第9卷 第8期
1988年8月

航空学报
ACTA AERONAUTICA ET
ASTRONAUTICA SINICA

Vol. 9 No. 8
Aug. 1988

对工程经验法的理论分析

北京航空航天大学　杨为民　屠庆慈　陆廷孝

摘　要　用数字仿真法，对工程经验法进行理论分析，建立了寿命试验中所需的参数：样本量n、可靠性$r\%$、显著性水平与各经验系数K_i之间的量化关系，从而为各经验系数K_i的确定与选取提供理论依据，以满足厂内寿命试验方案设计或评定产品首翻期的有关要求。

关键词　寿命，寿命试验，寿命评估，小子样，工程经验法。

前　言

工程经验法主要用于厂内试验产品定、延寿，评定产品的耐久性。

"工程经验法"加以理论分析，可为合理选择经验系数K、K_0、K_1提供理论依据，以满足厂内寿命试验方案设计或评定产品首翻期的有关要求。

一、工程经验法中n（r=0）状况的分析

据文献[6]产品寿命试验到T时，全部产品未出现关联失效时，产品首翻期初始值为

$$T_0=T/K \tag{1}$$

式中　T—每台产品试验时间；

K—经验系数，一般为1.5。

产品寿命分布及引起产品翻修的耗损型失效分量分布，使用二参数威布尔分布描述，有较广泛的适应性。

产品寿命服从二参数威布尔分布的分布函数，可靠度函数分别为

$$F(t)=1-\exp[-(t/\eta)^m] \tag{2}$$

$$R(t)=\exp[-(t/\eta)^m] \tag{3}$$

其中，m为形状参数（$m>0$）；η为特征寿命($\eta>0$)。用$\bar{\eta}(t)$表示在t时刻，分布的百分位点，即

$$\bar{\eta}(t)=t/\eta \tag{4}$$

则式(2)和式(3)可表示为下述形式

$$F(t)=1-\exp[-(\bar{\eta}(t))^m] \tag{5}$$

$$R(t)=\exp[-(\bar{\eta}(t))^m] \tag{6}$$

1987年1月20日收到

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

n个产品在$(0,t)$内失效r个的概率为

$$p(x=r)=\binom{n}{r}\{1-\exp[(-t/\eta)^m]\}^r\{\exp[-(t/\eta^m)]\}^{n-r} \tag{7}$$

设c为合格判定数，则在确定t、n、c和显著性水平β的条件下，如给出满足规定可靠度单边置信下限$R_{Lr=0}(T_0)$所对应时间T_0，则

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{r=0}^{c}\binom{n}{r}[1-R_{Lr=0}(T_0)^{(t/T_0)^m}]^r[R_{Lr=0}(T_0)^{(t/T_0)^m}]^{n-r}=\beta\\&\alpha=1-\beta\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

其中，α—置信度

在研究$n(r=0)$状况时，n个受试产品的试验截尾时间$t=T$，由于规定合格判定数$c=0$，并将$R_{Lr=0}(T_0)$记为R_0，则(8)式可变为

$$R_0^{(T/T_0)^m}=\beta^{1/n} \tag{9}$$

即，

$$T/T_0=(\ln\sqrt[n]{\beta}/\ln R_0)^{1/m} \tag{10}$$

当确定了显著性水平β和可靠度单边置信下限($R_0=r_x$)指标后，按(10)式和(1)式得出系数K。

$$K=T/T_0=(\ln\sqrt[n]{\beta}/\ln R_0)^{1/m} \tag{11}$$

本文对不同的n、m、β和$r\%$组合，使用公式(11)进行计算。同时使用蒙特卡罗数字仿真法进行计算，两种方法计算结果一致。对于$n(r=0)$状况，工程经验法公式(1)的经验系数K的计算结果，以$n=2$为例列于表1～表4。

