

基于虚拟结构的卫星编队机动控制

冯成涛¹, 王惠南², 刘海颖³

(1. 南京航空航天大学自动化学学院, 江苏 南京 210016;

2. 南京航空航天大学航天学院, 江苏 南京 210016;

3. 南京航空航天大学高新技术研究院, 江苏 南京 210016)

摘要: 针对某些航天任务在小卫星机动过程中需要保持编队构型, 提出了利用虚拟结构解决三星编队机动控制问题。建立了虚拟结构坐标系, 在机动过程中, 三颗卫星视为一个虚拟刚体, 保持编队构型。设计了虚拟结构的动力学和运动学控制器。动力学控制器包含编队队形反馈, 实现对编队速度的控制。针对外加干扰, 设计了姿态变结构控制器, 利用李雅普诺夫方法证明了系统的稳定性。对三星编队机动进行仿真, 实现了编队构型的保持, 验证了方法的有效性。

关键词: 虚拟结构; 卫星编队; 队形反馈; 变结构控制

中图分类号: V 448.2

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2011.01.29

Maneuver control of satellite formation based on virtual structure

FENG Cheng-tao¹, WANG Hui-nan², LIU Hai-ying³

(1. College of Automation, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

3. Academy of Frontier Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: For certain space tasks which need to keep the formation during the maneuvers, the problem of three satellites formation control is solved using virtual structure. A virtual structure frame is presented. Three satellites are treated as a virtual rigid body during the maneuvers. The dynamics and kinematics controllers are designed. Dynamics controller with formation feedback realizes the control of formation velocity. An attitude sliding mode controller is presented with external interference. System stability is proved using the Lyapunov stability theorem and a numerical simulation is performed to verify the effectiveness of the method.

Keywords: virtual structure; satellite formation; formation feedback; sliding mode control

0 引言

小卫星编队飞行可以完成一些单颗卫星无法实现的功能, 具有广泛的应用前景, 是近十年来航天领域的研究热点。就目前文献, 多目标编队的协同策略主要有伴随方法^[1]、基于行为的方法^[1-3]、虚拟结构方法^[4-7]。

两颗小卫星编队大多采用伴随飞行方式, 主星沿着预设轨道, 从星跟踪主星的状态伴随飞行。伴随方法控制简单, 易于实现, 但主星失控, 编队则无法完成。基于行为的方法在分布式控制有着突出的优势, 文献[1]利用基于行为的方法研究了卫星编队相对姿态问题, 并与伴随方法进行了对比仿真。

虚拟结构方法把整个编队视为一个虚拟刚体, 进行整体的控制或机动, 并在机动过程中, 保持编队构型。文献[6]基

于虚拟结构指定无人机的位置, 实现了无人机编队的跟踪控制。文献[7]利用虚拟结构研究了三颗卫星编队, 设计了三颗卫星的动力学和运动学控制器, 并进行了再定位的仿真验证, 但是文献中并没有设计虚拟结构控制器。本文基于虚拟结构, 以三颗卫星编队为例, 设计了虚拟结构的动力学和运动学控制器。动力学控制器包含编队队形反馈, 实现对编队速度的控制; 针对外部干扰, 设计了姿态变结构控制器, 实现对不确定性和外部干扰的鲁棒控制。对三星编队进行了机动仿真, 实现了编队的整体动作, 验证了方法的有效性。

1 编队数学模型

1.1 编队卫星模型

各颗卫星动力学模型为

收稿日期: 2009-12-03; 修回日期: 2010-05-28。

基金项目: 国家自然科学基金(60974107); 教育部博士学科点专项科研基金(20070287007)资助课题

作者简介: 冯成涛(1984-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为小卫星编队轨道姿态控制。E-mail: fctzz@nuaa.edu.cn

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{v}_i \\ M_i \dot{\mathbf{v}}_i = \mathbf{f}_i \end{cases} \quad (1)$$

式中, $i=1,2,3$, 分别表示卫星 1,2,3; \mathbf{r} 和 \mathbf{v} 分别为惯性坐标系下卫星的位置和速度; M 为卫星的质量; \mathbf{f} 为控制力。

卫星姿态动力学方程为

$$\mathbf{J}_i \dot{\boldsymbol{\omega}}_i + \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{J}_i \boldsymbol{\omega}_i = \boldsymbol{\tau}_i \quad (2)$$

式中, \mathbf{J} 为星体转动惯量矩阵; $\boldsymbol{\tau}$ 为控制力矩; $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^\top$ 为惯性系下的卫星角速度。

