

晃动基座上 捷联式惯导系统的对准与标定

南京航空学院 袁 信 倪永锡

摘 要 本文提出了一种粗对准姿态阵的实时修正和最小二乘估计相结合的捷联式惯导系统在晃动基座上的对准方法。给出的算法在几种不同的晃动条件下进行了仿真计算,并和经典的陀螺罗经对准法作了比较。结果说明这种方法有效地改善了捷联惯导系统在晃动条件下的对准性能。在同样的模拟环境下,与罗经对准法相比,方位对准时间缩短将近一倍。

关键词 导航,捷联惯性导航,仿真。

一、引 言

晃动环境造成捷联系统初始对准的特殊困难。一方面晃动引起机体轴变化,使姿态阵 $c_{nb}(t)$ 成为时变矩阵,另一方面它所引起的晃动加速度污染了测量信号,且这个晃动加速度与失调角在加速度计信号中激励的分量频率相同,无法用滤波器将其分开。广泛使用的罗经对准法虽能解决晃动条件下的对准问题^[1],但其主要缺陷为:(1)需要长的对准时间;(2)晃动模型、系统结构、初始失调角均对对准时间有较大影响;(3)获得好的对准性能,必须精心配置系统极点,仔细选择系统增益。造成这些缺陷的主要原因是罗经法采用常增益结构,对准精度与快速性对增益的不同要求在常增益结构下难于兼顾。为了改善性能,最好采用变增益结构,如卡尔曼滤波器或最小二乘滤波器。卡尔曼滤波器依赖于系统误差统计模型及晃动统计模型的验前知识,工程上难于满足这种要求的场合使用最小二乘方法的优点是显然的。但最小二乘估计是参数估计方法,直接采用只能得到平均意义上的姿态阵。本文提出了一种用实时修正的办法,将待估量转化为随时间缓变的量,然后构造最小二乘估计器,实现晃动基座上捷联系统的快速对准与标定。

二、粗对准姿态阵的实时修正

1. 粗对准姿态阵的实时修正

从运动方程可知,真实姿态阵变化规律为

$$\dot{C}_{nb}^{(t)} = C_{nb}(t) \omega_{ib}^{(t)} \quad (1)$$

1987年4月27日收到

这里 $C_{nb}(t)$ 为 t 时刻的真实姿态阵。 ω_{bk}^{nb} 为机体系相对导航系角速率矢量在机体系的投影下标 k 表示由相应矢量构成的斜对称阵。从而

$$C_{nb}(t) = C_{nb}(t_0) + \int_{t_0}^t C_{nb}(\tau) \omega_{bk}^{nb}(\tau) d\tau \quad (2)$$

实际对准中, 右边第一项只能由 t_0 时刻建立的带误差的粗对准矩阵 $C_{nb}'(t_0)$ 给出。若选地理坐标系作为导航系, 地面对准时, 导航系相对地球的角速率 $\omega^{ne} = 0$, 因此

$$\omega_{bk}^{nb} = \omega_{bk}^{ne} = \omega_b^i \quad (3)$$

这里 ω_b^i 为晃动角速率在机体系的投影。晃动环境下 (2) 式第二项构成 $C_{nb}(t)$ 的时变分量。仅用最小二乘估计处理测量信号, 只能得到平均意义下的误差量, 用它来校正 $C_{nb}'(t_0)$, 得到的姿态阵也就不能反映姿态阵的瞬时变化。

与平台式系统不一样, 捷联系统地面对准时, 陀螺的输出信号可供利用。具有高分辨率的陀螺仪除了敏感地球角速率分量外, 也将敏感这个晃动分量。陀螺测量信号为

$$\omega_{bk}^{ie} = \omega_b^{ie} + \omega_b^i + \bar{D}_b \quad (4)$$

这里 ω_b^{ie} 为地球自转角速率在机体系的投影 \bar{D}_b 为陀螺漂移。设

$$\hat{\omega}_b^i = \omega_{bk}^{ie} - \omega_b^{ie} = \omega_{bk}^{ie} - [C_{nb}'(t)]^{-1} \omega_b^{ie} \quad (5)$$