二、对工程经验法中(r=n)状况的分析

据文献[6]，产品寿命试验到t_n截止时，全部产品先后出现了关联失效。则产品首翻期为

$$T_{0n}=\sum_{i=1}^{n}t_i/nK_1 \tag{12}$$

式中K_1为经验系数，其值一般大于1.5。

对$n(r=n)$状况进行数字仿真分析，实质上是用n个产品进行一次全数寿命试验，分别用形状参数$m=2,2.5,3,4$的威布尔分布描述产品寿命分布。

设耗损型威布尔分布为

$$R(t)=\exp[-(t/\eta)^m]=\exp[-(\eta(t))^m] \qquad (m>1)$$

失效分布函数$F(t)=1-\exp[-\eta(t))^m]$

采用数字仿真方法解决此类问题十分有较，其仿真模型为

失效时间随机值t_i

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$t_i=F^{-1}(\xi_i)=\eta\left[-\ln(1-\xi_i)\right]^{1/m} \tag{13}$$

其中，ξ_i—随机数序列；$i=1,2,\cdots\cdots,n$；n为一次试验中样品数。

在N次仿真运行中($n=1,2,3,\cdots\cdots,j,\cdots\cdots,N$)，每次运行抽取受试样品数为$n$，则在第$j$次仿真运行中，按工程经验法公式(12)，首翻期估计值为

$$T_{0nj}=\sum_{i=1}^{n}t_{ij}/nK_1 \tag{14}$$

将(13)式代入(14)式，则

$$T_{0nj}=\left\{\sum_{i=1}^{n}\eta\left[-\ln(1-\xi_{ij})\right]^{1/m}\right\}/nK_1 \tag{15}$$

其中，ξ_{ij}为第j次运行中第i个随机数。

为使计算结果具有通用性，使用标准威布尔分布进行数字仿真，令$\bar{T}_{0n}$表示T_{0n}的百分位（即T_{0n}/η），$\bar{T}_0$表示T_0的百分位（即T_0/η）。使用区间统计法，求解$\bar{T}_{0n}\geqslant\bar{T}$概率$P(\bar{T}_{0n}\geqslant\bar{T}_0)$

$$P(\bar{T}_{0n}\geqslant\bar{T}_0)=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\phi_j(\bar{T}_{0n}) \tag{16}$$

式中

$$\phi_j(\bar{T}_{0n})=\begin{cases}1 & 当\bar{T}_{0n}\geqslant\bar{T}_0\\ 0 & 当\bar{T}_{0n}<\bar{T}_0\end{cases} \tag{17}$$

其中$\bar{T}_0$为对于形状参数为m的标准威布尔分布中，$R(T_0)=r\%$所对应的百分位，为

$$\bar{T}_0=\left[-\ln(1-R(T_0))\right]^{1/m} \tag{18}$$

令

$$P(\bar{T}_{0n}\geqslant\bar{T}_0)=\beta \tag{19}$$

则由公式(13)至式(19)使用仿真方法即可求出一组n、m、$r\%$、β参数所对应的K_1值。将K_1值代入公式(12)算出的首翻期为具有显著性水平为β的T_{0n}的单边置信下限。

将不同的n、m、β值和$r\%$进行组合。在$n(r=n)$状况下，对工程经验法公式(12)的经验系数K_1进行数字仿真运算，其结果以$n=2$为例列于表1～表4。

三、对工程经验法中n(n＞r＞0)状况的分析

产品寿命试验到t_0截止时，有r个产品出现了关联失效，则首翻期为[6]

$$T_{0r}=\left[\sum_{i=1}^{r}t_i+(n-r)t_0/nK_0\right] \tag{20}$$

式中 t_i—第i个产品出现关联失效时间； K_0—经验系数，取值$K_0=1.5$；
n—被试样品数；

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

r—失效产品数。

1．理论分析的前提条件

由于失效前工作时间(t_i)的不确定性而难以决定截尾时间t_0，因此，首先利用$n(r=0)$状况进行试验方案设计，定出试验截尾时间T，若在$t\leqslant T$的时间范围内，出现了$n(n>r>0)$的状况，即出现了使用工程经验法公式(20)的情况。此时$t_0=T$，本文即在此前提条件下研究公式(20)的理论分析问题。