用单位四元数表示姿态运动学方程为

$$\begin{cases} \dot{q}_{iv} = \frac{1}{2}(q_{i4}\boldsymbol{\omega}_i + \mathbf{q}_{iv} \times \boldsymbol{\omega}_i) \\ \dot{q}_{i4} = -\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}_i^\top \mathbf{q}_{iv} \end{cases} \quad (3)$$

式中, $\mathbf{q} = [q_v^\top \ q_4]^\top = [q_1 \ q_2 \ q_3 \ q_4]^\top$ 是单位姿态四元数, 由矢量和标量两部分构成, 并且满足 $q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 + q_4^2 = 1$ 。

通过矩阵变换, 式(3)可以合并写为^[9]

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega})\mathbf{q} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\Xi}(\mathbf{q})\boldsymbol{\omega} \quad (4)$$

式中, $\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega} \times] & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^\top & 0 \end{bmatrix}$; $\boldsymbol{\Xi}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} q_4 \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\mathbf{q}_v \times] \\ -\mathbf{q}_v^\top \end{bmatrix}$;

$[\boldsymbol{\omega} \times]$ 和 $[\mathbf{q}_v \times]$ 分别是 $\boldsymbol{\omega}$ 和 \mathbf{q}_v 的斜对称矩阵。

1.2 编队虚拟结构模型

坐标系 O 表示地心惯性系; 各卫星体坐标系原点位于卫星质心, 三轴与惯量主轴重合; 定义编队参考坐标系 F 如图 1 所示, 卫星编队理论上视为一个虚拟刚体, 坐标系 F 运动, 编队随之运动。

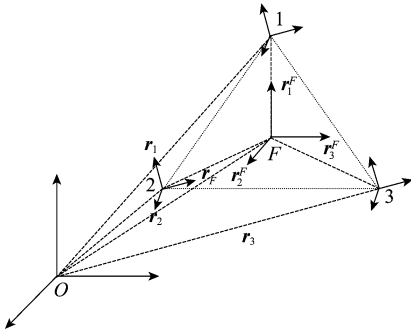


图 1 坐标系

在虚拟刚体结构中, 卫星的期望状态为^[7]

$$\begin{cases} \mathbf{r}_i^d(t) = \mathbf{r}_F(t) + \mathbf{R}_{OF}(t)\mathbf{r}_{iF}^d(t) \\ \mathbf{v}_i^d(t) = \mathbf{v}_F(t) + \mathbf{R}_{OF}(t)\mathbf{v}_{iF}^d(t) + \boldsymbol{\omega}_F(t) \times (\mathbf{R}_{OF}(t)\mathbf{r}_{iF}^d(t)) \\ \mathbf{q}_i^d(t) = \mathbf{q}_F(t)\mathbf{q}_{iF}^d(t) \\ \boldsymbol{\omega}_i^d(t) = \boldsymbol{\omega}_F(t) + \mathbf{R}_{OF}(t)\boldsymbol{\omega}_{iF}^d(t) \end{cases} \quad (5)$$

式中, 上标 d 表示期望状态; $\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{q}_i, \boldsymbol{\omega}_i$ 分别为各卫星在地心惯性系 O 下的位置、速度、单位四元数姿态、角速度; $\mathbf{r}_{iF}, \mathbf{v}_{iF}, \mathbf{q}_{iF}, \boldsymbol{\omega}_{iF}$ 分别为各卫星在编队参考坐标系 F 下的位置、速度、单位四元数姿态、角速度; $\mathbf{r}_F, \mathbf{v}_F, \mathbf{q}_F, \boldsymbol{\omega}_F$ 分别为编队参考

坐标系 F 相对于地心惯性系的位置、速度、单位四元数姿态、角速度; \mathbf{R}_{OF} 是编队参考坐标系 F 到地心惯性系 O 的姿态旋转矩阵, 有

$$\mathbf{R}_{OF} = (q_{4F}^2 - \mathbf{q}_{3F}^\top \mathbf{q}_{3F}) \mathbf{I}_{3 \times 3} + 2\mathbf{q}_{3F} \mathbf{q}_{3F}^\top - q_{4F} [\mathbf{q}_{3F} \times] \quad (6)$$

式中, $\mathbf{q}_F = [q_{3F}^\top \ q_{4F}] = [q_{1F} \ q_{2F} \ q_{3F} \ q_{4F}]$; $[\mathbf{q}_{3F} \times]$ 为 \mathbf{q}_{3F} 的斜对称矩阵; $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ 为三阶单位矩阵。

