

初级球差对径向偏振光轴向光阱力的影响

李东华^{1,2} 蒲继雄¹ 王喜庆²

(¹华侨大学电子科学与技术系, 福建 泉州 362021)
(²西南交通大学科学与技术学院, 四川 成都 610031)

摘要 根据里查德-沃耳夫矢量积分理论,研究了在径向偏振光经大数值孔径聚焦下,透镜球差对瑞利粒子轴向光阱力的影响。通过数值计算得到了轴向光阱力随球差系数变化的分布。研究表明,球差系数的存在,不仅改变了光阱力的数值大小,也影响了对粒子束缚的有效作用区域,还导致光阱中心位置发生偏移。而且正负球差系数对光阱力的影响并不总是对称的,正球差系数使得梯度力的0点位置往 z 轴正向偏移,负球差系数使得梯度力的0点位置往 z 轴负向偏移。在不同的数值孔径、粒子半径以及孔径与光腰的比值下,球差对光阱力的影响程度也不同。

关键词 物理光学;光阱力;大数值孔径;球差;径向偏振光

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/LOP48.071401

Effect of Primary Spherical Aberration on Optical Trapping Force of Radially Polarized Beam

Li Donghua¹ Pu Jixiong¹ Wang Xiqing²

(¹Department of Electronic Science & Technology, Huaqiao University, Quanzhou, Fujian 362021, China

²Department of Physics, Science College, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China

Abstract Based on Richards-Wolf vectorial diffraction method, we investigate the effect of primary spherical aberration on radiation forces of Rayleigh particles when a radially polarized beam is focused by a high numerical-aperture system. The distributions of radiation forces along axial direction varying with coefficient of spherical aberration are obtained through numerical calculations. The results show that when the primary spherical aberration is changed, influences reflect not only on the magnitude of the radiation forces, but also on the balance position and the valid area. These changes caused by positive and negative primary spherical aberration are not always in the same patterns. The positive spherical aberration makes the gradient forces shift from opposition to the positive direction of z axis while the negative spherical aberration makes the opposite shift. Under different numerical apertures, the ratio of aperture and waist length and particle radius, the influences of primary spherical aberration on optical trapping force will change.

Key words physical optics; optical trapping force; high numerical-aperture; spherical aberration; radially polarized beam

OCIS codes 140.7010; 030.1640; 290.5850; 350.4855; 240.6690

1 引言

由于光镊捕获微粒可以减少对微粒的物理损伤, Ashkin^[1]在1970年首先发现了光学的辐射力能够加速和捕获粒子并提出光镊这一概念之后,近年来光镊在生物和医学分子领域,已成为深入研究活体细胞和生物大分子个体行为,探索生命运动规律的重要手段。激光光束在高数值孔径(NA)显微物镜下的聚焦光场的强度分布^[2~4]决定和影响了光镊对粒子的捕获和操控等一系列应用的成败和效果。径向偏振光具有沿光

收稿日期: 2011-01-13; 收到修改稿日期: 2011-02-28; 网络出版日期: 2011-05-05

基金项目: 国家自然科学基金(60977068)资助课题。

作者简介: 李东华(1987—),女,硕士研究生,主要从事激光光束变换方面的研究。E-mail: championbingbing@126.com

导师简介: 蒲继雄(1962—),男,教授,主要从事光束传输与变换等方面的研究。E-mail: jixiong@hqu.edu.cn

轴对称的电场分布以及中空圆环形光束结构,经过大数值孔径聚焦后,能够产生较线偏振光和圆偏振光更小的聚焦光斑^[5~8],吸引了很多学者对其进行研究,在光学捕捉中有着很强的优势。尹良红等^[9]证明了空心光阱轴向捕获力高于实心光阱。随着聚焦系统的缺陷,如球差的存在,会改变三维光学光场结构和形态,导致激光波前发生畸变,从而改变聚焦光斑质量以及聚焦功率密度,不但严重影响了光束的聚焦,还直接影响到光阱力势垒的建立,对微粒的捕获和操控带来很多问题。因此在对粒子进行精密操控时,研究球差系数对光阱力的影响是十分必要的。本文基于 Richards-Wolf 矢量积分理论,研究了径向偏振贝塞耳高斯光束通过大数值孔径聚焦后,透镜初级球差对瑞利粒子的光阱力的影响。

