

# 毫米波阵列雷达近场动目标参数估计算法

杨勇, 谭渊, 王泉, 张晓发, 袁乃昌

(国防科学技术大学电子科学与工程学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 在毫米波连续波阵列雷达系统中, 根据近场各动目标多普勒频率的不同, 提出了一种近场动目标多普勒频率、距离及方位三维参数估计算法。首先采用全相位快速傅里叶变换(all phase fast Fourier transform, apFFT)方法估计回波信号频谱, 并使用相位差频谱校正法对目标多普勒频率进行校正。全相位FFT方法所得相位谱为信号的初始相位, 各通道之间对应信号的相位关系包含了目标的位置信息, 采用二维多重信号分类(two dimensional multiple signal classification, 2-D MUSIC)方法就可从各目标对应多普勒频率的复幅度中估计出目标的距离及方位参数。计算机仿真结果证明了该算法的有效性。

**关键词:** 毫米波连续波; 阵列信号处理; 全相位快速傅里叶变换; 二维多重信号分类; 距离估计; 方位估计  
**中图分类号:** TN 958. 95      **文献标志码:** A      **DOI:**10. 3969/j. issn. 1001-506X. 2011. 05. 14

## Algorithm for estimating the near-field moving target parameter of millimeter-wave array radar

YANG Yong, TAN Yuan, WANG Quan, ZHANG Xiao-fa, YUAN Nai-chang

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** According to the different Doppler frequencies, an efficient algorithm for Doppler frequencies, ranges and bearings three dimensional parameters estimation of near-field moving targets is presented for the millimeter continuous wave array radar system. Firstly, the frequency of target echo is estimated using all phase fast Fourier transform (apFFT) method. Then the Doppler frequencies estimations are corrected using phase difference correcting spectrum method. Finally, for the phase spectrum of apFFT containing the position information of the target, the range and bearing of each target is estimated employing two dimensional multiple signal classification (2-D MUSIC) algorithm. Simulation results show the validity of the algorithm.

**Keywords:** millimeter continuous wave; array signal processing; all phase fast Fourier transform (apFFT); two dimensional multiple signal classification (2-D MUSIC); range estimate; bearings estimate

## 0 引言

毫米波雷达因为体积小、重量轻、结构简单及分辨率高的特点得到越来越广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。由于毫米波作用距离近, 通常采用毫米波线性调频连续波(linear frequency modulation continuous wave, LFM CW)信号获得目标距离信息, 而目标方位信息则可以通过机械扫描或由阵列天线接收经过相位扫描获得。对动目标而言, 若通过 LFM CW 信号获得目标距离信息, 由于存在距离速度模糊, 在多目标存在的情况下实现正确地解模糊将比较困难<sup>[4]</sup>。同时, 对于高速运动目标, 机械扫描方法无法适用, 只有采用阵列接收才能快速获得目标方位信息。为获得高的方位分辨率和方位估计精度, 需采用大毫米波阵列, 为简化系统及节约成

本, 通常将阵元稀疏排列<sup>[5]</sup>。当运动目标位于阵列近场时, 若采用常规波束形成(conventional beam former, CBF)<sup>[6]</sup>法估计目标方位, 需先进行近场聚焦且其分辨率受瑞利限制, 即一个波束内的目标将不可分辨。为提高阵列雷达方位估计精度及分辨率, 以多重信号分类(multiple signal classification, MUSIC)<sup>[7-8]</sup>、旋转不变技术的信号参数估计(estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)<sup>[9]</sup>为代表的超分辨空间谱估计算法得到了广泛的应用, 但已有的研究<sup>[7-10]</sup>大多用于被动辐射源定位, 且可估计信源数受阵元数的限制。针对上述情况, 本文提出一种基于超分辨谱估计的毫米波阵列近场动目标多普勒频率、距离及方位估计算法。雷达发射毫米波单频连续波信号, 采用阵列接收。首先采用全相位<sup>[11]</sup>方法计算各

