

低信噪比下周期平稳信号的稳健检测算法

李莽 李万春 李立萍 张花国

(电子科技大学 成都 611731)

摘要: 本文提出了一种新的对周期平稳信号进行检测以及对二阶周期循环频率进行估计的算法。该算法利用信号的递归性质构造高阶自相关矩阵,并通过利用周期平稳信号与自相关矩阵特征值和特征向量的关系,对其进行检测以及对循环频率进行估计。传统检测周期平稳信号的算法是通过计算其循环自相关函数或循环谱实现,相比传统算法而言,本算法由于利用到了信号更多的先验信息,因而在较低信噪比以及较低快拍数下对周期平稳信号均能有较好的检测性能。文中仿真实验表明,本文所提算法估计出的伪循环谱相比传统方法估计出的循环谱更为平滑,在相同快拍和信噪比条件下,检测概率均高于传统方法,特别在低信噪比下对检测概率的改善更为明显。

关键词: 信号检测; 周期平稳; 循环频率

中图分类号: TN911 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-0530(2013)06-0772-05

Robust cyclostationary signal detection algorithm under low SNR

LI Mang LI Wan-chun LI Li-ping ZHANG Hua-guo

(University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

Abstract: This paper proposes a new method to detect cyclostationary signal and estimate cyclic frequency. The proposed method exploits cyclostationary signal's recursive property to construct fourth-order autocorrelation matrix, and uses the relationship between the matrix's eigenvector and eigenvalue to achieve signal detection and cyclic frequency estimation. Classical methods realize the detection of cyclostationary signal through the estimation of cyclic autocorrelation function or cyclic spectrum. Compared with the classical methods, the proposed method exploits more prior information of cyclostationary signal, so it has a better performance of detection under low signal to noise ratio and low snapshots. The simulation results demonstrate that the pseudo cycle spectrum estimated by the proposed method is smoother than the cycle spectrum estimated by classical method, and under the same signal to noise ratio and snapshots, its detection probability of cyclostationary signal is always higher than classical method, the improvement is more obvious under low signal to noise ratio.

Key words: Signal detection; cyclostationary; cyclic frequency

1 引言

对周期平稳信号的检测以及对二阶周期循环频率的估计是一个经典的信号处理问题,在许多领域都有着广泛的应用。特别的,由于通信信号在发送之前通常需要经过调制,故可建模为具有循环平稳特性的随机信号,而周期循环频率在信号同步,信号盲均

衡^[1]以及盲源分离^[2]中都有很重要的作用。

Gardner 等人对循环谱理论做了全面、系统和深入的研究^[3],并对具有周期循环特征信号的检测做了较为详细的分析^[4],同时提出了利用信号的周期平稳模型可以达到更好的信号检测效果^[5],以上都可以作为研究周期平稳信号的一个较好的借鉴;在 Gardner 所做工作的基础上,V. Prithiviraj 等人将循

环谱理论应用于认知无线电中,提出在低信噪比下对周期平稳信号进行检测是一个挑战^{[6][7]};Kyouwoong Kim 等人也将循环谱理论应用于对不同调制的信号的检测与识别当中^[8];Punchihewa Anjana 等人分析了 OFDM 信号的循环平稳特性,提出了新的应用思路^[9]。此外,国内一些学者也提出了用循环谱检测信号的一些新的方法^{[10][11]}。

以上对周期平稳信号的检测以及对二阶循环频率的估计均是建立在 Gardner 循环谱理论的基础上的,在信号快拍数有限以及信噪比较低的情况下,这类方法对循环平稳信号的检测性能并不是特别理想。本文提出了利用信号递归性质,对周期循环信号进行检测以及对循环频率进行估计的算法,这样就利用了信号更多的先验信息,在低信噪比和低快拍情况下提高了对周期平稳信号的检测性能。

2 信号模型

众所周知,通信信号可建模为广义统计平稳的随机信号(非平稳信号可假设为短时平稳信号),利用其各态历经的性质可以较为可靠地估计出随机信号不同的统计量。然而,许多经过某种处理的随机信号可以由随时间周期变化的统计量更为全面的描述,例如通信信号中的 BPSK、QPSK、MPSK 等信号以及由旋转机器发出的振动噪声信号,对于这些信号,建立周期平稳随机信号模型,利用周期平稳和周期遍历的性质进行处理更为合适。