上式右边在每一采样时刻都为已知, 将其作为真实晃动角速率的近似值修正 $C_{nb}'(t_0)$

$$\hat{C}_{nb}'(t) = C_{nb}'(t) \hat{\omega}_{bk}^i(t) \quad (6)$$

称 $\hat{C}_{nb}'(t)$ 为准姿态阵, 以区别于开环对准中的 $C_{nb}'(t_0)$ 。定义 $\hat{C}_{nb}'(t)$ 与真实姿态阵的关系为

$$C_{nb}(t) = (I + E(t)) \hat{C}_{nb}'(t) \quad (7)$$

其中 $E(t)$ 为失调角构成的斜对称阵。

$$E(t) = \begin{pmatrix} 0 & -\varepsilon_D(t) & \varepsilon_E(t) \\ \varepsilon_D(t) & 0 & -\varepsilon_N(t) \\ -\varepsilon_E(t) & \varepsilon_N(t) & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

以 $\delta\omega_b^i$ 表示 $\hat{\omega}_b^i$ 与 ω_b^i 之间的误差, 将 (7) 式代入 (5) 式可得

$$\delta\omega_b^i = \omega_b^i - \hat{\omega}_b^i = C_{bn}(t) E(t) \omega_b^{ie} - \bar{D}_b \quad (9)$$

以下将证明, 经 (6) 式修正, 准姿态阵与真实姿态阵间的失调角是一级变量, 可构造最小二乘估计器, 估计误差量, 通过 (7) 式校正完成对准。(6) 式是一矩阵微分方程, 可采用四元数方法求解, 以求减少计算量。

2. 实时修正后失调角传播特性

由 (3) 式, (1) 式可改写为

$$\dot{C}_{nb}(t) = C_{nb}(t) \omega_{bk}^{nb}(t) \quad (10)$$

而准姿态阵的传播方程由 (6) 式确定。考虑 (7) 式, 则

$$\dot{C}_{nb}'(t) = C_{nb}'(t) C_{bn}(t) = -E(t) \quad (11)$$

将 $C_{n, n}(t)$ 求导, 并考虑 (9) 式、(10) 式、(6) 式, 注意到 $C_{n, n}(t)$ 为正交矩阵, 忽略二阶小量, 则有

$$\dot{E}(t) = C_{n, n}(t) \delta \omega_{nk}^* C_{n, n}(t) = \delta \omega_{nk}^*$$

显然, 若 $\delta \omega_{nk}^* = 0$, 则失调角为常量, 可用参数估计方法估计。事实上, 由于 (9) 式, 失调角是一缓变量。

将 (12) 式写成下面形式

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon}_N \\ \dot{\varepsilon}_E \\ \dot{\varepsilon}_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega \sin \varphi & 0 \\ \Omega \sin \varphi & 0 & \Omega \cos \varphi \\ 0 & -\Omega \cos \varphi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_N \\ \varepsilon_E \\ \varepsilon_D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_N \\ D_E \\ D_D \end{pmatrix}$$

这里 D_N 、 D_E 、 D_D 分称为导航系北向、东向、垂向的等效陀螺漂移。地面对准时由于时间很短, 可认为是随机常数。 Ω 为地球自转角速率常数, φ 为当地纬度。

$$\text{令 } P_N = \varepsilon_N, P_E = \varepsilon_E, P_D = \varepsilon_D \quad (14)$$

$$\text{并设 } P_{N0} = -D_N - \Omega \sin \varphi \varepsilon_{E0} \quad (15)$$

$$P_{E0} = -D_E + \Omega \cos \varphi \varepsilon_{D0} + \Omega \sin \varphi \varepsilon_{N0} \quad (16)$$