2 理论分析

光镊基本原理在于光与物质微粒之间的动量传递而产生的力学效应形成一个光陷阱,光陷阱效应表现为当粒子趋近光阱中心(阱底),达到一定距离时,会受到光阱力的作用,被吸引到光阱的中心,光阱中的粒子在外力的作用下偏离阱中心(阱底)时,会受到一个指向阱中心的回复力。微粒在光阱中受到辐射力主要包括散射力和梯度力。散射力来自光在散射过程中与粒子交换动量而产生,被散射的光子因动量改变而对粒子施加散射力的作用,散射力的方向沿着光的传播方向,作用效果使得粒子沿着光束的传播方向运动。梯度力来自粒子的电偶极矩与不均匀电磁场相互作用。它正比于光强的梯度,指向光场强度的最大处,它的作用效果使得粒子朝向光功率密度最大的点运动。

本文主要研究轴向光阱力,因此假设粒子只沿 z 轴方向运动。如图 1 所示,当粒子偏移焦点时,在负半轴受到正向的散射力和梯度力,二力将粒子推向焦点位置($z=0$);在正半轴则受到正向的散射力和负向的梯度力,如果梯度力大于散射力,粒子将被拉回焦点位置。相当于在焦点附近形成一个陷阱,建立起一个势垒,粒子受外力动能无法超越势垒时,就被囚禁其中。在光场中只有焦点附近的拉力(梯度力)大于推力(散射力),微粒才会被约束在光强最大处(焦点附近),即阱中心。

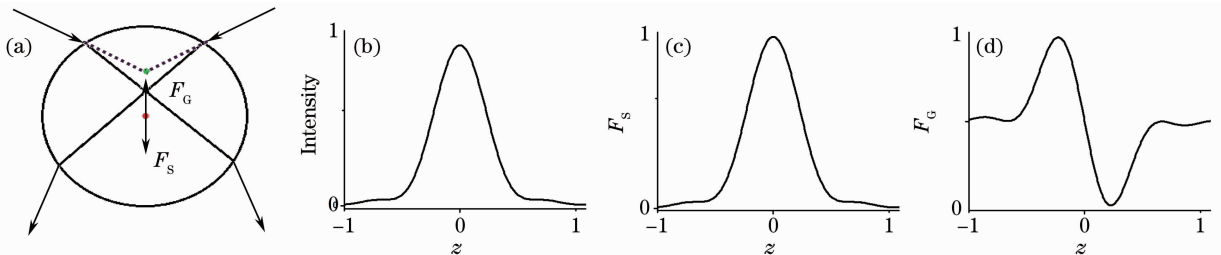


图 1 散射力和梯度力。(a)方向示意图,(b)轴向光强图,(c)轴向散射力,(d)轴向梯度力

Fig. 1 Gradient forces and the scattering forces. (a) direction illustration, (b) light intensity of z direction, (c) scattering forces of z direction, (d) gradient forces of z direction

以瑞利粒子为受力对象,其半径 $a \ll \lambda$, λ 为真空中波长,一般取 $a < \frac{\lambda}{20}$ 。假设瑞利粒子是绝缘的,在光场中仅受到散射力和梯度力的作用。

将粒子视为电偶极子,以瑞利散射的理论进行近似计算。利用电偶极子受洛伦兹力计算梯度力,电偶极子对电磁波的散射计算散射力。可以得到梯度力的表达式为^[10~13]

$$F_G = 2\pi a^3 \frac{n_2}{c} \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \nabla I(r, z), \quad (1)$$

散射力的表达式为

$$F_S = \frac{8}{3} \pi k^4 a^6 \frac{n_2}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right)^2 I(r, z), \quad (2)$$

式中 n_2 为粒子的折射率, $m = \frac{n_2}{n_1}$, 其中 n_1 为光传输介质的折射率, $k = \frac{2\pi n_1}{\lambda}$ 为粒子在传输介质中的波数。其粒子所受合力为 $F_S + F_G$ 。

当激光束经过高数值孔径透镜聚焦后,会得到一个比普通聚焦小得多的光斑,并在焦平面附近产生一个

纵向分量,因而具有很多特殊的性质。这时候,近轴近似已经不成立,需要利用德拜衍射理论对光场进行分析^[14]。

径向偏振光具有沿光轴对称的电场分布以及中空的圆环形光束结构,经过大数值孔径聚焦后,电场表达式为^[15]

$$E^{(s)} = \begin{bmatrix} E_x^{(s)} \\ E_y^{(s)} \\ E_z^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{-iA}{\pi} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} \sin \theta \sqrt{\cos \theta} l_0(\theta) A_s(\theta) \exp\{ik[z_s \cos \theta + \rho_s \sin \theta \cos(\phi - \phi_s)]\} \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \phi \\ \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \end{bmatrix} d\phi d\theta, \quad (3)$$