周期平稳信号产生的一般过程,是由一个平稳的随机过程 $s(t)$ 和一个被调制信号 $c(t)$ 相乘得到,即,

$$x(t) = s(t)c(t) = s(t) \sum_k \beta_k e^{j2\pi f_k t} \quad (1)$$

其中, β_k 为傅里叶级数系数。则 $x(t)$ 具有周期时变的特性,如周期时变的均值和自相关函数等。

本文主要讨论平稳随机信号经过调制后的情况,即 $x(t) = s(t) \cos(2\pi f_c t)$,其中 f_c 为载波频率,这种信号模型可以很好的应用到调制后的通信信号的建模当中。考虑到实际情况, $x(t)$ 中通常会附加噪声,即,

$$x(t) = s(t) \cos(2\pi f_c t) + n(t) \quad (2)$$

其中, $n(t)$ 为零均值高斯白噪声过程,对 $x(t)$ 分别求一阶,二阶统计量,可以得到,

$$\begin{aligned} E\{x(t)\} &= E\{s(t) \cos(2\pi f_c t) + n(t)\} \\ &= E\{s(t)\} \cos(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E\{x(t)x^*(t-\tau)\} &= E\{s(t)s^*(t-\tau) \cos(2\pi f_c t) \\ &\quad \cos[2\pi f_c(t-\tau)] + E\{n(t)n^*(t-\tau)\} \\ &= R(\tau) \cos(2\pi f_c t) \cos[2\pi f_c(t-\tau)] + \sigma^2 \delta(\tau) \\ &= R(\tau) \cos(2\pi f_c t - 2\pi f_c \tau) / 2 \\ &\quad + R(\tau) \cos(2\pi f_c \tau) / 2 + \sigma^2 \delta(\tau) \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $E\{\bullet\}$ 表示求统计平均运算, $(\bullet)^*$ 表示共轭运算, τ 表示时延, σ^2 表示噪声的方差, $R(\tau)$ 表示平稳随机过程的自相关函数。由(3)式和(4)式可以看出, $x(t)$ 的均值和自相关函数均具有周期时变的特性。

3 算法描述

由 $x(t)$ 的模型,从(4)式中可以看出,其自相关函数可以表示为时延和时间两个自变量的二元函数 $R(\tau, t)$,如果令自相关函数中的时延变量为 0,则其自相关函数可以写作 $R(0, t)$,可简记为 $r(t) = E\{x(t)x^*(t)\}$,即只是一个关于时间的函数,其中包含有所需要的循环频率信息。

在一般意义下,由(4)式可知,当 τ 为 0 时, $r(t)$ 是一个随时间周期变化的函数,故可以对 $r(t)$ 进行傅里叶级数展开,

$$r(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \beta_k e^{j2\pi f_k t} \quad (5)$$

其中 N 表示单频信号的个数。由于单频信号是一阶递归信号,故可利用其时延构造范德蒙矩阵的形式。采用这种做法较一般传统方法多用到了信号的递归性质。由于利用了信号更多的先验信息,从而能达到更好的估计和检测效果^[12]。令 $s_k(t) = \beta_k$

$e^{j2\pi f_k t}$,则 $r(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k(t)$,对 $r(t)$ 做时延可得

$$r(t-i) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k(t) e^{-j2\pi f_k i}, i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (6)$$

令 $\mathbf{y}(t) = [r(t) \ r(t-1) \ \dots \ r(t-M+1)]^T$,其中 M 表示最大时延点数, $(\bullet)^T$ 表示转置运算,则可得到如下等式

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) \quad (7)$$

上式中 $\mathbf{S}(t) = [s_0(t) \ s_1(t) \ \dots \ s_{N-1}(t)]^T$, $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\theta}_0 \ \boldsymbol{\theta}_1 \ \dots \ \boldsymbol{\theta}_{N-1}]$,为一个 $M \times N$ 的范德蒙矩阵,其中

$$\boldsymbol{\theta}_k = [1 e^{-j2\pi f_k} \cdots e^{-j2\pi(M-1)f_k}]^T, k=0,1,\dots,N-1。$$

设 $r_{ij} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} s_i(t) s_j^*(t)$ 表示信号 $s_i(t)$ 和 $s_j(t)$

之间的时间互相关,将上文中对 $s_k(t)$ 的定义带入,对 r_{ij} 具有的性质进行推导如下,

$$\begin{aligned} r_{ij} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} s_i(t) s_j^*(t) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \beta_i \beta_j^* \frac{1 - e^{j2\pi(f_i - f_j)T}}{T(1 - e^{j2\pi(f_i - f_j)})} \end{aligned} \quad (8)$$

对(8)式求极限可得,

$$r_{ij} = \begin{cases} |\beta_i|^2, & i=j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (9)$$