把各坐标系下的状态、期望状态统一定义为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_i = [\mathbf{r}_i^\top, \mathbf{v}_i^\top, \mathbf{q}_i^\top, \boldsymbol{\omega}_i^\top]^\top \\ \mathbf{X}_i^d = [\mathbf{r}_i^{d\top}, \mathbf{v}_i^{d\top}, \mathbf{q}_i^{d\top}, \boldsymbol{\omega}_i^{d\top}]^\top \\ \mathbf{X}_F = [\mathbf{r}_F^\top, \mathbf{v}_F^\top, \mathbf{q}_F^\top, \boldsymbol{\omega}_F^\top]^\top \\ \mathbf{X}_F^d = [\mathbf{r}_F^{d\top}, \mathbf{v}_F^{d\top}, \mathbf{q}_F^{d\top}, \boldsymbol{\omega}_F^{d\top}]^\top \\ \mathbf{X}_{iF} = [\mathbf{r}_{iF}^\top, \mathbf{v}_{iF}^\top, \mathbf{q}_{iF}^\top, \boldsymbol{\omega}_{iF}^\top]^\top \\ \mathbf{X}_{iF}^d = [\mathbf{r}_{iF}^{d\top}, \mathbf{v}_{iF}^{d\top}, \mathbf{q}_{iF}^{d\top}, \boldsymbol{\omega}_{iF}^{d\top}]^\top \end{cases} \quad (7)$$

设计虚拟结构控制器, 控制虚拟结构状态 \mathbf{X}_F 向期望状态 \mathbf{X}_F^d 运动的同时, 每颗卫星的控制器, 控制卫星状态 \mathbf{X}_i 向期望状态 \mathbf{X}_i^d 运动, 当 \mathbf{X}_F 达到期望状态 \mathbf{X}_F^d , 每颗卫星也达到各自的期望状态 \mathbf{X}_i^d , 完成一次编队的整体机动。在机动过程中, 为了保持编队形状, 卫星相对编队参考坐标系 F 位置和方向不能改变, 即 $\mathbf{r}_{iF}^d, \mathbf{v}_{iF}^d, \mathbf{q}_{iF}^d, \boldsymbol{\omega}_{iF}^d$ 是常量。

2 控制算法设计

2.1 动力学控制器

文献[7]只给出了各颗卫星的控制器, 并没有考虑虚拟结构控制。在本文中, 设计各颗卫星的控制器如下

$$\begin{cases} \mathbf{f}_i = -\mathbf{K}_{ri}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_i^d) - \mathbf{K}_{vi}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_i^d) \\ \boldsymbol{\tau}_i = -\mathbf{K}_{\theta i} \mathbf{q}_{ie} - \mathbf{K}_{\omega i}(\boldsymbol{\omega}_i - \boldsymbol{\omega}_i^d) \end{cases} \quad (8)$$

式中, $\mathbf{K}_{ri}, \mathbf{K}_{vi}, \mathbf{K}_{\theta i}, \mathbf{K}_{\omega i}$ 为正定对称矩阵; \mathbf{q}_{ie} 为卫星姿态误差四元数的矢量部分, 定义为 $\mathbf{q}_{ie} = \mathbf{q}_i^{-1} \otimes \mathbf{q}_i^d = [q_{ie1} \ q_{ie4}]$ 。定义虚拟结构的姿态误差四元数 \mathbf{q}_e 为

$$\mathbf{q}_e = \mathbf{q}_F^{-1} \otimes \mathbf{q}_F^d \quad (9)$$

式中, \otimes 表示四元数乘法; $\mathbf{q}_e = [q_{e1} \ q_{e2} \ q_{e3} \ q_{e4}]^\top$ 。

虚拟结构的动力学模型为

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}_F \\ \dot{\mathbf{v}}_F \\ \dot{\boldsymbol{\omega}}_F \\ \dot{\mathbf{q}}_F \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_F \\ M_F^{-1} \mathbf{f}_F \\ \mathbf{J}_F^{-1}(-\boldsymbol{\omega}_F \times \mathbf{J}_F \boldsymbol{\omega}_F + \boldsymbol{\tau}_F) \\ \frac{1}{2} \boldsymbol{\Xi}(\mathbf{q}_F) \boldsymbol{\omega}_F \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中, M_F, \mathbf{J}_F 分别是虚拟结构的质量和转动惯量, 可以根据设计要求任意选择^[5]。