$$P_{D0} = -D_D - \Omega \cos \varphi \varepsilon_{E0} \quad (17)$$

将 (14~17) 式代入 (13) 式, 可解得

$$\begin{pmatrix} P_N(t) \\ P_E(t) \\ P_D(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos^2 \varphi + \sin^2 \varphi \cos(\Omega t) & -\sin \varphi \sin(\Omega t) & -\sin \varphi \cos \varphi (1 - \cos(\Omega t)) \\ \sin \varphi \sin(\Omega t) & \cos(\Omega t) & \cos \varphi \sin(\Omega t) \\ -\sin \varphi \cos \varphi (1 - \cos(\Omega t)) & -\cos \varphi \sin(\Omega t) & \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi \cos(\Omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{N0} \\ P_{E0} \\ P_{D0} \end{pmatrix}$$

地面对准时, 在时间很短的情况下, 可近似有 $\cos(\Omega t) \approx 1$, $\sin(\Omega t) \approx \Omega t$, 则 (18) 式可简化为

$$\begin{pmatrix} P_N(t) \\ P_E(t) \\ P_D(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\Omega \sin \varphi \cdot t & 0 \\ -\Omega \sin \varphi \cdot t & 1 & \Omega \cos \varphi \cdot t \\ 0 & -\Omega \cos \varphi \cdot t & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{N0} \\ P_{E0} \\ P_{D0} \end{pmatrix} \quad (19)$$

(13) 式可得失调角传播特性方程为

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_N(t) \\ \varepsilon_E(t) \\ \varepsilon_D(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{N0} \\ \varepsilon_{E0} \\ \varepsilon_{D0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t & 1/2 \Omega \sin \varphi t^2 & 0 \\ 1/2 \Omega \sin \varphi t^2 & t & 1/2 \Omega \cos \varphi t^2 \\ 0 & -1/2 \Omega \cos \varphi t^2 & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{N0} \\ P_{E0} \\ P_{D0} \end{pmatrix} \quad (20)$$

可见, 经 (6) 式修正后, t 时刻的失调角依赖于 ε_{N0} 、 ε_{E0} 、 ε_{D0} 、 P_{N0} 、 P_{E0} 、 P_{D0} 等参数, 在假定的条件下, 它们均为常值, 可构造最小二乘估计器估计这些参数。

三、最小二乘估计器

机体系加速度计测量信号经准姿态阵转换后, 取其水平分量作为最小二乘估计器的测量信号。测量方程为^[2]

$$a_N^G(t) = -g \varepsilon_E(t) + a_N^d + B_N \quad (21)$$

$$a_E^d(t) = g e_N(t) + a_N^d + B_E \quad (22)$$

这里, a_N^d , a_E^d 为干扰加速度分量, 包括晃动加速度、地面对准时受到的干扰分量等。就实际系统而言, 加速度计高频测角特性的缺陷也会引起由准姿态阵转换的信号受晃动的影响。 g 为重力加速度。 B_N 、 B_E 为加速计零偏在导航系的等效分量。由 (20) 式可知, 估计参数激励的分量为缓变成分, 因此, 测量信号中的干扰分量一方面可借助于估计器本身的滤波作用加以抑制, 另一方面也可设计低通滤波器处理测量信号, 将干扰分量和待估参数激励的量分开。

将 (20) 式代入 (21) 式、(22) 式积分得

$$V_N(t) = V_{N0} + (B_N - g e_{E0})t - 1/2 P_{E0} g t^2 - (1/6 \Omega \sin \varphi g P_{N0} + 1/6 \Omega \cos \varphi g P_{E0})t^3 + V_N^d \quad (23)$$

$$V_E(t) = V_{E0} + (B_E + g e_{N0})t + 1/2 g P_{N0} t^2 - 1/6 \Omega \sin \varphi g P_{E0} t^3 + V_E^d(t) \quad (24)$$

设 t 时刻的速度信号可用三次函数表示

$$V_i(t) = V_{i0} + a_{1i}t + a_{2i}t^2 + a_{3i}t^3 + V_i^d(t) \quad i=N, E \quad (25)$$