故对 $\mathbf{y}(t)$ 求时间自相关矩阵 \mathbf{R} 可得,

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} \mathbf{A} \mathbf{S} \mathbf{S}^H \mathbf{A}^H = \mathbf{A} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{A}^H \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(|\beta_0|^2, |\beta_1|^2, \dots, |\beta_{N-1}|^2)$, 表示对角元素为 $|\beta_i|^2, i=0,1,\dots,N-1$ 的对角矩阵。

在以上推导的基础上采取类似 MUSIC 算法^[13] 谱峰搜索的方法对周期循环频率进行估计。首先,对所求得的自相关矩阵 \mathbf{R} 进行奇异值分解(SVD)得到 $\mathbf{R} = \mathbf{Q} \mathbf{D} \mathbf{Q}^H$, 假设信号的信号子空间维数为 K , 则选取 \mathbf{D} 中 $N-K$ 个小特征值所对应 \mathbf{Q} 中的特征向量构成一个 $M \times (N-K)$ 的矩阵 \mathbf{U} , 设信号频率驱动向量为 $\boldsymbol{\alpha}(f_k) = [1 e^{-j2\pi f_k} \cdots e^{-j2\pi(M-1)f_k}]^T$, 可在频率范围 $[f_{\min}, f_{\max}]$ 上进行如下谱峰搜索, 从而得到信号的周期循环频率

$$P(f_k) = \frac{1}{\boldsymbol{\alpha}(f_k)^H \mathbf{U} \mathbf{U}^H \boldsymbol{\alpha}(f_k)} \quad (11)$$

在实际应用中通常需要对时间自相关矩阵 \mathbf{R} 进行估计, 设矩阵 \mathbf{R} 中第 i 行第 j 列的元素为 R_{ij} , 则

$$\begin{aligned} R_{ij} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} r(t-i) r^*(t-j) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \\ &\quad \sum_{t=0}^{T-1} E \{ x(t-i) x^*(t-i) \} E \{ x^*(t-j) x(t-j) \} \end{aligned} \quad (12)$$

则在工程上对(12)式的估计如下式所示,

$$\hat{R}_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} |x(t-i) x(t-j)|^2 \quad (13)$$

令 $\mathbf{x}(t) = [x(t) x(t-1) \cdots x(t-M+1)]^T$, 将(13)式带入(10)式中可得,

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} |\mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)|^2 \quad (14)$$

通过以上理论推导,给出了通过谱峰搜索的方式估计周期循环频率的方法,同时通过对不是出现在循环谱零频处的谱峰的检测来实现对周期平稳信号的检测。该方法的性能将由后文中仿真结果给出。

4 仿真结果

仿真采用的信号模型为 $x(t) = s(t) \cos(2\pi f_c t) + n(t)$, 其中 $s(t)$ 为随机产生的平稳基带 BPSK 信号, 幅度为 1, 采样频率 $f_s = 20\text{kHz}$, 码元速率 $f_0 = 1\text{kHz}$, 载波频率 $f_c = 2\text{kHz}$, $n(t)$ 为均值为 0 的加性高斯白噪声, 其方差随信噪比变化而变化, 定义信噪比为 $SNR = 10 \log(\sigma_s^2 / 2\sigma_n^2)$, 其中 σ_s^2 表示信号 $s(t)$ 功率, σ_n^2 表示噪声 $n(t)$ 功率。对比文献[14]中所采用方法(传统方法), 该方法通过计算

$$R_x^\alpha(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} x(t+\tau) x^*(t) e^{-j2\pi\alpha t} \quad (15)$$

并在一定频率范围内, 搜索周期循环频率 α 估计循环谱。

本文所提算法 M 选取为 64, 信号子空间维数 K 选取为 3。在信噪比为 0dB, 快拍数 T 为 5000 的条件下, 在频率 $[-f_s/2, f_s/2]$ 范围内, 以频率间隔为 0.02kHz 进行搜索。本文所提方法与传统方法所估计出的循环谱分别如图 1 和图 2 所示, 从图中可以看出, 在归一化频率 $\pm 4\text{kHz}$ 处出现了两个峰值, 与理论循环频率 $2f_c = 4\text{kHz}$ 相符合, 比较图 1 和图 2 可以看出, 本文所提方法估计出的循环谱较传统方法更干净, 更有利于对周期平稳信号的检测。

