

# 基于功能区域的反舰导弹逆向航路规划

刘 钢, 老松杨, 谭东风

(国防科学技术大学信息系统与管理学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:** 为了定量描述航路规划的规划空间, 基于几何学原理提出了反舰导弹航路规划功能区域的概念, 发掘出了航路规划的几何学本质。深入分析了航路规划功能区域的战术意义, 并基于此概念进一步提出了一种逆向航路规划方法。逆向航路规划过程揭示出了航路规划功能区域的几何学渐变规律, 为航路点的扩展提高效率。通过极线扩展进行障碍规避, 得到较优航路树。最后使用多属性模糊优化方法搜索到所需航路。仿真结果表明, 该方法信息处理量小, 运算速度快, 所得航路符合反舰导弹的航路特征, 十分贴近工程应用实际。

**关键词:** 军事运筹; 航路规划; 功能区域; 障碍规避; 极点; 极线; 反舰导弹

**中图分类号:** TJ 762.34; E 911 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.04.18

## Converse path planning for anti-ship missiles based on operational area

LIU Gang, LAO Song-yang, TAN Dong-feng

(School of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In order to describe the planning space of path planning quantitatively, the concept of operational area of anti-ship missiles path planning is put forward based on geometric principle, and the geometrical essence of path planning is unearthed. Then the tactical significance of operational areas is deeply analyzed, and based on this concept, the method of converse path planning is put forward. The process of converse path planning reveals the geometric gradual transformation rule of operational areas, and increases the efficiency for the extension of path points. Barriers are evaded by polar extending, which can build a better path tree. Finally the required path is searched by the method of multi-attribute fuzzy optimization. Simulation results indicate that the proposed algorithm has fewer computation load, higher computing rate, and the calculated path accords with the flight characteristics of anti-ship missiles, which is close to practice of project application.

**Keywords:** military operational research; path planning; operational area; barrier evading; pole; polar; anti-ship missile

## 0 引 言

反舰导弹航路规划,是指在导弹发射以前,根据实际的战场态势、作战需要和导弹飞行性能,对导弹在自控段的飞行航路进行设定,使得导弹在发射后按照预设的航路飞行。由于反舰导弹在自控飞行段大多在海平面上采用定高等速的掠海飞行方式,因此问题可以放在二维平面上进行讨论。

自20世纪50年代以来,国内外相关学者提出了多种航路规划方法,通常的做法都是将位形空间内的寻优问题转化为拓扑空间的搜索问题<sup>[1]</sup>,按照规划空间的构造方法主要可以分为三大类<sup>[1-3]</sup>:单元分解法<sup>[4]</sup>、路标图法<sup>[5]</sup>和人工势场法。然而对航路规划空间的几何学性质却鲜有人研究。

目前关于航路规划算法的研究比较深入,按照规划决

策的计算方法主要可以分为两大类:传统最优式规划法<sup>[6-8]</sup>和智能启发式规划法<sup>[9-11]</sup>。然而这些算法大多旨在寻求经典数学上的最优航路,并且是针对某些特定问题提出,所得航路难以符合反舰导弹的航路特征。航路规划属于多目标规划问题,但其并不只是一个复杂的系统优化问题,而是一个集作战态势、战场环境、作战决心、技术和战术于一体的综合性作战决策问题。其在数学上的最优对指挥员来说却不是绝对的。因此,无论多么科学的算法,都不能完全代替指挥员的意志,必须坚持系统的开放性,保证指挥员的意志在规划过程中的科学体现。

基于以上两点,本文把握航路规划的几何学本质,充分挖掘和运用其数理内涵,提出一种适用于反舰导弹的航路规划方法。

收稿日期:2010-04-20; 修回日期:2010-12-01。

基金项目:国家自然科学基金(70571084,61074121)资助课题

作者简介:刘钢(1983-),男,博士研究生,主要研究方向为军事运筹学。E-mail:Snailg705@21cn.com

# 1 航路规划功能区域及逆向航路规划过程

反舰导弹航路规划本质上是在规划空间内,寻找一条从发射点到目标点满足给定约束条件的最优或可行的飞行航路。通常的做法是首先构造一个数据结构来表达航路的搜索空间,并给出合适的代价评估函数,然后利用某种算法来寻求这种代价下的最佳航路<sup>[12]</sup>。显然,规划空间的范围是影响航路规划效率的重要因素。

## 1.1 反舰导弹航路规划的功能区域

目标舰进入发射舰所载反舰导弹的最大有效射程之内后,当只为导弹设定一个航路转向点,并且所规划航路的航

程为导弹的最大有效射程时,如果不考虑导弹航路转向角的限制,则所有满足条件的航路点的轨迹为以发射舰和目标舰为焦点的椭圆<sup>[13]</sup>。由于受导弹最大有效射程的限制,满足导弹性能约束条件的所有航路转向点必然在此椭圆区域之内。因此,可作如下定义:

**定义 1** 以发射点和目标点分别为两个焦点,导弹的最大有效射程为长轴,作椭圆,称此椭圆所围成的区域为单舰导弹航路规划功能区域。

如图 1 所示,发射点为 A,目标点为 P<sub>1</sub>,并且 P<sub>1</sub> 点位于发射舰所载反舰导弹的最大有效射程之内,发射舰的导弹航路规划功能区域为椭圆 O<sub>1</sub> 所包围的区域。