实际系统中, 每一采样时刻输出的测量信号是一个采样周期的速度增量 $\Delta V(k)$

$$\Delta V_i(k) = V_i(k) - V_i(k-1) \quad i=N, E \quad (26)$$

$$\text{则 } \Delta V_i(t) = T \cdot a_{1i} + (2k-1) T^2 a_{2i} + (3k^2 - 3k + 1) T^3 a_{3i} + \Delta V_i^d(k) \quad i=N, E \quad (27)$$

加速度计输出的速度增量序列用准姿态阵转换后经适当滤波处理, 构成估计器的测量序列, 写成标准形式

$$\vec{\Delta V}_i = H \vec{X}_i + \vec{\Delta V}_i^d \quad i=N, E \quad (28)$$

$$\text{这里 } \vec{\Delta V}_i = \begin{pmatrix} \Delta V_i(T) \\ \Delta V_i(2T) \\ \vdots \\ \Delta V_i(nT) \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad H = \begin{pmatrix} T & T^2 & T^3 \\ T & 3T^2 & 7T^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ T & (2n-1)T^2 & (3n^2-3n+1)T^3 \end{pmatrix}_{n \times 3}$$

$$\vec{X}_i = \begin{pmatrix} a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \end{pmatrix}_{3 \times 1} \quad \vec{\Delta V}_i^d = \begin{pmatrix} \Delta V_i^d(T) \\ \Delta V_i^d(2T) \\ \vdots \\ \Delta V_i^d(nT) \end{pmatrix}_{n \times 1} \quad i=N, E$$

$$\text{则 } \vec{X}_i = (H^T H)^{-1} H^T \vec{\Delta V}_i \quad i=N, E \quad (29)$$

对于捷联系统, 为保证 $C_{ni}(t)$ 的实时要求, (29) 式采用递推算法处理。对比 (27) 式与 (23) 式、(24) 式系数与待估参数间的关系是显而易见的。需要指出, 由于 B_N 、 B_E 、 D_N 在测量信号中激励的分量与待估参数激励信号的不可分性, 引入的误差为

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ND} &= -B_E/g, \quad \varepsilon_{E0} = B_N/g \\ \varepsilon_{D0} &= D_E/(\Omega \cos \varphi) \end{aligned} \quad (30)$$

可见估计的原理误差与其它方法一致。

从 (23) 式可知, 在短时间对准中, P_{D0} 在测量信号中激励的分量远小于前面两项, 因此估计收敛很慢。快速对准时, 可忽略三次项作用, 不会造成大的方位误差。此时算法简化为二阶。在方位轴晃动不明显时, 方位陀螺的标定可由方位陀螺输出通过拟合方法得到。

四、双位置对准与标定

给出的算法在单位置对准时仅出标定 D_N , D_E 不可观测。由(31)式可知由此造成大的方位对准误差。且陀螺位置的随机性,使标定的 D_N 直接作为补偿量是无意义的。双位置对准可改善 D_E 的可观测性,在一定条件下也能标定出沿机体轴的陀螺漂移。给出的算法,进行双位置对准是方便的。以沿机体方位轴旋转 90° 作为第二位置,则 $D_E^{(2)}=D_N^{(1)}$,因此这时方位失调角估值为

$$e_{D_0}^{(2)} = p_E^{(2)} / (\Omega \cos \varphi) - \text{tg} \varphi e_{N_0}^{(2)} - D_N^{(1)} / (\Omega \cos \varphi) \quad (32)$$

$$\text{且由于 } C_{11}D_x + C_{12}D_y + C_{13}D_z = D_N^{(1)} \quad (33)$$

$$C_{21}D_x + C_{22}D_y + C_{23}D_z = D_N^{(2)} \quad (34)$$

式中 C_{ij} 代表第二位置的对准姿态阵元素。若 D_z 已标定,或者俯仰、倾斜角不大,左边第三项可忽略时,机体轴陀螺漂移 D_x 、 D_y 可标定,送入计算机作为陀螺漂移补偿量。