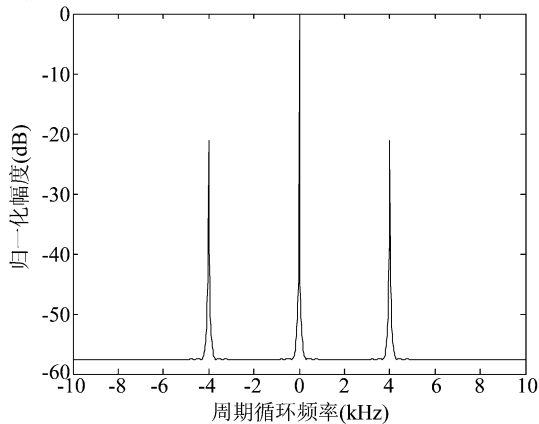


图1 本文所提方法估计出的伪循环谱

Fig. 1 Pseudo cycle spectrum estimated by proposed method

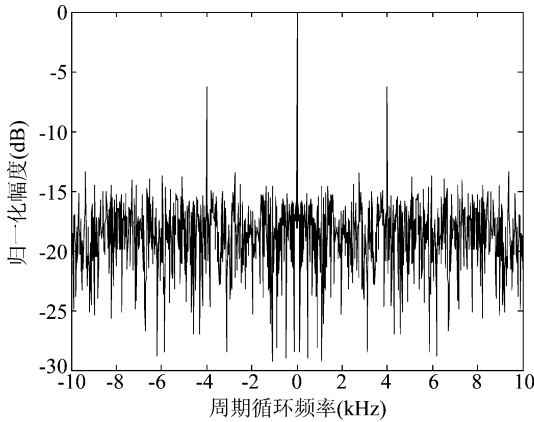


图 2 传统方法估计出的循环谱

Fig. 2 Cycle spectrum estimated by classical method

采用文献[15]中提出的单元选大恒虚警检测器,作为能否检测出周期平稳信号的比较标准,设置门限系数为6,比较单元为10个,保护单元为3个。设置快拍数为5000,在不同信噪比下,比较了传统方法和本文所提方法对周期平稳信号的检测概率,仿真结果如图3所示。设置信噪比为-5dB,在不同快拍数下,比较了传统方法和本文所提方法对周期平稳信号的检测概率,仿真结果如图4所示。仿真中对检测概率(PD)的估计采用进行500次蒙特卡洛实验观察其中能检测到周期平稳信号的次数得到。从图3可以看出,随信噪比的降低两种方法对周期平稳信号的检测概率都有所降低,但本文所提方法在相同信噪比下检测概率高于传统方法;同样,从图4可以看出,随快拍数的降低两种方法对周期平稳信号的检测概率都有所降低,但本文所提方法在相同快拍数下检测概率高于传统方法。

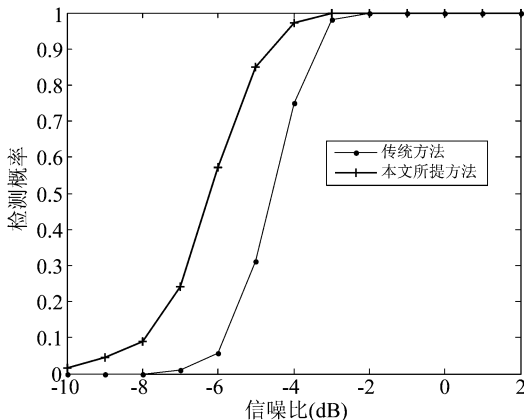


图 3 检测概率随信噪比变化

Fig. 3 Detection probability varies with SNR

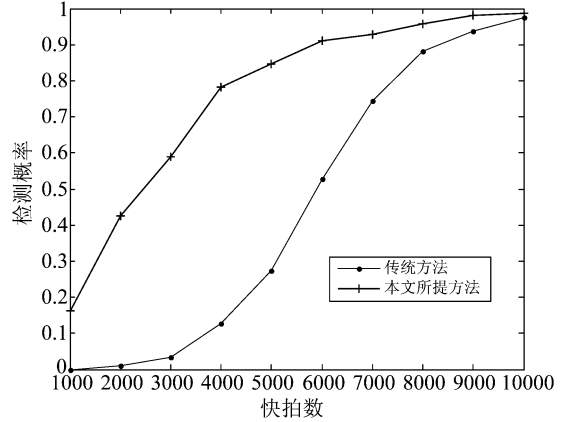


图 4 检测概率随快拍数变化

Fig. 4 Detection probability varies with snapshots

5 总结

本文提出了一种利用信号递归性质检测周期平稳信号以及估计周期循环频率的算法。从以上仿真结果中可以看出,采用单元选大恒虚警检测器作为能否检测出信号的比较标准,在快拍数为5000,信噪比为-5dB条件下,本文所提算法能达到80%以上的检测概率,而传统方法检测概率不足50%,说明了本文所提算法在低信噪比以及低快拍数下检测周期平稳信号的有效性,同时,采用本文所提算法,也可以很好的估计出周期循环频率。本文所提算法能够很好的应用于对通信信号的检测以及对二阶周期循环频率的参数估计当中。

