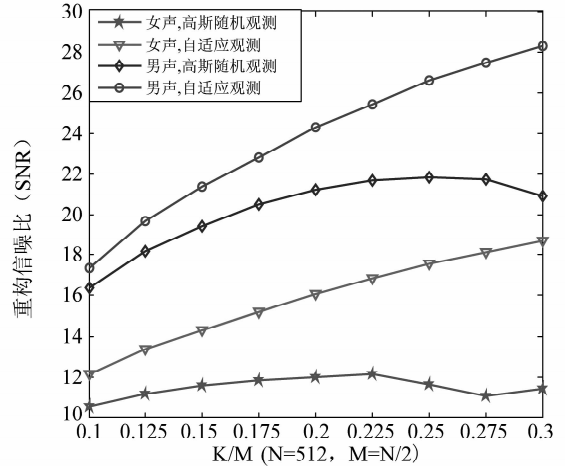
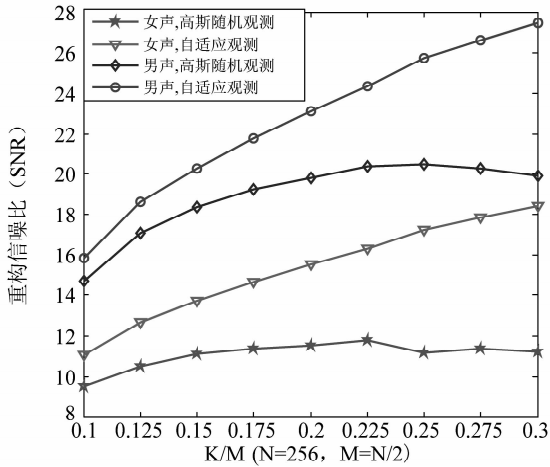


图 2 高斯随机观测阵和自适应观测阵的语音重构信噪比对比图

Fig. 2 SNR comparison of Gaussian random matrix and adaptive measurement matrix for speech reconstruction

表 1 重构女声语音的 PESQ MOS

Tab. 1 PESQ MOS for reconstruction of female speech signal

K/M (M=N/2)		0.1	0.125	0.15	0.175	0.2	0.225	0.25	0.275	0.3
N=256	高斯随机观测	1.935	1.955	2.019	2.029	2.036	2.172	2.064	2.072	2.111
	自适应观测	2.012	2.224	2.408	2.529	2.686	2.846	3.041	3.178	3.232
N=512	高斯随机观测	1.407	1.6	1.77	1.823	1.754	1.922	1.862	1.848	1.818
	自适应观测	1.667	1.87	2.016	2.13	2.28	2.368	2.513	2.608	2.66

表 2 重构男声语音的 PESQ MOS

Tab. 2 PESQ MOS for reconstruction of male speech signal

K/M (M=N/2)		0.1	0.125	0.15	0.175	0.2	0.225	0.25	0.275	0.3
N=256	高斯随机观测	2.268	2.508	2.698	2.863	2.88	2.967	2.997	3.023	2.885
	自适应观测	2.419	2.786	2.85	3.05	3.304	3.434	3.587	3.604	3.653
N=512	高斯随机观测	2.007	2.26	2.081	2.407	2.581	2.685	2.87	2.772	2.586
	自适应观测	2.046	2.211	2.433	2.642	2.861	3.021	3.127	3.257	3.352

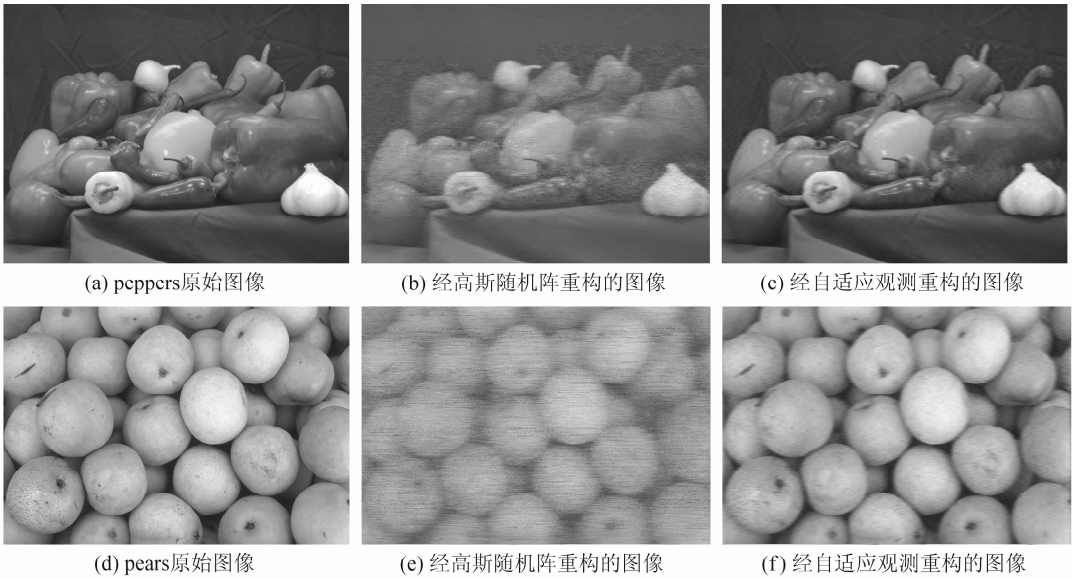


图3 高斯随机观测阵和自适应观测阵的图像重构效果对比图

Fig.3 Effect comparison of Gaussian random matrix and adaptive measurement matrix for image reconstruction