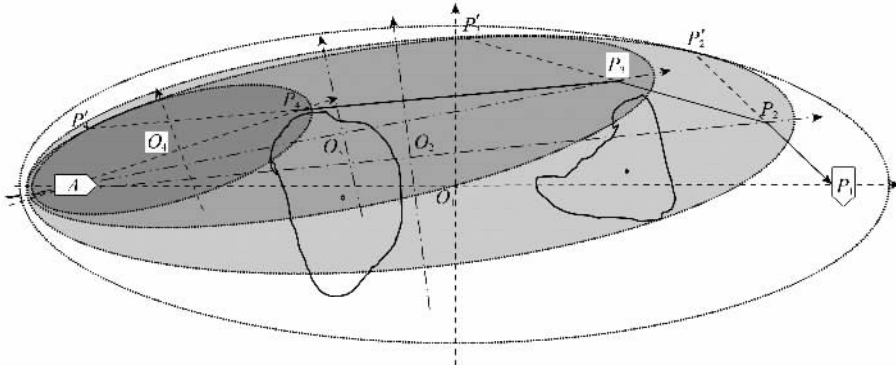


图 1 基于功能区域的反舰导弹逆向航路规划过程示意图

设 S 为发射舰所载反舰导弹的最大有效射程, L 为 A 点与 P<sub>1</sub> 点的距离,则该椭圆的各参数如下:

- 长半轴:  $a = S/2$ ;
- 半焦距:  $c = L/2$ ;
- 离心率:  $e = L/S$ ;
- 焦距距:  $p = S^2/2L - L/2$ 。

可见,此椭圆基本参数由 S 和 L 确定。此外,其面积为

$$M = \pi ab = \pi S \sqrt{S^2 - L^2} / 4$$

M 随 S 和 L 变化的曲面如图 2 所示。当 L(S) 确定时, S(L) 越大,椭圆的离心率就越小(大),其面积就越大(小),椭圆就越接近于圆(线段)。这样,可规划的区域就越大(小),航路规划的可操作性也就越强(弱)。反之则反。

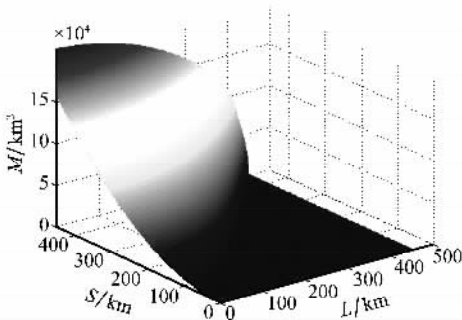


图 2 M 随 S 和 L 变化曲面图

## 1.2 逆向航路规划过程

攻击方向是指反舰导弹经过最后一个航路转向点后的飞行方向。反舰导弹航路规划的一个重要的战术目的就是让导弹按预选的攻击方向搜捕并攻击目标,而导弹的攻击进入方向也是最能体现航路规划战术价值的方面。因此,对导弹进行航路规划首先就要满足其攻击方向的要求。如果按照从发射点向目标点的顺序进行航路规划,就必须将预选攻击方向当作一个全局限制条件,势必增加问题的复杂度。采用逆向航路规划的方法,从目标点开始,沿着攻击方向的反方向进行航路规划,将全局限制条件转化为已知条件,可以轻而易举地解决这个问题。

**定义 2** 从目标点开始,沿着攻击方向的反方向进行航路规划,当已确定  $n(n \geq 1)$  个航路转向点时,则相应地确定  $n$  个航路段,将导弹最大有效射程与所有已确定的航路段长度之和的差称为导弹剩余最大有效射程;以发射点和当前航路转向点分别为两个焦点,导弹剩余最大有效射程为长轴,作椭圆,称此椭圆所围成的区域为导弹剩余航路规划功能区域。

由于导弹剩余最大有效射程的限制,下一个航路转向点的选择只可能当前剩余航路规划功能区域之内。

如图 1 所示,目标点 P<sub>1</sub> 为排序第 1 的航路点,随着逆向航路规划的进行,由后向前排序依次递推。基于功能区域的逆向航路规划过程是指,确定对目标的攻击方向 P<sub>2</sub>P<sub>1</sub>

以后,首先在单舰导弹航路规划功能区域  $O_1$  内,根据导弹最后一个航路转向点的约束条件<sup>[13]</sup>,以目标点  $P_1$  为起始点沿着攻击方向的反方向  $P_1P_2$  找到最后一个航路转向点  $P_2$ 。若得到的航路  $AP_2P_1$  满足导弹战技术要求,则接受该航路;否则,由人工或计算机绘算出当前剩余航路规划功能区域椭圆  $O_2$ ,并在此区域内依据导弹的飞行控制规律和约束条件找到前一个航路转向点  $P_3$ 。以此类推,沿导弹搜捕方向的反方向,由后向前依次确定各航路转向点的位置,直到发射点  $A$  为止。

