文章编号: 1000-6893(1999)03-0272-03

航空发动机控制系统性能恢复设计: H∞/PR

陶　涛, 阎文博
(西北工业大学 709 教研室, 陕西 西安　710072)

PERFORMANCE RECOVERY DESIGN OF AERO-ENGINE CONTROL SYSTEM: H∞/PR

TAO Tao, YAN Wen-bo
(Faculty 709, Northwestern Polytechnical University, Xi′an　710072, China)

摘　要: 对于航空发动机这样一类状态及输出矩阵存在摄动的系统, 提出了一种直接根据性能指标作为恢复的目标的性能恢复理论设计方法。首先进行具有稳定及性能鲁棒性的状态反馈的 H∞控制设计, 然后通过设计一个状态观测器使得上述状态反馈控制的特性得以恢复。

关键词: H∞控制; 全状态反馈; 性能恢复; 性能鲁棒性
中图分类号: V233.7　　文献标识码: A

Abstract: To a class of plant, when the state and output matrixes are both perturbed, a methodology is proposed to design a dynamic output feedback controller based on the full order state observer. When considering the perturbation of the state matrix, via H∞ control theory, a state feedback controller is designed to make the control system be of performance robustness. That is to design a state feedback matrix so that the H∞ norm of the transfer function from w to z will be less than a specified value. To the perturbed plants, a full order state observer is designed to ensure that the performance of the full state feedback control system is recovered. The objective is to design an observer matrix so that the H∞ norm of the closed loop transfer function be less than the same specified value in designing the state feed back controller. In this paper, the problem to design an observer matrix is simplified to be a standard H∞ state feedback control problem under an assumption.

Key words: H∞ control; full state feedback; performance recovery; performance robustness

LQG/LTR 设计方法实际上是一种动态输出反馈控制器的设计方法, 与一般的动态输出反馈控制不同的是, LQG 的动态输出反馈是基于状态观测器实现的; 增加 LTR 步骤的目的是为了解决 LQG 设计稳定裕度低的问题。在 LQG/LTR 设计中, LTR 所恢复的是系统的开环传递函数, 如对象输入端或输出端的回比函数。

如果在恢复过程中, 直接选取状态反馈系统扰动至评价信号的闭环传递函数作为目标函数, 从而设计基于状态观测器的动态输出反馈控制器使其与对象组成的闭环系统相应的闭环传递函数逼近目标函数, 则称这种恢复为闭环传输恢复或闭环 CLTR[1,2]。

前述两种恢复均指传递函数恢复, 如果直接采用性能指标作为恢复的目标显然也是一种可行的方案。国内学者申铁龙就这一问题有详细的讨论[3], 但由于没有涉及对象 C 阵的摄动, 对本文所研究的问题少有帮助, 本文将就 C 存在摄动的情况进行性能恢复的讨论。为与前两种恢复有所区别, 将其称为 H∞/PR(performance Recovery)。

1　具有性能鲁棒性的 H∞状态反馈控制器设计

为了使状态反馈控制对系统的结构参数摄动具有性能和稳定鲁棒性, 针对发动机这一对象, 给出如下 H∞状态反馈控制提法。

考虑如下对象

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + \$A)x + Bu + B_1 w \\ z = C_1 x + D_{12} u \\ y = (C + \$C)x + D_{21} w \end{cases} \tag{1}$$

式中: $A \in R^{n\times n}$; $B \in R^{n\times m}$; $C \in R^{m\times n}$; $B_1 \in R^{n\times d}$; $D_{21} \in R^{m\times d}$ 为标称对象的状态、输入、输出及干扰矩阵; w 为干扰量; C_1 和 D_{21} 与设计时的性能要求有关; $\$A \in R^{n\times n}$, $\$C \in R^{m\times n}$ 为相应的摄动阵且满足

$$\begin{bmatrix} \$A \\ \$C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = 2F \quad 且\ \|2\| \leqslant Q\quad Q > 0 \tag{2}$$

设计状态反馈

$$u = K_c x \tag{3}$$

使得对于任何满足式(2)的 $\$A$, 闭环系统满足如下设计指标:

收稿日期: 1998-06-15　修订日期: 1998-10-19

¹ 闭环系统内部稳定;

º $\| T_{zw} \|_\infty = \| (C_1 + D_{12}K_c)(sI - A - \$A - BK_c)^{-1}B_1 \|_\infty < 1$。

上述问题可通过将其转化为 H∞ 状态反馈标准问题求解, 具体见文献[4, 5]。

2 性能恢复: PR

LTR 和 CLTR 设计中均没有考虑对象输出矩阵 C 的摄动, 那么, 当对象模型变化时就有可能无法实现有效的传输恢复。因此, 当对象存在结构参数摄动时进行传输恢复成为本文非常关心的问题, 并希望给出有意义的结论。

首先给出 2 个辅助定理:

定理 1[6]　设系统实现为 $\dot{x} = Ax + Bu, y = Cx + Du$, 则 A 是稳定的且 $\| C(sI - A)^{-1}B + D \|_\infty < C$, $C > 0$ 的充分及必要条件是 $R = C^2I - D^TD > 0$ 成立且存在标量 $E > 0$ 使方程

$$P(A + BR^{-1}D^TC) + (A + BR^{-1}D^TC)^TP + PBR^{-1}B^TP + C^T(I + DR^{-1}D^T)C + EI = 0$$

有正定解 $P > 0$。

定理 2[5]　设 $\$A = E2F$, 其中 $2 = \mathrm{diag}(2_1\ 2_2\ \cdots\ 2_r)$ 且 $\bar{R}(2_i) \leqslant 1, i = 1, 2, \cdots, r$, 则存在正定阵 $P > 0$ 使得下式

$$P(A + \$A) + (A + \$A)P + PBB^TP + C^TC < 0$$

成立的充分及必要条件是存在标量 $K > 0$ 满足

$$A^TP + PA + P(BB^T + K^2EE^T)P + C^TC + \frac{1}{K^2}F^TF < 0$$

进行 H∞ 全状态反馈控制设计的前提为系统的状态量可全部获得。如果状态量不能全部获得, 则需要设计一个状态观测器以估计状态, 同时实现上述状态反馈。这种基于状态观测器的动态输出反馈控制器可描述如下

$$\left.\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x}) \\ u &= K_c\hat{x} \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

式中: $\hat{x}$ 为估计状态; K_f 为待设计的状态观测增益阵; K_c 为式(3)确定的状态反馈增益阵。

由式(4)得到状态观测器的传递函数如下

$$K(s) = K_c(sI - A - BK_c + K_fC)^{-1}K_f \quad (5)$$

考虑式(1)给定的结构参数存在摄动的对象, 假设摄动有界且由式(2)给定。当采用式(3)给定的状态反馈时, 干扰信号 w 至评价信号 z 的传递函数为

$$T_{zw} = (C_1 + D_{12}K_c)(sI - A - \$A + BK_c)^{-1}B_1$$

并有　$\| T_{zw}(s) \|_\infty < 1$

当采用基于状态观测的动态反馈控制器式(4)时

$$T^o_{zw} = (C_1 + D_{12}K(s)(C + \$C))(sI - A - \$A + BKs)(C + \$C))^{-1}(B_1 + BKD_{21}) + D_{12}K(s)D_{21}$$

其中: $K(s)$ 由式(5)给定。

现在考虑如何求得观测增益阵 K_f 使得下式成立

$$\| T^o_{zw}(s) \|_\infty < 1 \quad (6)$$

上式意味着, 当采用基于状态观测的动态反馈控制器时, 闭环系统的性能"恢复"为原状态反馈系统的性能。

由式(1)和式(4)得到动态输出反馈下的闭环系统状态空间描述

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= (A_o + \$A_o)x + B_ow \\ z &= C_ox \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