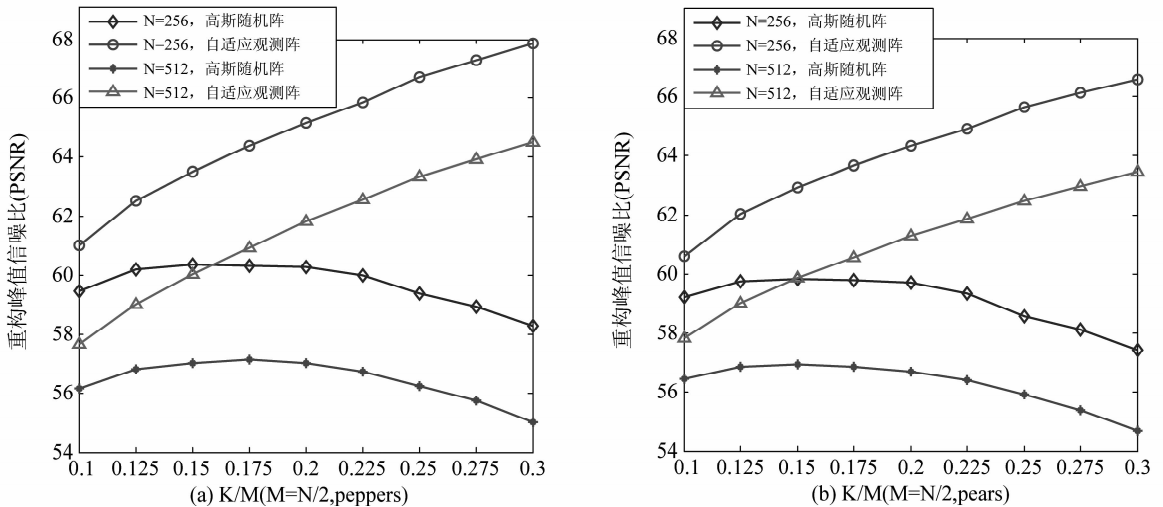


图4 高斯随机观测阵和自适应观测阵的图像重构峰值信噪比对比图

Fig.4 PSNR comparison of Gaussian random matrix and adaptive measurement matrix for image reconstruction

5 小结

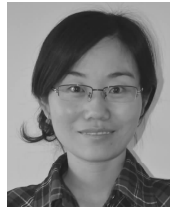
本文在高斯随机观测阵的基础上,结合信号的稀疏域系数的部分先验信息,设计了一种自适应观测矩阵,该观测阵以高斯随机阵为初始矩阵,利用小部分的大稀疏系数的位置信息设计了一个阈值矩阵,同时减少观测矩阵的行数,使得传输代价增加不大,本文的第四部分从理论和实验仿真两方面验证了在同样的重构算法下(本文使用IHT算法),自适应观测阵的重构性能要优于使用高斯随机阵的重构性能。

参考文献

- [1] Alexandre D'Aspremont, Laurent, El Ghaoui. Testing the nullspace property using semidefinite programming [J]. Mathematical Programming. 2011, 127:123-144.
- [2] S. Chen, D. L. Donoho, M. A. Saunders. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. SIAM J. Sci. Comp, 1999, 20(1): 33-61.
- [3] J. A. Tropp, A. G. Gilbert. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit [J]. IEEE transaction information theory, 2007, 53(12): 4655-4666.

- [4] Wei Dai, Olaica Milenkovic. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction[J]. IEEE Transactions, 2009, 55(5): 2230-2249.
- [5] D. Needell, J. A. Tropp. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3): 301-321.
- [6] T. Blumensath, Davies M. Iterative hard thresholding for compressed sensing[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis. 2009, 27(3): 265-274.
- [7] T. Blumensath, Davies M. Normalized iterative hard thresholding: guaranteed stability and performance [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing. 2010, Vol. 4, No. 2: 298-309.
- [8] T. Blumensath, Accelerated iterative hard thresholding[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2012, 92: 752-756.
- [9] M. Duarte, C. Hegde, V. Cevher, and R. Baraniuk. Recovery of compressible signals in unions of subspaces [C]. Proceedings - 43rd Annual Conference on Information Sciences and Systems, CISS 2009, 175-180.
- [10] N. Vaswani, W. Lu. Modified-CS: modifying compressive sensing for problems with partially known support. [J]. IEEE transactions on signal processing, 2010, 58(9): 4595-4607.
- [11] Rafael E. Carrillo, Luisa F. Polania, Kenneth E. Barner. Iterative algorithms for compressed sensing with partially known support[C]. ICASSP 2010, 3654-3657.
- [12] E. Candès, T. Tao. Decoding by linear programming. IEEE Trans. Inform. Theory. 2005, 51(12): 4203-4215.
- [13] E. Candès, J. Romberg, T. Tao. Robust uncertain principle: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information [J]. IEEE Transaction Information Theory 2006, 52(2): 489-509.
- [14] E. J. Candès, T. Tao. Near optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategy? [J]. IEEE transaction information theory, 2006, 52(12): 5406-5425.
- [15] JarvisHaupt, Waheed U. Bajwa and Gil Raz. Toeplitz compressed sensing matrices with applications to sparse channel estimation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(11): 5862-5875.

作者简介



赵玉娟(1979-),女(汉族),山东青岛人,2005年毕业于西安电子科技大学,获理学硕士学位。现为江苏教育学院数信院讲师,南京邮电大学在职博士研究生,目前研究方向为现代通信中的智能信号与信息处理。

E-mail: D0801@njupt.edu.cn



郑宝玉(1945-),男(汉族),教授,博士生导师,研究方向为无线通信与信号处理、量子信息处理。

E-mail: zby@njupt.edu.cn



陈守宁(1987-),男,江苏徐州,南京邮电大学通信与信息工程学院,信号与信息处理专业,博士生在读,主要研究方向为多媒体通信与多媒体信息处理。

E-mail: njuptchensn@gmail.com