阵列通道接收信号的频谱,得到各目标多普勒频率的粗略估计及其初始相位,并用相位差频谱校正法校正其频率<sup>[12]</sup>。最后采用二维多重信号分类(two dimensional multiple signal classification, 2-D MUSIC)<sup>[13]</sup>算法对各目标的距离及方位进行估计。该算法能有效估计近场动目标的多普勒频率、距离和方位三维参数,且有很高的距离和方位估计精度,计算机仿真结果亦证明了这一点。

### 1 信号模型

假设  $K$  个动目标位于  $M$  元直线阵列近场(如图 1),采用宽波束天线发射频率为  $f_0$  的毫米波连续波信号,直线阵列天线接收,为保证估计精度并减小系统复杂度,阵元稀疏排列。设阵元位于  $x$  轴上,其坐标分别为  $x_1, x_2, \dots, x_M$ ,动目标多普勒频率各不相同,且对于各阵元多普勒频率近似相等。将接收信号混频到中频  $f_i$ ,以原点  $O$  的相位为参考,则第  $m$  个阵元接收信号可表示为

$$x_m(t) = \sum_{k=1}^K a_m(r_k, \theta_k) s_k(t) e^{j2\pi(f_i + f_{d,k})t} + n_m(t) \quad (1)$$

式中,  $f_{d,k} = -\frac{2f_0 \mathbf{v}_k \cdot \mathbf{r}_k}{c|\mathbf{r}_k|}$  为目标多普勒频率,  $c$  为光速;  $n_m(t)$  为阵元噪声;  $s_k(t)$  为回波信号幅度,且在短时间内恒定不变;  $a_m(r_k, \theta_k) = e^{-j\varphi_m(r_k, \theta_k)}$ ,  $\varphi_m(r_k, \theta_k)$  为目标  $k$  到阵元  $m$  相对于目标到原点的相位延迟,表示为

$$\begin{aligned} \varphi_m(r_k, \theta_k) &= \frac{2\pi f_0 r_k}{c} \left( \sqrt{1 + \frac{x_m^2}{r_k^2} - \frac{2x_m \sin \theta_k}{r_k}} - 1 \right) \approx \\ &- \frac{2\pi f_0 x_m \sin \theta_k}{c} + \frac{\pi f_0 x_m^2 \cos^2 \theta_k}{c r_k} \end{aligned} \quad (2)$$

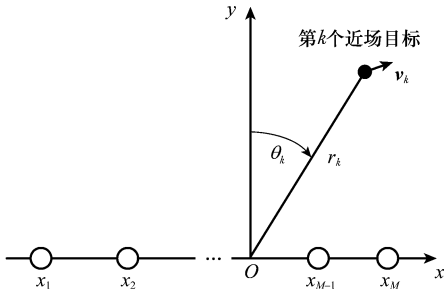


图1 直线阵列结构图

以采样频率  $f_s$  对接收信号进行采样并将其分为  $N$  个数据块,第  $n$  个数据块从  $t_n$  时刻开始取  $L$  次快拍,则接收信号可用  $M \times L$  维矩阵表示

$$\mathbf{X}(n) = \mathbf{A}\mathbf{S}(n)\mathbf{G}^H + \mathbf{N}(n) \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{X}(n) = \begin{bmatrix} x(t_n) & \dots & x(t_n + \frac{L-1}{f_s}) \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(r_1, \theta_1) \dots \mathbf{a}(r_K, \theta_K)]$  为  $M \times K$  维阵列导向矩阵(扫描矩阵);  $\mathbf{S}(n) = \text{diag}\{s(t_n)\}$  为信号幅度对角矩阵,  $\mathbf{s}(t_n) = [s_1(t_n) \dots s_K(t_n)]^T$ ,  $\mathbf{N}(n)$  为噪声矩阵;  $\mathbf{G} = [\mathbf{g}(f_i + f_{d,1}) \dots \mathbf{g}(f_i + f_{d,K})]$  信号矩阵,  $\mathbf{g}(f) = [1 \ e^{j2\pi f/f_s} \dots e^{j2\pi(L-1)f/f_s}]^H$ 。