虚拟结构动力学控制器

$$\begin{cases} \mathbf{f}_F = -\mathbf{K}_r(\mathbf{r}_F - \mathbf{r}_F^d) - \mathbf{K}_v(\mathbf{v}_F - \mathbf{v}_F^d) \\ \boldsymbol{\Gamma}_v = \mathbf{K}_v + \mathbf{K}_F \mathbf{E} \end{cases} \quad (11)$$

式中, $\mathbf{K}_r, \mathbf{K}_v, \mathbf{K}_F$ 为正定对称矩阵; \mathbf{E} 为队形反馈函数, 由两部分组成: 一部分是卫星跟踪误差 \mathbf{E}_1 , 另一部分是编队保持误差 \mathbf{E}_2 。

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = \tilde{\mathbf{X}}_i^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{X}}_i \\ \mathbf{E}_2 = \sum_{i=1}^3 (\tilde{\mathbf{X}}_i - \tilde{\mathbf{X}}_{i+1})^T \mathbf{Q} (\tilde{\mathbf{X}}_i - \tilde{\mathbf{X}}_{i+1}) \end{cases} \quad (12)$$

式中, \mathbf{P}, \mathbf{Q} 为正定对称矩阵; $\tilde{\mathbf{X}}_i = \mathbf{X}_i - \mathbf{X}_i^d$ 。在动力学控制器中, \mathbf{X}_i 只考虑位置和速度两个状态量。当 $\mathbf{K}_F = 0$, 控制器(11)等同于控制器(8); $\mathbf{K}_F \neq 0$ 时, 控制器包含编队队形反馈。卫星脱离期望轨迹, 队形反馈 \mathbf{E} 变大, \mathbf{r}_v 随之变大, 编队趋向期望队形的速度增长, 从而实现对编队速度的控制。

2.2 姿态变结构控制器

在文献[10]单星变结构姿态控制的基础上, 设计虚拟结构编队飞行姿态变结构控制算法。切换函数表示为

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\omega}_F - \boldsymbol{\omega}_F^d + \mathbf{K} \text{sgn}(q_{e4}) \boldsymbol{\Xi}^T(q_d) \boldsymbol{\Xi}(q) \quad (13)$$

设计变结构控制器

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau}_F = & \boldsymbol{\omega}_F \times \mathbf{J}_F \boldsymbol{\omega}_F + \mathbf{J}_F \{ \mathbf{K} \text{sgn}(q_{e4}) [\boldsymbol{\Xi}^T(q) \boldsymbol{\Xi}(q_d) \boldsymbol{\omega}_F^d - \\ & \boldsymbol{\Xi}^T(q_d) \boldsymbol{\Xi}(q) \boldsymbol{\omega}_F] + \boldsymbol{\omega}_F^d - \mathbf{G} \text{sat}(\mathbf{s}, \epsilon) \} \end{aligned} \quad (14)$$

式中, \mathbf{G} 是正定矩阵; sgn 为符号函数; $\text{sat}(\mathbf{s}, \epsilon)$ 为饱和函数, 可以抑制抖动现象, 定义为

$$\text{sat}(\mathbf{s}, \epsilon) = \begin{cases} \text{sgn}(\mathbf{s}), & |\mathbf{s}| \geq \epsilon \\ \mathbf{s}/\epsilon, & |\mathbf{s}| < \epsilon \end{cases} \quad (15)$$

式中, ϵ 是一个正的边界常数。

式(13)和式(14)构成的闭环系统对应的 Lyapunov 函数为

$$\mathbf{V} = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T \mathbf{s} \quad (16)$$

对式(16)进行求导, 得到

$$\dot{\mathbf{V}} = \mathbf{s}^T \dot{\mathbf{s}}$$

利用式(10)、式(13)和式(14), 化简最终得到 $\dot{\mathbf{V}} = -\mathbf{s}^T \mathbf{G} \text{sat}(\mathbf{s}, \epsilon) \leq 0$, 系统稳定。

3 仿真结果与分析

仿真中以三颗卫星编队为例, 进行一次编队的整体机动控制, 验证本文所提出控制算法的可行性和有效性。

假设虚拟结构从 $\mathbf{r}_F(0) = [0, 0, 0]^T$ 机动到 $\mathbf{r}_F^d = [20, 20, 20]^T$, 并且在机动过程中, 编队始终保持原始形状。

卫星的质量为

$$M_1 = M_2 = M_3 = 100 \text{ kg}$$

卫星的转动惯量为

$$\mathbf{J}_1 = \mathbf{J}_2 = \mathbf{J}_3 = 20 \mathbf{I}_{3 \times 3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