五、计算机模拟及其结果

1. 捷联系统模型

IMU模型采用文献^[4]给出的典型挠性陀螺及加速度计误差参数,如表1、表2所示。

表1 陀螺误差模型参数

误差项	ε^g	D^0	D^g	D^{gg}	D^{ω}	$D^{ \omega }$	$D^{\omega\omega}$	A/H	$(C-A)/H$
数值	$6''$	$0.01^\circ/h$	$0.02^\circ/h/g$	$0.01^\circ/h/g^2$	3×10^{-5}	3×10^{-6}	$6 \times 10^{-4} \text{ s}^2/h$	$4 \times 10^{-5} \text{ s}$	$8 \times 10^{-5} \text{ s}$

表2 加速度计误差模型参数

误差项	ε^{ac}	B^0	B^a	B^{aa}	B^{aaa}	$B^{ \alpha }$	B_{ij}^{aa}
数值	$6''$	$10^{-4} g$	10^{-5}	$10^{-3}/g$	$10^{-6}/g^2$	10^{-5}	$10^{-5}/g$

模拟中陀螺量化因子取为 $0.5''$,加速度量化因子取为 $8 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, (6)式的修正周期为 25 ms ,递推估计周期为 0.2 s ,初始姿态角任取,取杆臂矢量 $R_x=R_y=R_z=3 \text{ m}$ 。

2. 晃动模型

参考文献^[1]等,取沿机体轴的晃动角模型为如下形式

$$\theta_i = (A_i + \delta A_i) \sin(\omega t + \varphi_i) \quad i=x, y, z \quad (35)$$

模拟中分别取 $A_i=0.05^\circ, 0.1^\circ, 0.2^\circ$ 。并对振幅带有随机分量的情况也作了模拟研究,此时 δA_i 取均值为零,方差为 $36''$ 的白噪声。

3. 模拟结果

采用的模拟方法是由晃动模型、初始姿态、IMU模型给出IMU量化输出信号,经算法处理,以得到的对准矩阵提取计算姿态角,并与真实姿态角比较作为对准误差。不作特别说

明，下面图(1~4)中给出的模拟结果，初始姿态角取 $\phi=5^\circ$ ， $\theta=10^\circ$ ， $\psi=45^\circ$ ，其中 ϕ 、 θ 、 ψ 分别表示飞机的横滚、俯仰、航向。 $A_x=A_y=0.1^\circ$ ， $A_z=0.05^\circ$ ， $\omega=3.14/s$ ， $\varphi_x=\varphi_y=0^\circ$ ， $\varphi_z=60^\circ$ ，从模拟结果看出

(1) 与常增益的陀螺罗经法比较，估计器自动调节增益对准性能的改善是明显的。起始时大的增益使失调角衰减很快，约40s时水平误差趋于稳态。约80s的时间方位误差从初始的 3° 降到 $20'$ ，约160s方位误差趋于稳态，同样环境下罗经法则需300s。在对准末段，估计器增益减小，有利于精对准。图2给出了两种方法在方位对准中误差的比较曲线。图3则定陀螺模型中 D° 项取为零时的方位对准结果，此时方位误差在 $1.5'$ 以下。图4给出了两种方法标定北向漂移的比较结果。