### 2 目标参数估计

为说明算法原理,假设各点目标多普勒频率各不相同且各阵元接收信号的多普勒频率近似相等,阵元噪声为零均值高斯白噪声且与信号统计独立。

#### 2.1 apFFT 谱分析简述

apFFT 谱分析过程<sup>[11]</sup>如图 2 所示。

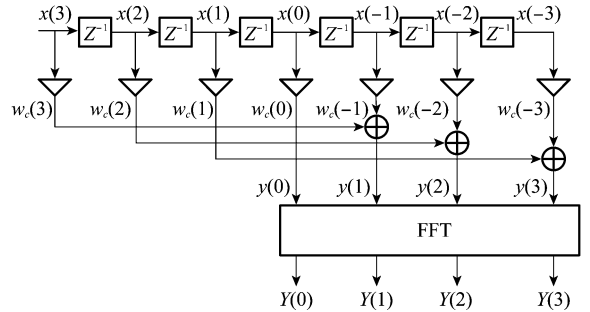


图2 apFFT 谱分析流程( $N=4$ )

由图 2 可看出,全相位 apFFT 谱分析用长度为  $2N-1$  的卷积窗  $w_c$  对中心样点  $x(0)$  前后  $2N-1$  个数据进行加权,再对两两间隔为  $N$  的加权数据进行重叠相加得到  $N$  个数据,最后对该数据进行  $N$  点快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)就可得到 apFFT 谱,图 2 中的卷积窗  $w_c$  为长度为  $N$  的前窗  $f$  与翻转后的后窗  $b$  卷积得到,即

$$\begin{aligned} w_c(n) &= f(n) * b(-n), \\ -N+1 &\leq n \leq N-1 \end{aligned} \quad (4)$$

若  $f=b=R_N$  时,则为无窗 apFFT;若  $f, b$  任一为  $R_N$  时,则为单窗 apFFT;若  $f=b \neq R_N$ ,则为双窗 apFFT。考虑双窗 apFFT,前窗  $f$  的傅里叶变换为

$$F(j\omega) = F_g(\omega) e^{-j\omega\tau} \quad (5)$$

式中,  $F_g$  为  $f$  的傅里叶谱;  $\tau$  为群延迟,  $\tau = (N-1)/2$ ,对式(4)做傅里叶变换,有

$$W_c(j\omega) = F(j\omega)F^*(j\omega) = |F_g(\omega)|^2 \quad (6)$$

这表明卷积窗的频谱为前窗幅度谱的平方。

假设信号  $x(n) = A e^{j\omega_0 n + \theta} (-N+1 \leq n \leq N-1)$ ,则加权重叠相加得到的数据为<sup>[12]</sup>

$$\begin{aligned} y(n) &= \\ &[w_c(n)x(n) + w_c(n-N)x(n-N)] \cdot R_N(n) \end{aligned} \quad (7)$$

令“ $\leftrightarrow$ ”表示互为傅里叶变换对,则有

$$x(n) \leftrightarrow 2\pi A e^{j\theta} \delta(\omega - \omega_0) \quad (8)$$

从而

$$\begin{aligned} w_c(n)x(n) &\leftrightarrow W_c(j\omega) * A e^{j\theta} \delta(\omega - \omega_0) = \\ &A e^{j\theta} W_c[j(\omega - \omega_0)] \end{aligned} \quad (9)$$

将式(9)代入式(7)得

$$\begin{aligned} y(n) &\leftrightarrow A e^{j\theta} W_c[j(\omega - \omega_0)] \cdot \\ &(1 + e^{-j\omega N}) * R_N(j\omega) \end{aligned} \quad (10)$$