在坐标系 F 中, 三颗卫星的期望位置为

$$\mathbf{r}_{1F}^d = [50, 0, 0] \text{ m}$$

$$\mathbf{r}_{2F}^d = [0, 50, 0] \text{ m}$$

$$\mathbf{r}_{3F}^d = [0, 0, 50] \text{ m}$$

期望姿态四元数为

$$\mathbf{q}_{1F}^d = \mathbf{q}_{2F}^d = \mathbf{q}_{3F}^d = [0, 0, 0, 1]^T$$

虚拟结构起始值

$$\mathbf{r}_F(0) = [0, 0, 0]^T, \mathbf{q}_F(0) = [0, 0, 0, 1]^T$$

虚拟结构期望值为

$$\mathbf{r}_F^d = [20, 20, 20]^T$$

$$\mathbf{q}_F^d = \left[\frac{1}{\sqrt{14}} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \frac{2}{\sqrt{14}} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \frac{3}{\sqrt{14}} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right), \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]^T$$

增大 $\mathbf{K}_{r_i}, \mathbf{K}_{v_i}, \mathbf{K}_{q_i}, \mathbf{K}_{\omega_i}$ 的值, 各颗卫星趋向期望状态 \mathbf{X}_i^d 的速度将加快; 增大 $\mathbf{K}_F, \mathbf{K}_v$ 和 \mathbf{K}_F , 虚拟结构趋向期望状态 \mathbf{X}_F^d 的速度会加快。但是这些参数取值不能过大, 否则会引起控制量的增长。具体参数取值如下

$$\mathbf{K}_r = 20 \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{K}_v = 30 \mathbf{I}_{3 \times 3}$$

$$\mathbf{K}_F = 0.1 \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{K}_{r_i} = 10 \mathbf{I}_{3 \times 3}$$

$$\mathbf{K}_{v_i} = 20 \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{K}_{q_i} = 3.2 \mathbf{I}_{3 \times 3}$$

$$\mathbf{K}_{\omega_i} = 5 \mathbf{I}_{3 \times 3}, \mathbf{K} = 0.2, \epsilon = 0.01$$

$$\mathbf{G} = \text{diag}([0.0015 \ 0.0015 \ 0.0015])$$

仿真结果如图 2~图 4 所示。图 2 是利用式(11)和式(8)两个不同的动力学控制器, 得到的各颗卫星和虚拟结构的位置误差变化曲线。由图 2 可以看出, 控制器(11)相对控制器(8)加入队形反馈, 误差减小, 收敛速度加快。图 3 是机动过程中虚拟结构的姿态四元数曲线和期望姿态四元数。图 4 是机动前后编队形状的效果图。在图 4 中, 为方便标示, 用标识 A、B、C 分别代表卫星 1、2、3。A0、B0、C0 是初始构型; A1、B1、C1 是仿真 10 s 的编队构型; A2、B2、C2 是最终编队构型。可以看出, 通过虚拟结构方法, 在机动过程中, 编队构型保持不变。

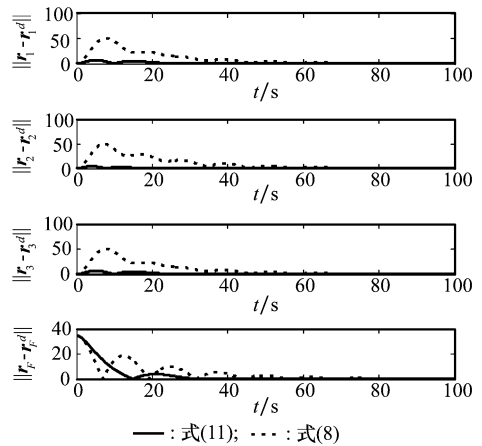


图 2 各颗卫星和虚拟结构的位置误差变化曲线

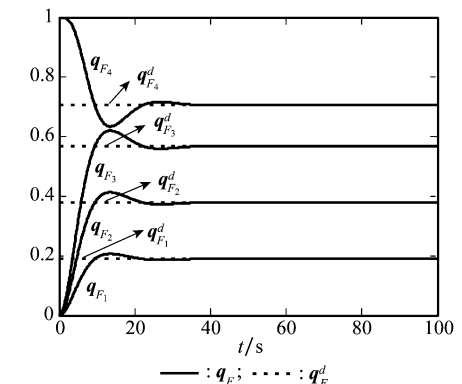


图 3 虚拟结构四元数和期望四元数曲线