式中 $A = \frac{kf}{2}$, f 为透镜的焦距, α 为数值孔径角, $\alpha = \arcsin\left(\frac{NA}{n_1}\right)$, $l_0(\theta)$ 为透镜入瞳处的电场分布, $A_s(\theta)$ 为聚焦光束波面偏离理想球面的初级球差函数。

为了使计算简便,对(1)式采用极坐标表示,通过公式变换

$$e_\varphi^{(s)} = e_y^{(s)} \cos \varphi_s - e_x^{(s)} \sin \varphi_s, \quad (4)$$

$$e_\rho^{(s)} = e_x^{(s)} \cos \varphi_s + e_y^{(s)} \sin \varphi_s, \quad (5)$$

以及积分公式

$$\int_0^{2\pi} \cos(n\varphi) \exp(ik\rho_\rho \sin \theta \cos \varphi) d\varphi = 2\pi i^n J_n(k\rho_\rho \sin \theta), \quad (6)$$

对(3)式进行化简,将(4)~(6)式代入(3)式中,得到

$$E_\rho^{(s)}(\rho_s, z_s) = A \int_0^\alpha \sqrt{\cos \theta} \sin(2\theta) l_0(\theta) A_s(\theta) J_1(k\rho_s \sin \theta) \exp(ikz_s \cos \theta) d\theta, \quad (7)$$

$$E_z^{(s)}(\rho_s, z_s) = 2iA \int_0^\alpha \sqrt{\cos \theta} \sin^2 \theta l_0(\theta) A_s(\theta) J_0(k\rho_s \sin \theta) \exp(ikz_s \cos \theta) d\theta. \quad (8)$$

(7),(8)式即为径向偏振光经过大数值孔径聚焦之后的光场表达式。

对于高数值孔径的透镜光瞳函数与其切趾函数是不同的,采用贝塞耳高斯光束为入射光,假设在正弦条件下,推导出其深聚焦场入瞳处的分布函数为^[14,15]

$$l_0(\theta) = \exp\left(-\beta^2 \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \alpha}\right) J_1\left(2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha}\right), \quad (9)$$

式中 β 为孔径与光腰的比值。当有球差系数存在时,它会聚焦光束波面偏离理想球面,初级球差函数可表示为^[16~19]

$$A_s(\theta) = \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} A_s \frac{\sin^4 \theta}{\sin^4 \alpha}\right). \quad (10)$$

将(9),(10)式带入(7),(8)式即可获得聚焦后的光场表达式,再通过(1),(2)式计算散射力和梯度力。

3 数值计算

数值计算选用参数, $\lambda = 633 \text{ nm}$, 在水溶液中, 介质折射率 $n_1 = 1.332$, 选取粒子折射率 $n_2 = 1.592$, 入射光功率为 100 mW , 透镜焦距 $f = 0.01 \text{ m}$, $\beta = 1.5$, 粒子半径 $a = 30 \text{ nm}$, $A_s = 0, \pm 0.4\lambda, \pm 0.8\lambda$, 在不同数值孔径下, 散射力、梯度力以及合力沿 z 轴的分布如图 2 所示。

图 2(a) 为 $NA = 0.7$ 时, 光阱力沿 z 轴的分布图。从(2)式可以看出, 散射力与光强有关, 焦点位置光强最强, 散射力也最大。当没有球差存在时 ($A_s = 0$), 散射力峰值和梯度力零点均处于焦点 $z = 0$ 处。当球差存在时, 正球差系数使得散射力和梯度力分布沿 z 轴右移, 负球差系数则使散射力和梯度力分布左移, 均偏离了 z 轴零点 (此时焦点已不在零点), 当 $A_s = \pm 0.4\lambda$ 或 $\pm 0.8\lambda$ 时, 散射力以及梯度力峰值位置的偏移是对称的: 对于散射力, 随着球差系数不断增大, 其值逐渐减小, 且球差系数绝对值越大, 减小得越快; 对于梯度力, 正负球差系数的影响并不对称, 正向梯度力峰值最大时, $A_s = 0.4\lambda$, 负向梯度力峰值最大时, $A_s =$