对式(10)在  $\omega_k = k\Delta\omega = 2k\pi/N$  上进行离散采样,则有

$N\omega_k = 2k\pi$ 。而矩形窗谱  $R_N(j\omega)$  在  $\omega_k$  上满足频率采样性质

$$R_N(j\omega_k) = N\delta(k) \quad (11)$$

将式(11)和式(6)代入式(10),有

$$y(n) \leftrightarrow 2NAe^{j\theta} |F_g(k\Delta\omega - \omega_0)|^2 \quad (12)$$

将式(12)进行归一化,得出  $x$  的 apFFT 谱为

$$Y(k) = Ae^{j\theta} |F_g(k\Delta\omega - \omega_0)|^2, k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (13)$$

由式(13)可以看出,双窗 apFFT 谱幅度为信号幅度与窗谱幅值平方的乘积,其相位为信号的初始相位。从而直接取主谱线的相位值即可得信号序列中心样点的理想相位,即 apFFT 具有“相位不变性”。对于多频信号,由于 apFFT 具有优良的抑制频谱泄漏性能,“相位不变性”仍近似成立。

### 2.2 信号频率估计

由式(1)可知,存在  $K$  个动目标的阵列第  $m$  个阵元接收信号近似为  $K$  个单频信号的叠加,对应的频率为  $f_l + f_{d,k}$ ,复幅度为  $a_m(r_k, \theta_k) s_k(t)$ 。因此,通过计算信号的 apFFT 谱得到信号的频率分量及对应的复幅度,其复幅度的相位即为  $a_m(r_k, \theta_k) s_k(t)$  的相位。根据式(3),对第  $n$  个接收数据块进行 apFFT 谱分析,得第  $k$  个频率分量对应的复幅度为

$$\mathbf{X}_k(n) = F_g^2(\omega_k - \omega) \left[ \mathbf{a}_k s_k(n) + \left( \frac{\sigma_N^2}{L} \right)^{1/2} \right] \approx \mathbf{a}(r_k, \theta_k) s_k(n) F_g^2(\omega_k - \omega) \quad (14)$$

式中,  $\sigma_N^2$  为噪声功率;  $\omega_k$  为未校正的角频率;信号的复幅度为

$$s_k(n) = s_{k,0} e^{j f_{d,k} \left[ (n-1)L_N + \frac{L-1}{2} \right]} \quad (15)$$

式中,  $L_N$  为相邻数据块间隔的取样数;  $s_{k,0}$  为第  $k$  个频率分量在零时刻的复幅度。

记  $\mathbf{X}_k(n)$  的相位为  $\boldsymbol{\varphi}_k(n)$ , 则有

$$\Delta\boldsymbol{\varphi}_k(n) = \boldsymbol{\varphi}_k(n+1) - \boldsymbol{\varphi}_k(n) = \frac{\boldsymbol{\omega}_k L_N}{f_s}, n = 1, \dots, N-1 \quad (16)$$

若  $\Delta\boldsymbol{\varphi}_k(n)$  的第  $m$  个元素  $\Delta\varphi_{k,m}(n)$  满足  $0 < \Delta\varphi_{k,m}(n) < 2\pi$ , 则可得到  $M$  个阵元接收信号的第  $k$  个频率分量  $f_l + f_{d,k}$  的频率估计为

$$\hat{f}_k = \frac{\hat{\boldsymbol{\omega}}_k}{2\pi} = \frac{\Delta\hat{\boldsymbol{\varphi}}_k f_s}{2\pi L_N} \quad (17)$$

其中

$$\Delta\hat{\boldsymbol{\varphi}}_k = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N-1} \Delta\boldsymbol{\varphi}_k(n) \quad (18)$$