参考文献

- [1] I. Bradaric, A. P. Petropulu, and K. I. Diamantaras. On blind identifiability of FIR-MIMO systems with cyclostationary inputs using second order statistics [J]. IEEE Trans. on signal processing. 2003, 51(2):434-441.
- [2] K. Abed-Meraim, Xiang Yong, J. H. Manton, and Hua Yingbo. Blind source-separation using second-order cyclostationary statistics [J]. IEEE Transactions on signal processing. 2001, 49(4):694-701.
- [3] W. A. Gardner. Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals [J]. IEEE Signal Process. Mag. 1991, 8(2):14-36.
- [4] W. M. Gardner and C. M. Spooner. Signal Interception; Performance Advantages of Cycle-Feature Detectors [J]. IEEE Transactions on Communications. 1992, 40(1):1143-1146.

- [5] W. M. Gardner. Signal interception: A unifying theoretical framework for feature detection [J]. IEEE Trans. Communication. 1988, 36(8): 897-906.
- [6] V. Prithiviraj, B. Sarankumar, A. Kalaiyarasan, P. Praveen Chandru, N. Nandakumar Singh. Cyclostationary Analysis Method of Spectrum Sensing for Cognitive Radio [C]. IEEE Wireless VITAE. 2011, 1-5.
- [7] H. Sadeghi, P. Azmi, H. Arezumand. Cyclostationarity-based soft cooperative spectrum sensing for cognitive radio networks [J]. IET Communications. 2012, 6(1):29-38.
- [8] K. Kim, I. A. Akbar, K. K. Bae, J. S. Um, C. M. Spooner, and J. H. Reed. Cyclostationary approaches to signal detection and classification in cognitive radio [C]. IEEE DySPAN. 2007, 212-215.
- [9] A. Punchihewa, Zhang Qiyun, O. A. Dobre, C. M. Spooner, S. Rajan, R. J. Inkol. On the Cyclostationarity of OFDM and Single Carrier Linearly Digitally Modulated Signals in Time Dispersive Channels; Theoretical Developments and Application [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications. 2010, 9(8):2588-2599.
- [10] 王红军, 毕光国. 一种改进的认知无线电循环功率谱特征检测算法[J]. 信号处理, 2010, 26(12):1864-1869.
WANG Hong-jun, BI Guang-guo. A Modified Cyclic Power Spectrum Feature Detection Algorithm for Cognitive Radio [J]. Journal of Signal Processing. 2010, 26(12): 1864-1869. (in Chinese)
- [11] 林炜, 彭华, 王彬, 李侃. 一种基于循环谱的突发信号盲检测算法[J]. 信号处理, 2011, 27(12):1920-1924.
LIN Yi, PENG Hua, WANG Bin, LI Kan. A Blind Detection Algorithm of Burst Signal Based On Cyclic Spectrum [J]. Journal of Signal Processing. 2011, 27(12): 1920-1924. (in Chinese)
- [12] S. Jennifer and P. Ara. Performance of a Signal-Dependent Autoregressive Channel Model [J]. IEEE Trans. on magnetics. 2000, 36(5):2197-2199.
- [13] R. O. Schmidt. Multiple emitter location and signal parameter estimation [J]. IEEE Trans. Antennas and Propagation. 1986, 34(3):276-280.
- [14] P. Jallon and A. Chevreuil. Second-order based cyclic frequency estimates: the case of digital communication signals [C]. IEEE ICASSP 2006, 4:IV.
- [15] V. G. Hansen and J. H. Sawyers. Detectability loss due to greatest of selection in cell averaging CFAR [J]. IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems. 1980, 16(1):115-118.

作者简介



李 莽 男, 1989 年生, 四川成都人, 硕士研究生, 主要研究方向为非合作信号处理, 阵列信号处理, 盲信号分离。
E-mail: lmlvxiaonuocd@gmail.com

李万春 男, 1978 年生, 四川成都人, 副教授, 主要研究方向为自适应阵列信号处理, 非合作信号处理。
E-mail: liwanchun@uestc.edu.cn

李立萍 女, 1963 年生, 重庆人, 教授, 主要研究方向为高速实时信号处理, 自适应阵列信号处理, 非合作信号处理。
E-mail: liliping@uestc.edu.cn

张花国 男, 1979 年生, 四川成都人, 讲师, 主要研究方向为非合作信号处理, 长码直扩信号扩频序列估计。
E-mail: zhanghuaguo@uestc.edu.cn