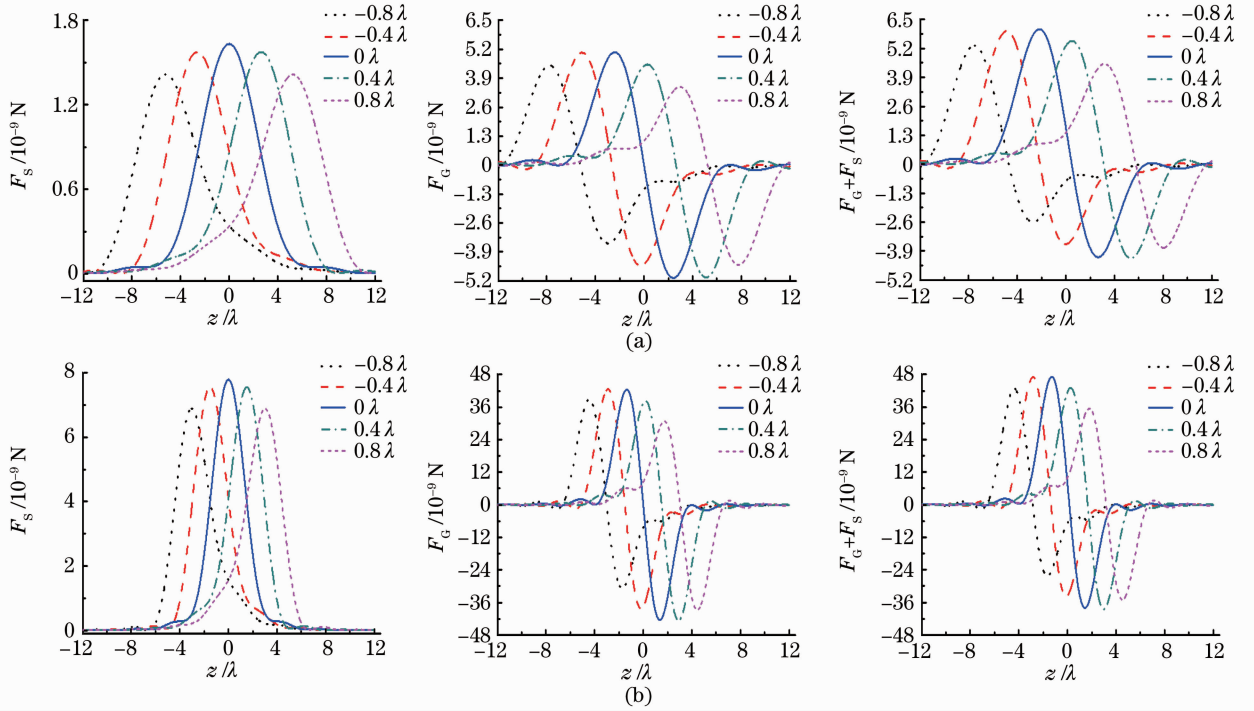


图2 不同数值孔径角下散射力、梯度力和合力随球差系数的改变沿 z 轴的分布。(a) $NA=0.7$, (b) $NA=0.9$

Fig. 2 Distribution of F_S , F_G and F_S+F_G along z direction varying with primary spherical aberration

under different numerical aperture. (a) $NA=0.7$, (b) $NA=0.9$

-0.4λ , 出现了负球差系数使正向梯度力先增大后减小, 正球差系数使负向梯度力先增大后减小。从图2可以看出, 散射力小于梯度力, 合力可以很好地囚禁粒子, 使粒子受控。在合力分布图中, 由于球差的存在使阱中心位置发生了偏移, 远离了零点, 当球差系数达到一定程度时, 在零点处就不能构成一个三维势阱来囚禁粒子, 这使得对粒子进行精密操控时产生了严重的影响。

图2(b)为 $NA=0.9$ 时光阱力的分布。将图2(b)与图2(a)进行纵向比较, 可以发现, 随着 NA 值增大, 散射力增大, 但相比梯度力而言, 梯度力增大的幅度要远大于散射力, 使得散射力对合力的影响相对减小, 这样光阱力就形成一个很强的势垒, 将推向正 z 方向的粒子拉回阱底, 同时缩小了力的有效作用区域, 即拉近了合力正负峰值之间的距离。而且, 在图2(a)的合力分布图中, $A_s=0.8\lambda$, $NA=0.8$, 看到合力中心偏离至约 6λ 处, 当 NA 值增大到 0.9 [即图2(b)的合力分布图], 其值只偏移至约 3λ 处; NA 的增大, 缩短了球差系数对光阱中心位置的偏离程度。利用具有大数值孔径角的透镜能够减小球差系数对轴向光阱力的影响, 这在实际应用中是十分必要的。