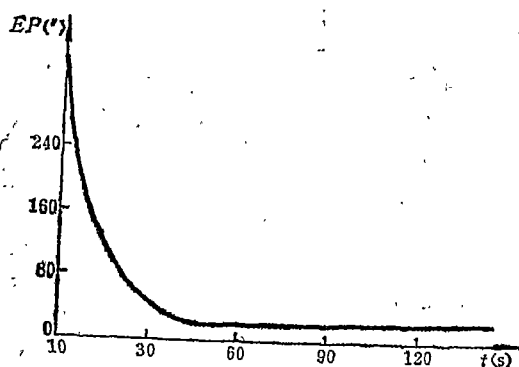


图1 俯仰误差曲线

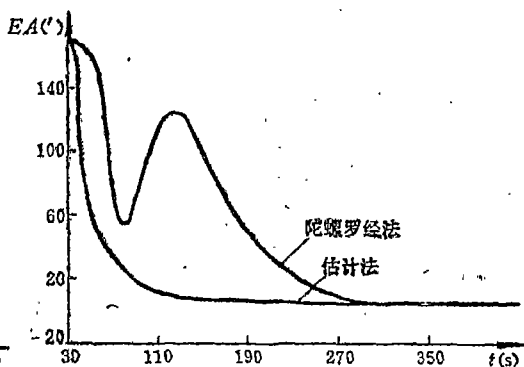


图2 估计法与罗经法方位对准的比较

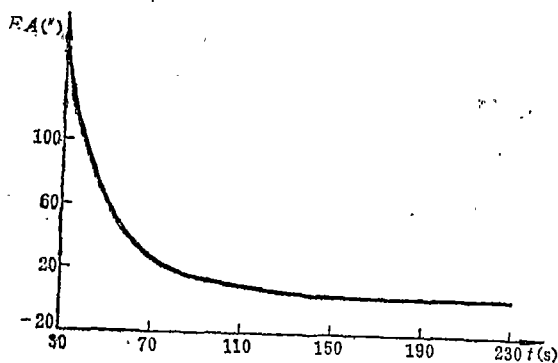


图3 估计法方位误差曲线($D^\circ=0$)

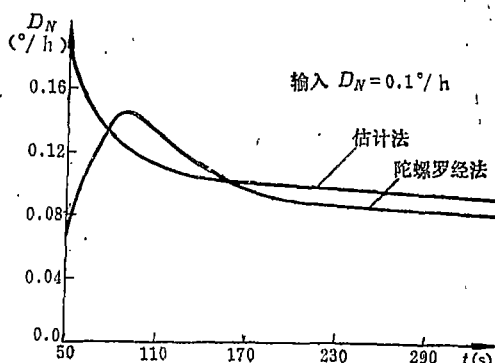


图4 罗经法与估计法标定北向漂移的比较

(2) 本算法受晃动频率、幅值影响较小，这可从图5看出。模拟中证实晃动模型中幅值的变化方位对准时间影响不明显，这是由于(6)式修正了晃动的变化。误差仅受 $\delta\omega_z$ 影响的结果

(3) 双位置对准法改善精度的作用是明显的。表3给出了在240s时转动的双位置对准结果，取转动误差 $\Delta A=1^\circ$ ，表中II项是振幅引入 $\delta\Delta A$ ，随机分量的结果，随机干扰对标定结果有一定影响。图6则是第一位置($\phi=5^\circ$ ， $\theta=10^\circ$ ， $\psi=60^\circ$)时取 $D_x=D_y=0.07^\circ/h$ 时的方位误差曲线。

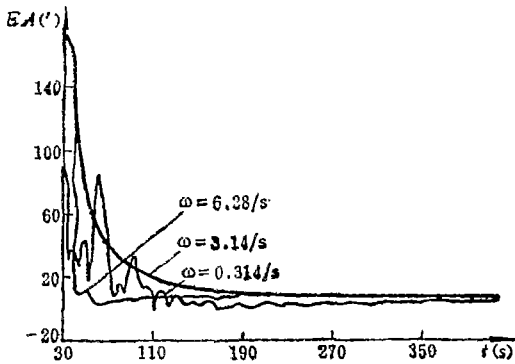


图5 晃动频率对方位估计误差的影响

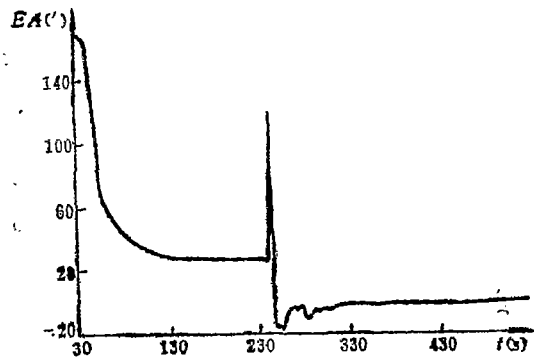


图6 双位置对准方位误差曲线

表3 陀螺漂移标定结果 ($D_x = 0$)