对于第  $i(i \in N)$  个航路点  $P_i$ ,设发射点与  $P_i$  的距离为  $L_i$ ;  $P_i$  确定后导弹剩余最大有效射程为  $S_i(S_1 = S)$ ,剩余航路规划功能区域为椭圆  $O_i$  区域(所对应的离心率为  $e_i$ ,长半轴为  $a_i$ ,半焦距为  $c_i$ ,焦距为  $p_i$ );  $P_i$  与  $P_{i+1}$  之间的航段距离为  $l_i$ 。则有

$$S_i = S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \quad (1)$$

$$a_i = S_i/2 = \left( S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \right) / 2 \quad (2)$$

$$c_i = L_i/2 \quad (3)$$

$$e_i = c_i/a_i = L_i / \left( S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \right) \quad (4)$$

$$p_i = \left( S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \right)^2 / 2L_i - L_i/2 \quad (5)$$

以发射点  $A$  为极点,正东方向作为极轴  $x$  的方向,建立极坐标系,则第  $i$  个航路点所对应的剩余航路规划功能区域的椭圆方程为

$$O_i: \rho = e_i p_i / (1 - e_i \cos(\theta - \alpha_i)) \quad (6)$$

式中,  $\alpha_i$  为第  $i$  个航路点的极角。代入式(4)和式(5),得到

$$O_i: \rho = \frac{\left( S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \right)^2 - L_i^2}{2 \left( S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \right) - 2L_i \cos(\theta - \alpha_i)} \quad (7)$$

该方程记录了第  $i$  个航路点确定后的剩余航路规划功能区域椭圆,即对于第  $i+1$  个航路点,则有

$$P_{i+1} \in \left\{ (\rho, \theta) \mid \rho \leq \frac{\left( S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \right)^2 - L_i^2}{2 \left( S - \sum_{j=1}^{i-1} l_j \right) - 2L_i \cos(\theta - \alpha_i)} \right\} \quad (8)$$

在逆向航路规划过程中,随着导弹可用最大有效射程逐渐变小,剩余航路规划功能区域从初始航路规划功能区域开始也逐渐变小,并且显然有

$$O_i \not\subseteq O_{i-1} (i > 1) \quad (9)$$

可见,航路转向点的可选择区域范围越来越小,最后收敛于发射点。有必要指出,相邻两航路点对应的(剩余)航路规划功能区域椭圆必相交于一点,且交点位于两航路点连线(航路段)沿攻击方向反方向的延长线上。即

$$O_i \cap O_{i-1} = P'_i (i > 1) \quad (10)$$

$P'_i$  在  $P_{i-1}P_i$  的延长线上。

这便是航路规划功能区域的几何学渐变规律。发现这个规律以后,运用航路规划功能区域的概念及其几何学渐变规律,可以将我们从以往求解航路规划优化问题时的航路距离约束条件中解脱出来,大大提高航路规划的效率。

### 1.3 航路规划功能区域的战术意义

导弹航路规划功能区域的战术意义主要体现在以下 4 个方面。

(1) 可以为指挥员提供直观、准确的航路点选择区域,有利于将战场信息优势迅速转化为指挥员的决策优势。航路规划功能区域将无形的战场位置信息量化、可视化为直观的椭圆区域,有利于指挥员清楚地掌握敌我双方的战场态势,预测导弹武器的火力作用及控制范围,合理进行目标和火力分配以及航路规划等战术决策。

(2) 可以有效提高航路规划的效率。首先,运用航路规划功能区域的几何学渐变规律可以不断缩小航路规划算法的搜索空间,加速算法收敛。其次,利用(剩余)航路规划功能区域还能准确地滤除作战海区内不需要考虑的障碍物和威胁区,只对落入(剩余)航路规划功能区域的通行障碍进行搜索界定,可以有效加快航路规划算法的搜索速度。

(3) 可以验证航路点本身的合理性。如图 3 所示,航路点  $P_{i+1}$  对应的剩余航路规划功能区域  $O_{i+1}$  被障碍物  $D$  切断,航路规划无法继续进行。这时,可以改变航路点  $P_{i+1}$  的位置,使得障碍物  $D$  不会完全切断剩余航路规划功能区域。

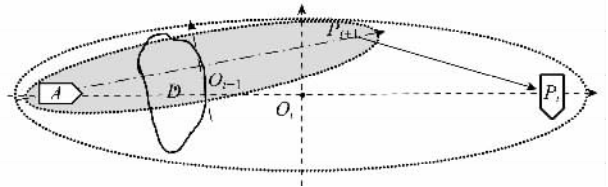


图 3 选择和验证航路点示意图

(4) 可以解决多枚反舰导弹出现航路交叉的问题。如图 4 所示,两艘发射舰分别位于  $A$  点和  $C$  点,需对位于  $B$  点的目标进行导弹同步攻击。两艘发射舰的航路规划功能区域产生了重叠,重叠区域内可能出现航路交叉现象。为此,可以以两个椭圆的交点与  $B$  点的连线  $O_1B$  和  $O_2B$  为界,将重叠区域划分为两个部分,规定各发射舰只能在本舰所在一侧区域进行导弹航路规划,这样就避免了航路交叉现象的发生。