由于梯度力随正负球差系数均有先增大后减小的现象出现, 图3给出以负球差系数为参量, 在不同的 β 值下, 梯度力随球差变化的分布。图3的插图为箭头指向图线波峰处的放大图, 且分别以方形和三角符号标注零球差曲线和最大球差曲线。可以清楚地看到图3(a)插图中, 当 $\beta=0.5$, $A_s=-0.2\lambda$ 时, 负向梯度力峰值最大, 随球差系数绝对值的增大先增大后减小, 而正向梯度力逐渐减小; 图3(b)插图中, $\beta=1$, $A_s=-0.05\lambda$ 时, 负向梯度力峰值最大, 正向与负向梯度力变化趋势与图3(a)插图一样; 图3(c)插图($\beta=1.5$)与图3(a)($\beta=0.5$)和图3(b)($\beta=1$)的插图相比较, 情况刚好相反, 随负球差系数绝对值的增大先增大后减小的情况发生在正向梯度力处, 负向梯度力则是逐渐减小。图3(b)($\beta=1$)与图3(a)($\beta=0.5$)、图3(c)($\beta=1.5$)对比, 发现只有当球差系数变化很小的情况下, 在 $\beta=1$ 时, 才会使得梯度力出现上述现象。当径向偏振光经过大数值孔径角聚焦系统, 一定的负球差系数使得散射力减小, 一侧的梯度力增大, 光阱力出现了单侧势垒加强的现象。因为梯度力的大小在使粒子拉回平衡位置时至关重要, 通过选取不同的 β 值, 并将系统的球差系数控制在一定的范围内, 可以使得负向梯度力得到增大, 能够增大对粒子的捕获效率。

图4给出数值孔径 $NA=0.8$ 时, 粒子半径 a 分别为 10 和 30 nm时, 散射力、梯度力以及合力随球差系

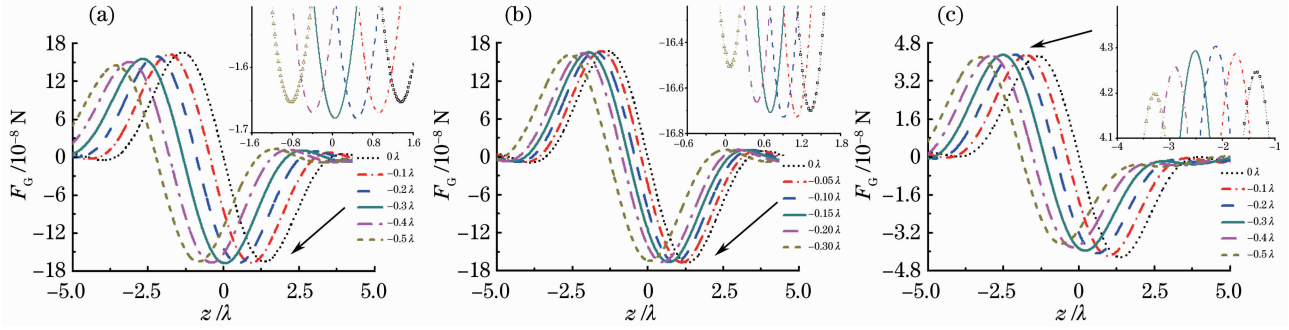


图3 $a=30\text{ nm}$, $NA=0.9$ 时梯度力随负球差系数变化的分布图。(a) $\beta=0.5$, (b) $\beta=1$, (c) $\beta=1.5$

Fig. 3 Distribution of F_G along z direction varying with negative primary spherical aberration $a=30\text{ nm}$, $NA=0.9$. (a) $\beta=0.5$, (b) $\beta=1$, (c) $\beta=1.5$

数变化的分布图。图4(a)与(b)进行对比可以看出,当球差系数一定,粒子半径 a 的改变,使得光阱力呈现近似一个数量级程度的变化。但是两组图中,光阱中心的偏移由球差系数决定,并未因 a 的不同而有所改变,对不同半径的粒子来说改变的仅仅是力的大小。将图4(a)与(b)对比,散射力增大了近10倍,梯度力增大了近100倍,可以看出虽然散射力随粒子半径 a 的增大而增大,但对合力的影响却逐渐减小,因此球差系数对较大粒子的影响也相应减小。较大的粒子受控时,虽然能够受到更大的梯度力作用,但是球差系数令光阱力中心位置的改变,使得在零点处无法构成一个有效的三维势阱对粒子进行束缚。对整个三维势阱而言,球差系数的影响仍然占据着主要的位置。