2．n(n>r>0)状况数字仿真

使用Monte Carlo方法进行失效前工作时间随机抽样

$$t_i=\eta[-\ln(1-\xi_i)]^{1/m} \tag{21}$$

$$\eta(t_i)=t_i/\eta=[-\ln(1-\xi_i)]^{1/m} \tag{22}$$

其中，$\eta(t_i)$为t_i的百分位。

试验截尾时间$t_0=T$，则

$$\eta(t_0)=T/\eta \tag{23}$$

在$n(n>r>0)$情况下，在T时刻，显著性水平为β的可靠度单边置信下限为

$$R_{Lr>0}(T)=\exp[-(T/\eta_{Lr>0})^m](\alpha=1-\beta) \tag{24}$$

其中，$\eta_{Lr>0}$为特征寿命η具有显著性水平为β的单边置信下限。

在进行数字仿真时，以偏于保守的方式处理，用$\eta_{Lr>0}$取代(23)式中的η，即以截尾时间百分位单边置信上限$\eta_u(t_0)$作为试验截尾时间。

$$\eta_u(t_0)=T/\eta_{Lr>0} \tag{25}$$

将(22)式、(25)式代入(20)式，经整理后得

$$T_{0r}=[\sum_{i=1}^{r}\eta(t_i)+(n-r)T/\eta_{Lr>0}]/nK_0$$

$$=\{\sum_{i=1}^{r}[-\ln(1-\xi_i)]^{1/m}+(n-r)\eta_u(t_0)\}/nK_0 \tag{26}$$

3．n(n>r>0)状态仿真区的确定

试验截尾时间T（绝对时间尺度），是由$n(r=0)$状态确定的。在$n(r=0)$状态下，显著性水平为β，可靠度单边置信下限

$$R_{Lr=0}(T)=\exp[-(T/\eta_{Lr=0})^m] \tag{27}$$

其中，$\eta_{Lr=0}$为显著性水平为β时，特征寿命的单边置信下限。可以证明

$$T/\eta_{Lr=0}=[\ln(1/\sqrt[n]{\beta})]^{1/m} \tag{28}$$

若试验截尾时间为T，发生了$n(n>r>0)$情况，则给定同样显著性水平β时，可靠度单边置信下限

$$R_{Lr=0}(T)=\exp[-(T/\eta_{Lr>0})^m] \tag{29}$$

在具有同样显著性水平β，受试子样n和相同的形状参数m情况下，因为

$$R_{Lr=0}(T)>R_{Lr>0}(T) \tag{30}$$

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

所以，将(27)式和(29)式代入(30)式得

$$\exp[-(T/\eta_{LT=0})^m]>\exp[-T/\eta_{LT>0})^m] \tag{31}$$

$$T/\eta_{LT>0}>T/\eta_{LT=0} \tag{32}$$

由(25)式和(32)式可知，仿真必须在$\eta_u(t_0)>T/\eta_{LT=0}$的区域内进行。

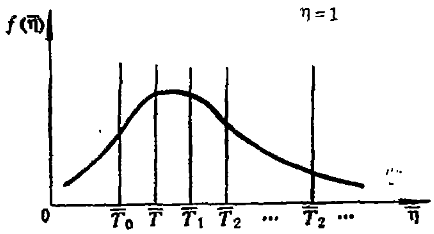

图1　标准威布尔分布

4. n(n>r>0)状况的仿真模型

设定形状参数为m的标准威布尔分布(图1)。

$\bar T_0$为标准威布尔分布中$R(\bar T_0)=r\%$对应的百分位。

图1中$\bar T=T/\eta_{LT=0}$，$\bar T_1,\bar T_2,\cdots\cdots,\bar T_z$为大于$\bar T$的各百分位点，对$n(n>r>0)$状况进行仿真时，分别以$\bar T_1,\bar T_2,\cdots\cdots,\bar T_z$截尾。

在第j次仿真运行中，(26)式可为

$$T_{0r_j}=\left\{\sum_{i=1}^{r_j}[1-\ln(1-\xi_{ij})]^{1/m}+(n-r_j)\bar T_z\right\}/nK_0 \tag{33}$$