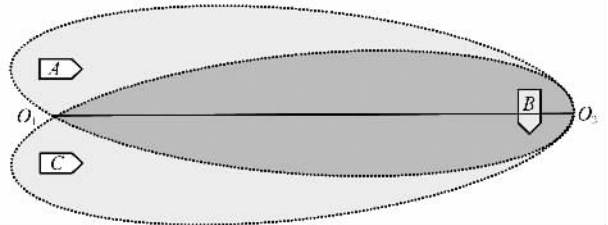


图 4 多平台对单目标导弹航路规划区域划分示意图

对于单舰对多目标同时进行导弹攻击的情况,处理方法类似,只要将攻防对象对调即可。对于多平台对多目标的情况,各平台对各目标的导弹航路规划功能区域相交复杂,但总是可以按照不同的攻击批次和不同的空间将相邻两艘舰为一组进行组合,导弹航路规划区域划分仍以椭圆的交点为划界的主要依据。作者在文献[14]中对导弹航路规划区域划分进行了数学建模和详细分析,这里不再赘述。

## 2 航路点扩展

在解空间中一般存在无数条可行航路,需要设计目标函数来确定最优航路。与其他优化问题不同的是,航路规划并不存在经典数学上的目标函数,而仅需根据实际需要来设计一个可接受的、同时又较为合理的目标函数<sup>[12]</sup>。在航路满足性能约束的前提下,本文主要考虑 3 个因素:较短的航程、航路转向点较少和各航路转向角度绝对值的均方差较小。这是因为:

(1) 导弹频繁地转向或航程太大都将增大自控终点散布误差,因此,应尽可能减少导弹航路转向点的数量;

(2) 航路转向角越大,所产生的航路偏差越大。均方差表现了数据的稳定性,即数据变化幅度的大小。在航路转向点数量一定,航路距离相当的情况下,各转向角度绝对值的均方差越小航路越平顺。因此,应合理限制各转向角度绝对值的均方差,针对每个转向点对航路的平顺性进行控制。

### 2.1 最后一个航路转向点的确定

对于最后一个航路转向点,应从目标点开始,在攻击方向的反方向上进行选择。如图 5 所示,椭圆  $O$  区域为发射点  $A$  对目标点  $B$  的航路规划功能区域,以目标点  $B$  为起点,沿着攻击方向的反方向作射线,与椭圆  $O$  相交于点  $C$ ,设  $D$  为最后一个航路转向点,则应有

$$D = (1 - \lambda)B + \lambda C, \lambda \in (0, 1] \quad (11)$$

$\lambda$  越小,  $D$  点离目标点  $B$  越近;  $\lambda$  越大,  $D$  点离  $C$  点越近,当  $\lambda=1$  时,  $D=C$ 。对于  $\forall D(\lambda_D \in (0, 1))$ , 则有

$$|AC| + |CB| > |AD| + |DB| \quad (12)$$

即  $\lambda \rightarrow 0$ , 航路距离将逐渐减小。

设导弹在  $D$  点处的航路转向角为  $\alpha$ , 在  $C$  点处的航路转向角为  $\beta$ , 则有

$$\beta = \angle CAB + \angle CBA \quad (13)$$

$$\alpha = \angle DAB + \angle DBA \quad (14)$$

显然有:  $\alpha < \beta$ 。即  $\lambda \rightarrow 0$ , 航路转向角逐渐减小, 转向误差也越来越小。

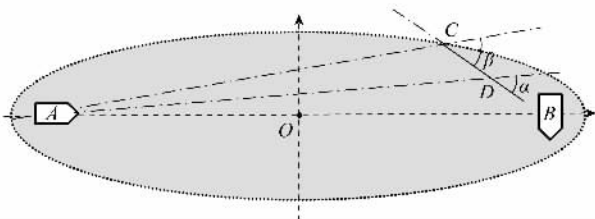


图 5 选择最后一个航路转向点示意图

因此,选择较小的  $\lambda$ ,既遵循了导弹航路规划决策的航路距离最短原则<sup>[13]</sup>,又能减小导弹的转向误差,从而减小自控终点散布误差。

为了确保导弹能够准确进入确定的搜捕航向,可靠捕捉和选择预定目标,导弹到达末制导雷达开机点前必须保持一定的航向。并且,还要考虑导弹转向性能的限制。如图 6 所示,  $R$  为导弹在  $D$  点的转向半径,  $\alpha$  为航路转向角,  $M$  为末制导雷达开机点,令  $MB=l$ ,  $D_2$  为导弹在  $D$  点的转向结束点,  $|D_2M|$  为导弹转向结束后稳定航向所需飞行的最短距离,令  $|D_2M|=V_d \cdot t_w$ 。

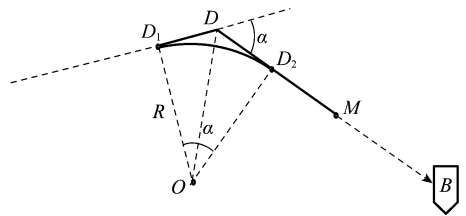


图 6 最后一个航路转向点的约束条件示意图

导弹最后一个航路转向点与目标点的大地距离应满足:

$$|DB| \geq R \cdot \tan(|\alpha|/2) + V_d \cdot t_w + l \quad (15)$$

对于已经设计定型的反舰导弹来说,其飞行速度  $V_d$  和在水平面上的法向需用过载  $n_z$  都已经确定,则转向半径为

$$R = V_d^2 / n_z \quad (16)$$

除此之外,还应考虑到控制误差、动力误差和各种自然因素带来的导航误差。为此,给定一个误差修正量  $d$  来消除误差隐患。 $d$  的取值由航海气象部门根据海区的风向、风速等信息具体确定。