		$D_x = D_y = 0.1^\circ/h$		$D_x = D_y = 0.3^\circ/h$		$D_x = D_y = 0.5^\circ/h$	
		I	II	I	II	I	II
$t = 360s$	D_x	0.13383	0.15216	0.33361	0.35429	0.53969	0.56153
	D_y	0.13415	0.15472	0.33484	0.35220	0.53304	0.53276
$t = 480s$	D_x	0.10420	0.11875	0.30555	0.32183	0.50981	0.52814
	D_y	0.11470	0.12361	0.31801	0.32548	0.51507	0.53217

(4) 与罗经法相比, 算法增加了计算机的计算量。本算法的汇编应用软件约占10K左右的内存, 在86/30单板机执行时, 一个采样周期最长计算时间为13ms, 这对于一般选择采样周期为20~25ms的捷联系统是能够接受的。

六、结 论

实时修正与最小二乘估计结合能在晃动环境下完成捷联系统的对准。实时修正使待估量与干扰量得以分开。采用最小二乘估计方法无需系统模型与晃动模型的验前知识。估计器本身的变增益作用改善了罗经对准法的性能, 可在更短的时间内完成系统在晃动条件下的对准。双位置方法可改善使用低精度陀螺的系统的对准精度, 且能标定出机体轴陀螺常值漂移, 有利于捷联系统的补偿。

参 考 文 献

- 1 Ye Shipin, Simulation on gyrocompassing alignment and calibration of Strapdown inertial navigation system in Swaying Vehicle DFVLR-Mitt 84-20
- 2 袁信, 冯郑. 捷联式惯性导航原理, 航空专业教材编审组, 1985
- 3 Hung J C, White H V Self-alignment for IMU IEEE Trans on aerospace and electronic system, 1975
- 4 A New baseline for the inertial navigation Strapdown Simulator ADA 062807 1978

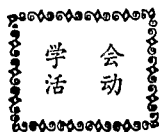
ALIGNMENT AND CALIBRATION OF STRAPDOWN INERTIAL NAVIGATION SYSTEM IN A SWAYING VEHICLE

Yuan Xin and Ni Yongxi

(Nanjing Aeronautical Institute)

Abstract This paper presents an alignment method of strapdown INS in a swaying vehicle which combines the least square estimation method with the real-time updating to an attitude matrix. The given algorithm is simulated in various swaying conditions and compared, with the classical gyrocompassing approach. The simulation results indicate that this method effectively improves the alignment performance, and the alignment time of azimuth is shortened by 50% as compared with that in the gyrocompassing approach in the same simulation conditions.

Key words navigation, strapdown inertial navigation, simulation.



卞学锁教授谈学术刊物

《航空学报》编辑部在1988年6月25日与著名学者,前AIAA J 副主编,美国麻省理工学院航空航天系卞学锁教授举行座谈,卞学锁教授介绍了AIAA J 办刊情况和经验,美国学术期刊的发展趋势和发行情况。强调了审稿人对刊登稿件的质量和刊物的水平所起到的重大作用。认为学术刊物与满足学会会员普遍要求的会刊应有所区别,前者主要由审稿人根据学术水平来评定,后者着重于综述航空科学的发展和学会活动,适合于广大学会不同专业技术人员的要求通过会刊起到加强学会活动与增强内聚力。稿件的形式可以多样化,特别要加速技术简讯(Notes)的发稿,也可以登载一些只有摘要的稿件。

通过座谈,活跃办刊思想,提高刊物质量,改进办刊工作起到积极促进的作用。

(严京)