从而可以得到  $M$  个阵元对应于目标  $k$  的多普勒频率估计为

$$\hat{f}_{d,k} = \hat{f}_k - f_l \quad (19)$$

### 2.3 距离与方位估计

根据 apFFT 谱分析所得的各频率分量对应的复幅度  $\mathbf{X}_k(n) (n=1, \dots, N)$ , 其协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_{s,k} = E\{\mathbf{X}_k(n)\mathbf{X}_k^H(n)\} =$$

$$\mathbf{a}(r_k, \theta_k)\mathbf{R}_{ss,k}\mathbf{a}^H(r_k, \theta_k) + \mathbf{R}_{mm,k} \quad (20)$$

式中,  $\mathbf{R}_{ss,k} = \sigma_s^2 \mathbf{F}_k^H(\omega_k - \omega)$  为信号功率部分;  $\mathbf{R}_{mm,k} = \mathbf{F}_k^H(\omega_k - \omega) \cdot \sigma_N^2/L$  为噪声功率部分。

对  $\mathbf{R}_{s,k}$  进行特征分解

$$\mathbf{R}_{s,k} = \mathbf{V}_{ss,k} \boldsymbol{\Lambda}_{ss,k} \mathbf{V}_{ss,k}^H + \mathbf{V}_{mm,k} \boldsymbol{\Lambda}_{mm,k} \mathbf{V}_{mm,k}^H \quad (21)$$

式中,  $\mathbf{V}_{ss,k}$  与  $\mathbf{V}_{mm,k}$  分别为信号与噪声特征值对应的特征向量,构造 MUSIC 空间谱为

$$P_M(r, \theta) = \frac{\mathbf{a}^H(r, \theta)\mathbf{a}(r, \theta)}{\mathbf{a}^H(r, \theta)\mathbf{V}_{mm,k}\mathbf{V}_{mm,k}^H\mathbf{a}(r, \theta)} \quad (22)$$

设定  $r, \theta$  的搜索范围及搜索间隔,对其进行二维搜索,计算 2-D MUSIC 空间谱,空间谱谱峰对应的距离及方位即为目标的目标距离与方位估计  $(\hat{r}_k, \hat{\theta}_k)$ 。

综上,近场动目标多普勒频率、距离与方位估计算法步骤为:

**步骤 1** 信号频率估计。采用 apFFT 估计接收信号频谱,得到  $K$  个频率分量的复幅度  $\mathbf{X}_k(n) (n=1, \dots, N)$ ,  $N$  为处理的数据块数。

**步骤 2** 频率校正。使用相位差法对频率进行校正,得到接收信号校正后的频率估计  $\hat{f}_1, \dots, \hat{f}_K$ , 每个频率估计即对应一个目标的多普勒频率。

**步骤 3** 距离与方位估计。对  $\mathbf{X}_k(n)$ , 估计其协方差矩阵

$$\hat{\mathbf{R}}_{s,k} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{X}_k(n)\mathbf{X}_k^H(n) \quad (23)$$

对其进行特征分解并由式(22)构造空间谱,搜索空间谱最大值得到目标  $k$  的距离与方位估计  $(\hat{r}_k, \hat{\theta}_k) (k=1, \dots, K)$ 。