综上所述,在攻击方向的反方向上选取最后一个航路转向点的位置为

$$|DB| = V_d^2 \cdot \tan(|\alpha|/2) / n_z + V_d \cdot t_w + l + d \quad (17)$$

这样,就构造出了满足攻击方向要求的初始理想航路。如果从最后一个航路转向点  $D$  到发射点  $A$  之间的连线上没有威胁障碍物,则接受该航路;否则,进行以下的中间航路转向点扩展。

### 2.2 中间航路转向点的扩展

反舰导弹从发射点向末制导系统开机点的自控飞行过程中,需要避开某些特殊的区域,包括岛屿等自然障碍物、敌方防空火力威胁和雷达探测威胁、己方兵力安全区域等,将这些区域统称为通行障碍。由于反舰导弹在自控飞行段大多采用定高等速的掠海飞行方式,只有高程处于反舰导弹掠海飞行高度及以上的通行障碍才会对其构成影响,因此可以将所有通行障碍数据以等效高程(掠海飞行高度)的形式进行提取,然后以等高线的方式进行描述。则所有的通行障碍都可以转化为二维平面上的等高线集合。相对于其他通行障碍,岛屿的边界比较复杂,其等高线凹凸无规律,可以利用电子海图的岛屿多边形功能对其等高线进行简化处理,采用多边形来描述。而以圆形等高线来描述其他通行障碍。

由于导弹航路不能穿越通行障碍,并且为了遵循航路距离最短原则<sup>[13]</sup>,首先作如下定义,作为中间航路转向点扩展的基础。

**定义 3** 如果经过封闭曲线外一点的所有直线中,至少存在一条直线与此封闭曲线没有交点。那么,这一点与封闭曲线上所有点的连线中,两两所夹角度最大的两条连线称为过该点的封闭曲线的极线,极线与封闭曲线的交点称为极点。如果封闭曲线为圆形,则其切线就是极线,切点就是极点。

中间航路转向点扩展的主要思想是:从最后一个航路转向点开始,当处于任何一个待扩展节点时,首先判断该待扩展节点与发射点之间的连线上是否存在通行障碍,如果不存在,则航路沿直线直接到达发射点;如果存在,则对连线上与当前待扩展节点距离最近通行障碍进行规避:沿着此通行障碍等高线的极线方向寻找并确定新的航路转向点<sup>[15-18]</sup>。以此类推,直到发射点为止。如图 7 所示,具体步骤如下。

是否存在通行障碍,如果存在(如  $D_{11}$ ),则获取连线上距离  $C$  点最近的通行障碍等高线,记为  $D_1$ ,转步骤 2;如果不存在(如  $D_{12}$ ),则以此当前前极点为焦点作剩余航路规划功能区域椭圆,转步骤 4。

**步骤 4** 判断当前后极点与发射点  $A$  之间的连线上是否存在通行障碍,如果不存在,则航路沿直线直接到达发射点,转步骤 7;如果存在,则获取连线上距离当前后极点最近的通行障碍等高线,记为  $D_i (i \in N, i > 1)$ ,转步骤 5。

**步骤 5** 从当前后极点和  $A$  点分别向  $D_i$  作极线,得到 4 个极点  $D_{i1}$ 、 $D_{i2}$ 、 $D_{i3}$ 、 $D_{i4}$ 。其中, $D_{i1}$  和  $D_{i2}$  记为当前前极点, $D_{i3}$  和  $D_{i4}$  记为当前后极点。判断当前前极点和后极点是否处于当前剩余航路规划功能区域之外,如果是,则删除此极点,并终止该极点的航路扩展;如果不是,转步骤 6。

**步骤 6** 判断上一个后极点与当前前极点的连线上是否存在通行障碍,如果存在,则获取连线上距离上一个后极点最近的通行障碍等高线,记为  $D_i (i \in N, i > 1)$ ,并记上一个后极点为当前后极点,转步骤 5;如果不存在,则以此当前前极点为焦点作剩余航路规划功能区域椭圆, $i++$ ,转步骤 4。

**步骤 7** 根据避障前航路、避障后航路与对应极点的位置关系定位航路转向点。共分为 3 种情况:

**情况 1** 如图 8(a) 所示,当避障前航路和避障后航路在对应的前后极点连线的同侧时,两航路延长线交点为对应的航路转向点<sup>[15]</sup>;

**情况 2** 如图 8(b) 所示,当避障前航路和避障后航路在对应的前后极点连线异侧,且避障前航路的延长线与避障后航路终点所在通行障碍不相交时,前极点即为对应的航路转向点<sup>[15]</sup>。删除避障后航路和后极点,并从所得航路转向点向避障后航路终点所在通行障碍作极线,将所得极点作为新的前极点,进行下一步的航路转向点定位;