式中: $A_o = \begin{bmatrix} A & BK_c \\ K_fC & A + BK_c - K_fC \end{bmatrix}$, $B_o = \begin{bmatrix} B_1 \\ K_fD_{21} \end{bmatrix}$, $C_o = [C_1\ \ D_{12}K_c]$, $\$A_o = \begin{bmatrix} \$A & 0 \\ K_f\$C & 0 \end{bmatrix}$

$\$A_o$ 可分解为如下形式

$$\$A_o = E_o2_oF_o$$

式中:

$E_o = \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ K_fE_2 & 0 \end{bmatrix}$; $2_o = \begin{bmatrix} 2/Q & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; $F_o = \begin{bmatrix} QF & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$。

由定理 1, 闭环系统内部稳定, 且式(6)成立的充要条件是, 存在对称正定阵 $P = P^T > 0$ 使得如下 Riccati 不等式成立

$$P(A_o + E_o2_oF_o) + (A_o + E_o2_oF_o)^TP + PB_oB_o^TP + C_o^TC_o < 0 \quad (8)$$

由定理 2, 若存在 $K > 0$ 则以下 Riccati 不等式与式(8)等价

$$PA_o = A_o^TP + P(B_oB_o^T + K^2E_oE_o^T)P + C_o^TC_o + \frac{1}{K^2}F_o^TF_o < 0 \quad (9)$$

根据不等式(9)可构造如下增广对象

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= A_ox + [B_o\ \ KE_o]\tilde{w} \\ \tilde{z} &= \begin{bmatrix} C_o \\ \frac{1}{K}F_o \end{bmatrix}x \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

上式可认为是如下对象

$$\left.\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + \tilde{B}_1\tilde{w} \\ \tilde{z} &= \tilde{C}_1x + \tilde{D}_{12}u \\ y &= Cx + \tilde{D}_{21}\tilde{w} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

其中: $\tilde{B}_1 = [B_1 \quad KE_1]$, $\tilde{C}_1 = \begin{bmatrix} C_1 \\ \frac{Q}{K}F \end{bmatrix}$, $\tilde{D}_{12} = \begin{bmatrix} D_{12} \\ 0 \end{bmatrix}$,

$\tilde{D}_{21} = [D_{21} \quad KE_2]$

与动态输出反馈控制器

$$\left.\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + B\tilde{u} + K_f(y - C\hat{x}) \\ u &= K_c\hat{x} \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

构成的闭环系统。

此时, $\tilde{w}$至$\tilde{z}$的传递函数为 T^{o}_{zw}。若 $\| T^{o}_{zw} \|_\infty < 1$, 则式(6)成立。

可以证明[2]

$$T^{o}_{zw}(s) = T_{\tilde{z}\tilde{w}} + T_{\tilde{z}u}(s)M_f(s) \qquad (13)$$

其中: $T_{\tilde{z}\tilde{w}}$, $T_{\tilde{z}\tilde{u}}(s)$为增广对象式(11)在状态反馈

$$u = K_c x$$

作用下控制量 u 和干扰量 $\tilde{w}$至 $\tilde{z}$的传递函数, 且

$$T_{\tilde{z}\tilde{w}} = (\tilde{C}_1 + \tilde{D}_{12}K_c)(sI - A - BK_c)^{-1}\tilde{B}_1$$

$$T_{\tilde{z}u}(s) = (\tilde{C}_1 + \tilde{D}_{12}K_c)(sI - A - BK_c)^{-1}B + \tilde{D}_{12}$$

$$M_f(s) = K_c(sI - A + K_fC)^{-1}(\tilde{B}_1 - K_f\tilde{D}_{21})$$

于是, 式(13)成为

$$T^{o}_{\tilde{z}\tilde{w}}(s) = (\tilde{C}_1 + \tilde{D}_{12}K_c)(sI - A - BK_c)^{-1}(\tilde{B}_1 + BM_f(s)) + \tilde{D}_{12}M_f(s) \qquad (14)$$

为简化问题, 下面假设

$$D_{12} = 0 \qquad (15)$$

根据 $\tilde{D}_{12}$的表达式可得 $\tilde{D}_{12} = 0$, 从而, 式(14)简化为

$$T^{o}_{\tilde{z}\tilde{w}}(s) = \tilde{C}_1(sI - A - BK_c)^{-1}(\tilde{B}_1 + BM_f(s)) \qquad (16)$$