其中，j—运行次数$(j=1,2,3,\cdots\cdots N)$；　r_j—第j次运行中失效的总数；K_0—经验系数；

n—每一次运行时受试子样数。

同理，使用区间统计法，求解$\bar T_{0r}\geqslant\bar T_0$的概率

$$P(T_{0r}\geqslant T_0)=\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\phi_j(\bar T_{0r}) \tag{34}$$

状态变量

$$\phi_j(\bar T_{0r})=\begin{cases}1 & \text{当}\ \bar T_{0r}\geqslant\bar T_0\\ 0 & \text{当}\ \bar T_{0r}<\bar T_0\end{cases} \tag{35}$$

其中，$\bar T_0$为$R(T_0)=r\%$对应的百分位

$$\bar T_0=[-\ln(1-R(T_0))]^{1/m} \tag{36}$$

在约定显著性水平为β时，令

$$P(\bar T_{0r}\geqslant\bar T_0)=\beta \tag{37}$$

通过数字仿真在某一截尾百分位$\bar T_z$条件下，即可求出与一组n、m、$r\%$、β参数组合下的对应K_0值。将K_0代入公式(20)算出的首翻期为具有显著性水平为β的T_{0r}单边置信下限。

仿真结果表明，在截尾百分位$\bar T_z$不同时，$n(n>r>0)$状况出现的概率不同，可以证明

$$P[n(n>r>0)]=1-\{[R(\bar T_z)]^n+[1-R(\bar T_z)]^n\} \tag{38}$$

在n为某确定值时，(38)式表明

$$P[n(n>r>0)]=f(\bar T_z) \tag{39}$$

仿真结果还表明，在仿真区$(\bar T_z>\bar T)$内，$K_0=f(\bar T_z)$，且随着$\bar T_z$的增长，K_0值单调增大，可以证明，在相同参数组合下，K_0的取值上限为K_1。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

仿真计算结果如表1

表1　仿真计算结果

$\overline{T}$	$\overline{T}_1$	$\overline{T}_2$	$\overline{T}_3$	……	$\overline{T}_z$	……	$\overline{T}_K$
$K_0(\overline{T})$	K_{01}	K_{02}	K_{03}	……	K_{0z}	……	$K_0=K_1$
$P(\overline{T})$	$P(\overline{T}_1)$	$P(\overline{T}_2)$	$P(\overline{T}_3)$	……	$P(\overline{T}_z)$	……	$P(\overline{T}_K)$

表中$\overline{T}_K$为对应于$K_0=K_1$时的截尾百分位。

K_{0z}在$(\overline{T},\overline{T}_K)$范围内各取值对应于不同的$P(\overline{T}_z)$值，在工程应用中，可以使用$K_{0z}$的概率平均值，（用$K_0$记此值）

$$K_0=\sum_{z=1}^{K-1}(K_{0z})P(\overline{T}_z)\Big/\sum_{z=1}^{K-1}P(\overline{T}_z)$$

文中在各种参数组合$(n,m,r\%,\beta)$情况下进行大量数字仿真，K_0取值的仿真结果以$n=2$为例列于表1～表4。

四、仿真结果及其分析

1. 仿真结果

本文在受试子样数$n=2,3,5$,威布尔分布形状参数$m=2,2.5,3,4$及可靠度$r\%=0.6,0.7,0.8,0.9$，显著性水平$\beta=0.1,0.2,0.3,0.4$各种组合情况下使用数字仿真方法，对工程经验系数K,K_0,K_1的取值进行了研究，仿真结果列于表1～表4。可以用于寿命试验方案设计或用于已有的某个定时截尾寿命试验的结果评估，同时可以用于对寿命试验中各参数相互匹配的关系进行分析研究。

2. 用于寿命试验方案设计

产品翻修的耗损型威布尔分布的形状参数，一般情况下$m\geqslant3$，亦有部份产品并非如此。通常可通过对同类产品的对比分析，对产品在已有使用中信息的评估以及用FMECA分析等方法，初步估计产品的m可能取值范围。通常可推荐m取值为2.5～4。