**情况 3** 如图 8(c) 所示,当避障前航路和避障后航路在对应的前后极点连线异侧,且避障前航路的延长线与避障后航路终点所在通行障碍相交时,则删除避障前、后航路和前、后极点,并从避障前航路起点向避障后航路终点所在通行障碍作极线,将所得极点作为新的前极点,进行下一步的航路转向点定位。

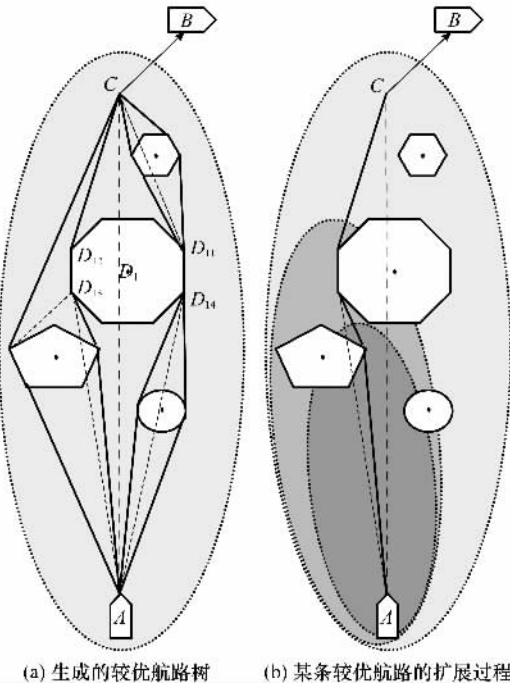


图 7 中间航路转向点的扩展示意图

**步骤 1** 判断最后一个航路转向点  $C$  与发射点  $A$  之间的连线上是否存在通行障碍,如果不存在,则航路沿直线直接到达发射点,规划结束;如果存在,则以  $C$  点为焦点作剩余航路规划功能区域椭圆,并获取连线上距离  $C$  点最近的通行障碍等高线,记为  $D_1$ ,转步骤 2。

**步骤 2** 从  $C$  点和  $A$  点分别向  $D_1$  作极线,得到 4 个极点  $D_{11}$ 、 $D_{12}$ 、 $D_{13}$ 、 $D_{14}$ 。其中, $D_{11}$  和  $D_{12}$  记为当前前极点, $D_{13}$  和  $D_{14}$  记为当前后极点。判断当前前极点和后极点是否处于当前剩余航路规划功能区域之外,如果是,则删除此极点,并终止该极点的航路扩展;如果不是,转步骤 3。

**步骤 3** 判断  $C$  点与当前前极点  $D_{11}$  ( $D_{12}$ ) 的连线上是

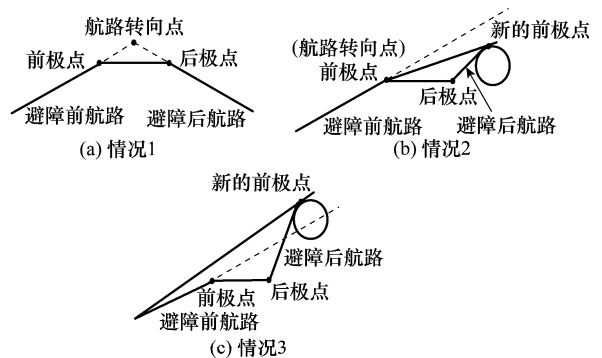


图 8 定位航路转向点示意图

**步骤 8** 根据航路转向角、航路转向点间间距以及第一个航路转向点的性能限制<sup>[13]</sup>,剔除不符合要求的航路。由于(剩余)航路规划功能区域对航路点扩展的全过程限制作用,所得航路不会出现航程超过最大有效射程的情况,因此不需要对航路距离进行检查。

**步骤 9** 经过上述步骤生成的每条航路都能满足局部航程最短,航路转向角最小,都是较优航路。在这些航路中选出所需航路即可。为了避免因单目标函数数量级不同而造成单目标对总目标的影响力相差悬殊,建立目标的模糊满意度函数,并根据作战需要确定合理的权重系数,采用多属性模糊优化方法建立性能指标:

$$T = \max (\omega_n \cdot \mu_n + \omega_l \cdot \mu_l + \omega_\sigma \cdot \mu_\sigma) \quad (18)$$

式中, $\mu_n$ 、 $\mu_l$  和  $\mu_\sigma$  分别为对某条航路的中间航路转向点个数  $n$ 、发射点到最后一个航路转向点的总航路距离  $l$  和各转向角度绝对值的均方差  $\sigma$  的满意度; $\omega_n$ 、 $\omega_l$  和  $\omega_\sigma$  分别为对应的权重系数,有  $\omega_n + \omega_l + \omega_\sigma = 1$ 。

对于  $\mu_n$ 、 $\mu_l$  和  $\mu_\sigma$  的单目标函数  $\min f(x)$ ,存在一个最大可接受值  $f_{\max}(x)$  和一个理想值  $f_{\min}(x)$ ,满意度函数为

$$\mu(f(x)) =$$

$$\begin{cases} 1, & f(x) \leq f_{\min}(x) \\ \frac{f_{\max}(x) - f(x)}{f_{\max}(x) - f_{\min}(x)}, & f_{\min}(x) < f(x) < f_{\max}(x) \\ 0, & f(x) \geq f_{\max}(x) \end{cases} \quad (19)$$