显然, 如果 $\| \tilde{B}_1 + BM_f(s) \|_\infty$充分小的话, 一定有 $\| T^{o}_{\tilde{z}\tilde{w}} \|_\infty < 1$。这样, 就将求 K_f 的问题转换成了找 K_f 使

$$\| \tilde{B}_1 + BM_f(s) \|_\infty < C, C > 0 \qquad (17)$$

其中: C为充分小的正数。

问题式(17)可转化为其等价问题, 即, 寻找 K_f^T 使下式成立。

$$\| \tilde{B}_1^T + M_f^T(s)B^T \|_\infty < C, C > 0 \qquad (18)$$

为了求解 K_f^T, 根据式(18)构造如下辅助对象

$$\left.\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A^T\hat{x} - C^T\hat{u} + K_c^TB^T\hat{w} \\ \hat{z} &= \tilde{B}_1^T\hat{x} - \tilde{D}_{21}^T\hat{u} + \tilde{B}_1^T\hat{w} \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

状态反馈为

$$\hat{u} = K_f^T\hat{x} \qquad (20)$$

到此, 已经将 PR 问题转换为 H_∞状态反馈标准问题。于是, 可得出如下结论:

定理 3 对于对象式(1), 当 $D_{12} = 0$ 时, 若以式(19)为增广对象的 H_∞状态反馈标准问题有解, 设所得的状态反馈观测器增益阵为 K_f^T, 则 K_f 即为使式(6)成立的动态输出反馈控制器的状态观测增益阵。

3 结 论

本文在进行 H_∞恢复设计时, 明确地将结构参数摄动考虑在状态反馈设计中, 就此而言, 所设计的状态反馈 H_∞控制器优于 LQG/LTR 中的状态反馈器。本文提出了相应的状态观测器增益阵的解法, 在进行 PR 设计时, 指出进行恢复设计时应当考虑对象结构参数摄动对恢复的影响, 在 $D_{12} = 0$ 的假设时, 提出了考虑对象 A 阵和 C 阵存在摄动时状态观测器增益的求解方法。

本文的结论为一类状态及输出矩阵存在摄动的系统的 H_∞/PR 控制器设计提供了理论基础。当 $D_{12} \neq 0$ 时, 如何进行 PR 设计还有待于进一步研究。

参 考 文 献

[1] Saeki M. H_∞/LTR Procedure with specified degree of recovery[J]. Automaica, 1992, 28(3): 509～517.

[2] Chen B M, Saberi M, Ly U L, et al. Closed-Loop transfer recovery with observer-based controllers. Part 1: Analysis Control and dynamic systems: Advances in theory and applications[M]. Academic Press, Inc, 1991. 246～293.

[3] 申铁龙. 基于观测器的 H_∞鲁棒次优性能恢复设计[J]. 自动化学报, 1994, 20(6): 743～749.

[4] 陶涛. 航空发动机鲁棒控制研究[D]. 西安: 西北工业大学, 1997.

[5] 申铁龙. H_∞控制理论及应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996. 177～182.

[6] Doyle J, Glover K, Khargonekar P, et al. State-space solutions to sandard H_2 and H_∞ control problem[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1989, 34(8): 831～847.

作者简介:

陶 涛, 1964 年生于黑龙江省齐齐哈尔市, 1986 年在西北工业大学航空发动机系获学士学位, 1989 年在西北工业大学航空发动机系获硕士学位, 1997 年在西北工业大学航空发动机系获博士学位。现为西北工业大学讲师。研究兴趣: 非线性动力学, 鲁棒控制, 智能控制, 航空发动机建模。

闫文博, 1965 年生于陕西省西安市, 1987 年在北京航空学院航空发动机系获学士学位, 1997 年在西北工业大学航空发动机系获硕士学位, 现为西北工业大学讲师。研究兴趣: 非线性动力学, 航空发动机结构及强度。