## 3 仿真计算

令一维直线阵阵元数为 16, 阵列孔径为 2 m, 为避免出现角度模糊,各阵元随机排列。采用宽波束天线发射频率为 35 GHz 的毫米波连续波信号,阵列天线接收,天线远场条件为  $R \geq L^2/\lambda \approx 467$  m。以中心为原点,直线阵所在直线为  $x$  轴,如图 1 所示,4 个点目标极坐标分别为  $(49.5 \text{ m}, 0^\circ)$ ,  $(50 \text{ m}, 5^\circ)$ ,  $(51 \text{ m}, -5^\circ)$ ,  $(50.5 \text{ m}, 0^\circ)$ , 运动速度  $(v_x, v_y)$  分别为  $(100 \text{ m/s}, 1000 \text{ m/s})$ ,  $(500 \text{ m/s}, 600 \text{ m/s})$ ,  $(600 \text{ m/s}, -500 \text{ m/s})$ ,  $(-500 \text{ m/s}, -700 \text{ m/s})$ , 其对应于原点的多普勒频率分别为  $-233.5 \text{ kHz}$ ,  $-149.74 \text{ kHz}$ ,  $128.51 \text{ kHz}$ ,  $163.44 \text{ kHz}$ 。信号采样频率为 2.5 MHz, 中频频率为 500 kHz, 各目标回波信号幅度相等,信噪比为 20 dB, 快拍数为  $L=512, L_N=1, N=3$ , 距离与方位搜索间隔分别取 0.05 m 和  $0.01^\circ$ , 得信号的 apFFT 归一化频谱(以采样频率进行归一化,取正频率)及各目标的 2-D MUSIC 谱分别如图 3 和图 4。经校正得目标相对原点的多普勒频率估计值为  $-233.38 \text{ kHz}$ ,  $-149.73 \text{ kHz}$ ,  $128.25 \text{ kHz}$ ,  $163.21 \text{ kHz}$ , 目标的距离与方位估计值为  $(49.6 \text{ m}, 0.01^\circ)$ ,  $(50.05 \text{ m}, 5.05^\circ)$ ,  $(50.85 \text{ m}, -4.94^\circ)$ ,  $(50.35 \text{ m}, -0.06^\circ)$ 。

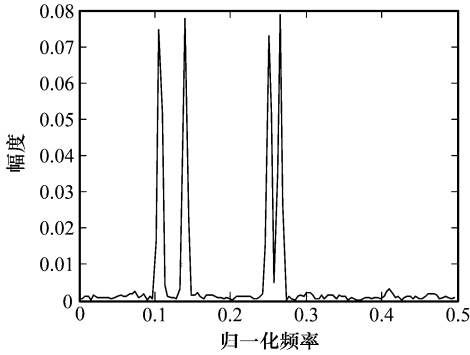


图3 apFFT 频谱

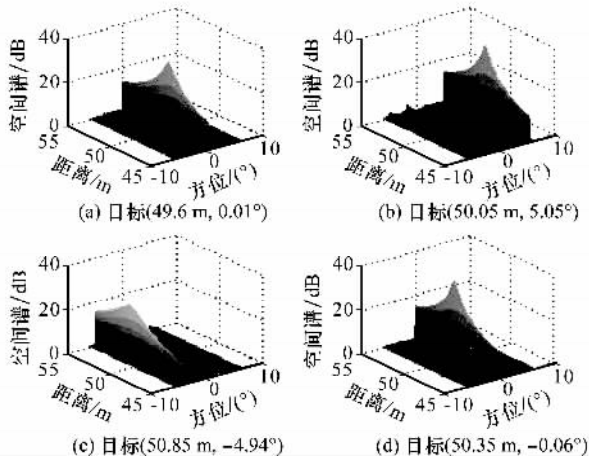


图4 目标 2-D MUSIC 谱

由以上估计结果可以看出,采用本文所述算法能有效估计近场中具有不同多普勒频率目标的多普勒频率、距离与方位,且具有很高的估计精度。在实际应用中,不可避免地存在通道幅相误差、阵元位置误差及阵元互耦等阵列模型误差,阵列模型误差会使 MUSIC 谱估计结果恶化甚至失效。因此,需采取有效方法对阵列模型进行校正<sup>[14-16]</sup>。

### 4 结束语

针对毫米波阵列近场多动目标探测问题,本文提出了一种基于超分辨谱估计的主动式毫米波阵列近场动目标多普勒频率、距离及方位估计算法。首先,采用 apFFT 方法计算信号频谱,并用相位差法进行频率校正;然后,根据各目标对应频点的相位关系,使用 2-D MUSIC 算法估计目标的距离及方位参数。该算法适用于任意阵列,同时其可分辨目标数由频率可分辨数决定,不受阵元数限制。计算机仿真结果证明了该算法的有效性。