有关方面根据需要与可能，约定延寿（或定寿）目标T_0以及$r\%$和β值。在一定的m值条件下，选择恰当的受试子样$n(n\geqslant2)$，按$n(r=0)$状况设计寿命试验截尾时间T。查相应表格确定K值，则试验截尾时间$T=KT_0$。如果实际试验结果出现$n(r=0)$状况，则延寿目标T_0值在满足双方约定各参数的条件下被验证通过。反之，如果在此寿命截尾试验中出现了$n(n>r>0)$或$n(r=n)$状况，则查相应表格，确定K_0或K_1值，使用工程经验法公式(12)或式(20)估算首翻期的初始值。

3. 对已有的某个定时截尾寿命试验结果进行评估

若已有某寿命试验，原定时截尾时间为T，如在$t\leqslant T$范围内出现了$n(n>r>0)$状况，则有关方面约定$r\%$和β值，并根据已有试验受试子样数n，查相应表格确定经验系数K_0值，使用工程经验法公式(20)，估算首翻期初始值。同理若在此已有试验中出现$n(r=0)$或$n(r=n)$状况，则查相应表格确定K或K_1值，使用工程经验法公式(1)或公式(12)估算产品首翻期初始值。

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

4. **寿命试验中各参数相互匹配的有关分析**

(1) 受试子样数n对经验系数选择的影响

仿真结果表明，在满足双方约定的一组$r\%$和β的前提条件下，随着n的增大，各K值均有所减小。n值的确定除应考虑产品生产过程各有关因素的稳定性外，还应在样品数量（采购成本费）和试验累积时间（试验时间尺度对应的费用）组成的总费用以及试验周期要求等因素之间进行权衡分析。仿真结果可以为此提供部份必要的依据。

(2) $r\%$和β对经验系数的影响

由表1～表4可知，在一定n及m的情况下，随着$r\%$增大和β值减小，各经验系数取值加大，在国外标准，尤其是部份产品专用标准中、对耐久性寿命试验中$r\%$及β有所规定。国内、外采用定时翻修的产品的使用实践亦表明，产品类型不同或其重要程度（A、B、C三类）不同，则$r\%$和β的取值亦应有所不同。应当指出，若厂内试验技术条件能较好地模拟产品实际使用环境（广义）条件，则试验结果可信性高，当有充分依据说明，试验条件过于严酷时，β取值可考虑适当加大；反之，则应考虑适当减小。（以上并非指寿命加速试验）。同时应当看到，在我们研讨小子样问题时，将β控制在很低的水平上，是十分困难的。在$n=2$～3的特定情况下，并考虑到试验时间、周期和费用等方面的实际限制，并保证安全和所需的使用效率，选择恰当的$r\%$，β值是必要的。但要求过高的可靠度和显著性水平将导致人、财、物及试验周期耗费的急剧上升，因此根据需要与可能，各方协商约定选择$r\%$和β将是十分重要的。

表1　$n=2$　$m=2$

$r\%$	K_i \ β	0.1	0.2	0.3	0.4
0.9	K	3.31	2.76	2.39	2.09
	K_0	3.55	2.94	2.55	2.28
	K_1	4.05	3.54	3.24	2.93
0.8	K	2.27	1.9	1.64	1.43
	K_0	2.44	2.02	1.77	1.57
	K_1	2.79	2.44	2.22	2.0
0.7	K	1.8	1.5	1.3	1.13
	K_0	1.93	1.6	1.39	1.24
	K_1	2.24	1.95	1.74	1.6
0.6	K	1.5	1.26	1.09	0.95
	K_0	1.62	1.38	1.17	1.04
	K_1	1.85	1.65	1.45	1.33

表2　$n=2$　$m=2.5$

$r\%$	K_i \ β	0.1	0.2	0.3	0.4
0.9	K	2.6	2.26	2.0	1.8
	K_0	2.76	2.35	2.1	1.9
	K_1	3.08	2.75	2.51	2.32
0.8	K	1.93	1.67	1.49	1.33
	K_0	2.04	1.79	1.57	1.4
	K_1	2.28	2.06	1.85	1.71
0.7	K	1.6	1.39	1.23	1.11
	K_0	1.7	1.44	1.3	1.17
	K_1	1.91	1.68	1.56	1.44
0.6	K	1.38	1.2	1.07	0.96
	K_0	1.47	1.26	1.13	1.02
	K_1	1.65	1.46	1.33	1.26