对于  $n$ ,  $f_{\max}(x) = n_{\max} - 1$ ,  $f_{\min}(x) = 0$ ; 对于  $l$ , 如图 7 所示,  $f_{\max}(x) = S_{\max} - |CB|$ ,  $f_{\min}(x) = |AC|$ ; 对于  $\sigma$ ,  $f_{\max}(x) = 45$ ,  $f_{\min}(x) = 0$ 。

### 2.3 极点的求取

本文是将所需规避的通行障碍转化为任意多边形和圆形等高线(集合),然后从待扩展节点向待规避等高线作极线,因此通行障碍规避问题就聚焦到了极线和极点的求取问题。圆形等高线属于规则形状,可以应用平面解析几何或者非线性规划求解。这里只对任意多边形的极线和极点进行求解分析。

以待扩展节点  $O$  为原点(见图 7 中的点  $C$  和  $D_{14}$ ),  $O$  与发射点  $A$  的连线  $OA$  的方向为  $x$  轴正向,建立平面直角坐

标系。则问题可以转化为求解多边形上与原点的连线斜率最大和最小的点。设任意多边形有  $s$  个顶点,按顺(逆)时针方向其坐标依次为:  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_s, y_s)$ , 一定有  $x_i > 0 (i=1, 2, \dots, s)$ 。任取相邻两个顶点的坐标为  $(x_m, y_m)$  和  $(x_n, y_n)$ , 且  $x_m > x_n$ 。则两顶点所确定的多边形的边的方程为

$$y - y_n = \frac{y_m - y_n}{x_m - x_n}(x - x_n), x \in [x_n, x_m] \quad (20)$$

令  $K = (y_m - y_n)/(x_m - x_n)$ , 则该边上任意一点与原点的连线的斜率为

$$k = K - (Kx_n - y_n)/x, x \in [x_n, x_m] \quad (21)$$

当  $x$  取得极值时,  $k$  也取得极值。若  $x_m = x_n$ , 则  $k = y/x_m$ , 当  $y$  取得极值时,  $k$  也取得极值。由此可知,  $k$  在任意边的端点处取得极值。而任意边的端点即为多边形的顶点。因此,多边形上任意点与原点的连线的斜率的极值  $k_{\max}$  和  $k_{\min}$  在其顶点处取得。则有

$$k_{\max} = f_1(x, y) = \max \{y_1/x_1, y_2/x_2, \dots, y_s/x_s\} \quad (22)$$

$$k_{\min} = f_2(x, y) = \min \{y_1/x_1, y_2/x_2, \dots, y_s/x_s\} \quad (23)$$

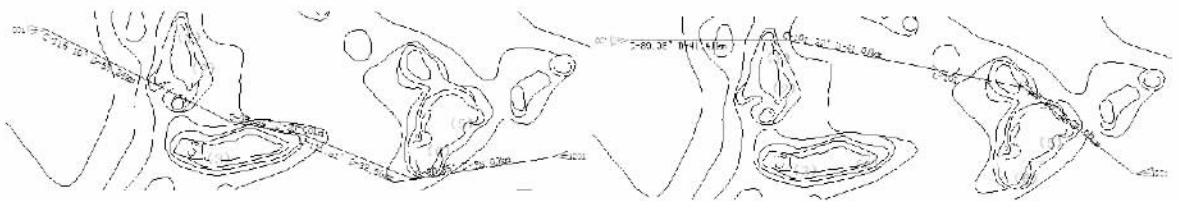
设极点为  $D_1(x_1, y_1)$ 、 $D_2(x_2, y_2)$ , 则有

$$(x_1, y_1) = f_1^{-1}(k_{\max}) \quad (24)$$

$$(x_2, y_2) = f_2^{-1}(k_{\min}) \quad (25)$$

### 3 仿真实例

在 Windows2000 操作系统下,采用 Visual C++6.0 程序设计语言在电子海图上进行编程实现。导弹航路直接采用大地坐标系,即以航路点经纬度坐标的方式表达。航路点间方位、距离等坐标解算可以直接应用大地主题正算和反算算法。作战想定:红方舰艇 001 在某海域对蓝方舰艇 201 实施导弹攻击。红方舰艇 001 性能参数:最大有效射程 300 km,最大转向角  $90^\circ$ ,由发射点转入平飞距离 20 km,航路点间最小距离 20 km,自导距离 20 km,飞行速度  $V_d$  为 340 m/s,在水平面上的法向需用过载  $n_z$  为 11,  $t_w$  为 5 s,误差修正量  $d$  为 1 000 m。实验一:攻击方向为  $80^\circ 33' 00''$ ,  $\omega_n = 0.3$ ,  $\omega_l = 0.5$ ,  $\omega_\sigma = 0.2$ ; 实验二:攻击方向为  $128^\circ 12' 00''$ ,  $\omega_n = 0.5$ ,  $\omega_l = 0.3$ ,  $\omega_\sigma = 0.2$ 。仿真结果如图 9 所示,实验数据如表 1 所示。