### 参考文献:

[1] Macfarlane D G, Robertson D. A long range, high resolution 94 GHz FMCW imaging radar (AVTIS)[C]// *Proc. of the 30th International Conference on Infrared and Millimeter Waves*, 2005; 201 - 202.  
 [2] Komeev D, Bogdanov L, Nalivkin A, et al. 3D imaging system based

on FMCW millimeter wave radar[C]// *Proc. of the 30th International Conference on Infrared and Millimeter Waves*, 2005; 367 - 368.  
 [3] 吴礼,彭树生,肖泽龙,等.提高毫米波近程探测雷达测距精度的方法研究[J]. *兵工学报*, 2009, 30(3): 301 - 305. (Wu L, Peng S S, Xiao Z L, et al. Method for improving ranging accuracy of short-range millimeter wave radar [J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 30(3): 301 - 305.)  
 [4] 刘贵喜,凌文杰. LFM CW 雷达密集运动目标检测[J]. *红外与毫米波学报*, 2005, 24(1): 76 - 81. (Liu G X, Ling W J. Dense-moving target detection of LFM CW radar [J]. *Journal on Infrared and Millimeter Waves*, 2005, 24(1): 76 - 81.)  
 [5] 徐青,陶海红,廖桂生.基于 GA 的阵列幅相误差校正新方法[J]. *系统工程与电子技术*, 2006, 28(5): 654 - 657. (Xu Q, Tao H H, Liao G S. Array gain and phase error correction based on GA [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2006, 28(5): 654 - 657.)  
 [6] Krim H, Viberg M. Two decades of array signal processing research[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 1996, 13(4): 67 - 94.  
 [7] 于红旗,黄知涛,周一宇,等.一种基于逐次搜索的快速 MUSIC 方法[J]. *现代雷达*, 2008, 30(9): 74 - 76. (Yu H Q, Huang Z T, Zhou Y Y, et al. A fast MUSIC algorithm based on sequential searching [J]. *Modern Radar*, 2008, 30(9): 74 - 76.)  
 [8] Schmidt R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1986, 34(3): 276 - 280.  
 [9] Roy R, Kailath T. ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques[J]. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, Signal Processing*, 1989, 37(7): 297 - 301.  
 [10] 陈建峰,张贤达,吴云韬.近场源距离、频率及到达角联合估计算法[J]. *电子学报*, 2004, 35(5): 803 - 806. (Chen J F, Zhang X D, Wu Y T. An algorithm for jointly estimation range, DOA and frequency of near field source [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 35(5): 803 - 806.)  
 [11] 王兆华,侯正信,苏飞.全相位 FFT 频谱分析[J]. *通信学报*, 2003, 24(11A): 16 - 19. (Wang Z H, Hou Z X, Su F. All-phase FFT spectrum analysis [J]. *Journal on Communications*, 2003, 24(11A): 16 - 19.)  
 [12] 黄翔东,王兆华.基于全相位频谱分析的相位差频谱校正法[J]. *电子与信息学报*, 2008, 30(2): 293 - 297. (Huang X D, Wang Z H. Phase difference correcting spectrum method based on all-phase spectrum analysis [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2008, 30(2): 293 - 297.)  
 [13] Huang Y D, Barkat M. Near-field multiple source localization by passive sensor array [J]. *IEEE Trans. on Antennas and Propagation*, 1991, 39(7): 968 - 975.  
 [14] Hung E. Matrix-construction calibration method for antenna arrays [J]. *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(3): 819 - 828.  
 [15] See C M S. Sensor array calibration in the presence of mutual coupling and unknown sensor gains and phases [J]. *Electronics Letters*, 1994, 30(5): 373 - 374.  
 [16] Yang Y, Tan Y, Liang R H, et al. A calibration algorithm of millimeter-wave sparse array based on simulated annealing [C]// *Proc. of the International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology*, 2010.