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

表3　n=2　m=3

r%	K_i \ β	0.1	0.2	0.3	0.4
0.9	K	2.22	1.97	1.79	1.63
	K_0	2.33	2.03	1.85	1.7
	K_1	2.55	2.3	2.15	2.0
0.8	K	1.73	1.53	1.39	1.27
	K_0	1.81	1.59	1.43	1.32
	K_1	1.96	1.79	1.66	1.57
0.7	K	1.48	1.31	1.19	1.09
	K_0	1.53	1.36	1.23	1.14
	K_1	1.68	1.54	1.42	1.34
0.6	K	1.31	1.16	1.06	0.96
	K_0	1.37	1.2	1.1	1.00
	K_1	1.5	1.36	1.27	1.19

表4　n=2　m=4

r%	K_i \ β	0.1	0.2	0.03	0.4
0.9	K	1.82	1.66	1.55	1.44
	K_0	1.9	1.71	1.58	1.48
	K_1	2.03	1.86	1.78	1.68
0.8	K	1.51	1.38	1.28	1.2
	K_0	1.57	1.42	1.31	1.22
	K_1	1.68	1.55	1.47	1.4
0.7	K	1.34	1.23	1.14	1.07
	K_0	1.39	1.27	1.17	1.09
	K_1	1.48	1.38	1.3	1.25
0.6	K	1.23	1.12	1.04	0.97
	K_0	1.26	1.15	1.07	1.00
	K_1	1.35	1.26	1.2	1.13

注：n—受试子样数；　r%—规定可靠度；　K—公式(1)中系数；
m—威布尔分布形状参数；　β—显著性水平；　K_0—公式(20)中系数；
K_1—公式(12)中系数。

参 考 文 献

1　茆诗松，王玲玲。可靠性统计．华东师范大学出版社，1984
2　杨为民，盛一兴．系统可靠性数字仿真．中国航空学会科普与教育工作委员会，1984
3　杨为民等．小子样和扩大子样的抽样理论与航空产品的定延寿．北京航空学院第五届科学报告会科研报告，BH-B2011　1985
4　Amstadter B L. Reliability Mathematics.McGraw-Hill Inc 1971
5　杨为民等．对寿命评估中几个问题的看法．北京航空学院科学研究报告，BH-B1505 1984
6　航空技术装备寿命和可靠性工作暂行规定．国防科工委，1985

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

THEROTETICAL ANALYSIS OF "ENGINEERING EXPERIENCE METHOD"

Yang Weimin, Tu Qingci and Lu Tingxiao

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Abstract This paper uses numerical simulation method to analyze 'Engineering Experience Method' theoretically. It establishes the quantified relationship between the experience factors and the required life test parameters such as sample size n, reliability r%, significance levels. So as to provide theoretical basis for determining or selecting experience factor K and to satisfy the related requirements for designing the lift test plan or evaluating the overhaul time of products.

Key words life, life test, life evaluation, small sample size, egineering experience method.

国际学术活动

机械控制发展国际会议

1989年5月21～24日将在日本东京召开"机械控制发展国际会议"，由日本机械工程师学会、美国机械工程师学会、美国润滑工程师学会、西德工程师学会、仪器和控制工程师学会、日本精密工程学会、日本润滑工程师学会等联合主办。会议内容包括：由半导体技术所引起机械工程的发展和由此而产生的新概念，机械控制，用电子控制的机械控制系统（如精密设备、信息装置、电子装置、精密机械设备及CIM系统。会议要求1988年5月1日前收到论文摘要，1988年12月15日前收到论文，会议将出版英文论文集。联系人为日本东京T.Nakajima, JSME。

（严 京摘自World Meetings: Outside United States and Canada, Vol.21, No.1）

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net