(a) 实验一的航路规划结果

(b) 实验二的航路规划结果

图 9 航路规划仿真结果示意图

表 1 实验数据表

序号	$n$ /个	$l$ /km	$\sigma$
实验一	3	145.80	9.71
实验二	2	148.26	8.77

图 9(a)为实验一结果,指挥员对航程满意度要求最高,所得航路经过 3 次转向以最短的距离到达目标点;图 9(b)为实验二结果,指挥员对航路转向点个数满意度要求最高,所得航路经过两次转向以较短的距离到达目标点。由仿真结果可知,由

于(剩余)航路规划功能区域的全过程限制作用,算法不用考虑航路距离约束,运算速度快,能够满足实时规划的要求;算法根据对航路要求的不同进行自适应调整,所得航路都符合反舰导弹航路特征和指挥员意图,算法适应性强。

#### 4 结束语

本文跳出以往航路规划方法的思维模式,提出了一种基于几何学原理的航路规划方法。利用航路规划的几何学性质处理反舰导弹的航路性能约束,通过极线扩展和多属性模糊优化方法搜索到所需航路。该方法充分挖掘并运用了航路规划的数学机理,相对于其他方法,能够更好地被指挥员理解和接受。将该方法应用于编队对多目标的协同航路规划是本课题下一步的研究方向。

#### 参考文献:

- [1] 任敏,霍霄华. 基于异步双精度滚动窗口的无人机实时航迹规划方法[J]. 中国科学:信息科学,2010,40(4):561-568. (Ren M, Huo X H. Real time path planning for UAV based on asynchronous double precision scrolled windows [J]. *Science China Information Sciences*, 2010,40(4):561-568.)
- [2] Kevin P B. High-fidelity real-time trajectory optimization for reusable launch vehicles [D]. California: Naval Postgraduate School,2006:28-40.
- [3] Frazzoli E. Robust hybrid control for autonomous vehicle motion planning[D]. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology,2001.
- [4] Amir T K. Trajectory design for cooperative combat missions[R]. IEEE 978-1-4244-1488-1,2007:1-6.
- [5] Omar M H, Mustafa M M. Voronoi path planning technique for recovering communication in UAVs[R]. IEEE 978-1-4244-1968-5,2008.
- [6] Diederik V, Bram D, Jan S, et al. Time-energy optimal path tracking for robots: a numerically efficient optimization approach[R]. IEEE 978-1-4244-1703-2,2008:727-732.
- [7] Yang G. Optimal path planning for unmanned air vehicles with kinematic and tactical constraints[C] // *IEEE Conference on Decision and Control*,2002:1102-1108.
- [8] Brian R G, Joseph F H, Anthony M D, et al. Optimal path planning of UAVs using direct collocation with nonlinear programming[C] // *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*,2006:6196-6199.
- [9] 彭星光,高晓光,魏小丰. 基于混合多目标进化算法的多无人机侦察路径规划[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(2):326-331. (Peng X G, Gao X G, Wei X F. Multiple UAVs routing in reconnaissance mission based on hybrid multi-objective evolutionary algorithm [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010,32(2):326-331.)
- [10] Ren Bo, Zhou Tao, Yu Lei. Mission planning system for aircraft based on adaptive ant colony optimization algorithm[J]. *Journal of Computational Information Systems*, 2008,4(2):617-622.
- [11] Francois C J. FPGA implementation of genetic algorithm for UAV real-time path planning[J]. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*,2007,54:495-510.
- [12] 周其忠,闫利,关世义,等. 一种针对运动目标的快速航迹规划方法[J]. 系统仿真学报,2007,19(5):987-989. (Zhou Q Z, Yan L, Guan S Y, et al. Fast route planning algorithm towards moving target [J]. *Journal of System Simulation*, 2007,19(5):987-989.)
- [13] 刘钢,周智超,徐清华. 基于舰艇编队的反舰导弹航路规划[J]. 电光与控制,2009,16(2):11-17. (Liu G, Zhou Z C, Xu Q H. Study on route programming of anti-ship missile based on ship formation [J]. *Electronics Optics and Control*, 2009,16(2):11-17.)
- [14] 刘钢,周智超. 基于舰艇编队的反舰导弹航路规划区域划分[J]. 指挥控制与仿真,2008,30(3):22-27. (Liu G, Zhou Z C. Area division in path plan of anti-ship missile based on ship formation [J]. *Command Control and Simulation*, 2008,30(3):22-27.)
- [15] 陈玉文. 反舰导弹航路规划快速搜索算法[J]. 系统仿真学报,2009,21(20):6424-6428. (Chen Y W. Fast search algorithm for anti-ship missile route planning [J]. *Journal of System Simulation*, 2009,21(20):6424-6428.)
- [16] Helgason R V, Kennington J L, Lewis K H. Grid free algorithms for strike planning for cruise missiles[R]. ADA338548, 1998.
- [17] Helgason R V, Kennington J L, Lewis K R. Cruise missile mission planning: a heuristic algorithm for automatic path generation[Z]. 2001,7:473-494.
- [18] Doyle A B, Jones D I. A tangent based method for robot path planning[C] // *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*,1994:1561-1566.