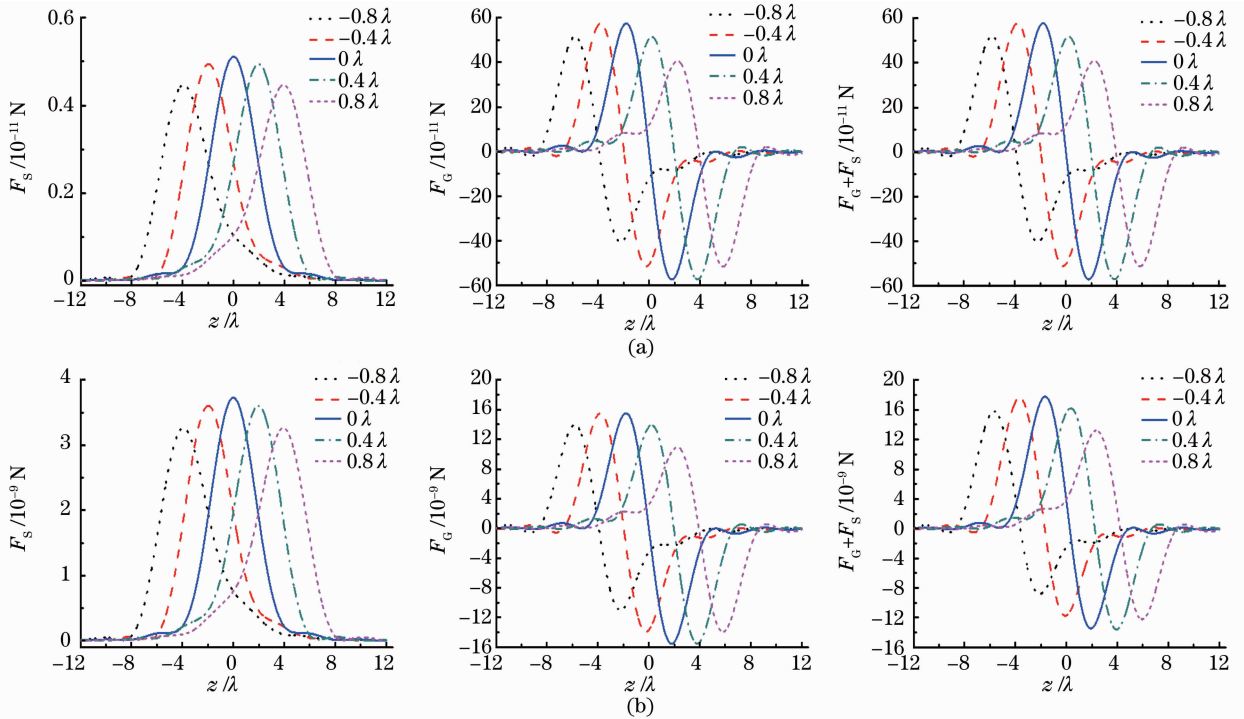


图4 不同粒子半径下,散射力、梯度力和合力沿 z 轴的分布。(a) $a=10\text{ nm}$, (b) $a=30\text{ nm}$

Fig. 4 Distribution of F_S , F_G and F_S+F_G along z direction varying with primary spherical aberration under different particle radius. (a) $a=10\text{ nm}$, (b) $a=30\text{ nm}$

4 结 论

用数值计算模拟了径向偏振光经过大数值孔径聚焦之后,初级球差对轴向光阱力影响的二维分布图。直观地探讨了相关参数的变化对光阱力的改变。数值计算结果表明,球差系数使得聚焦光斑产生的三维势阱偏离理想型态,对光阱力的影响是不能忽略的。正球差系数使得梯度力的0点位置往 z 轴正向偏移,负球

差系数使得梯度力的 0 点位置往 z 轴负向偏移。于是球差系数的存在导致光阱中心位置偏离, 偏离到一定程度时, 在 $z=0$ 处就无法形成有效地光陷阱, 严重影响了捕获效率。利用具有大数值孔径, 不仅可以增大梯度力, 减小散射力在合力中的影响, 还能有效地缩小光阱中心的偏移程度。对 β 的不同取值也可以减小初级球差带来的影响。对于不同大小的粒子, 虽然较大的粒子能够获得较大的势垒, 但也无法平衡球差的影响。

在进行微操控中, 干扰因素的很小改变, 都会在微观中产生绝对大的影响。由于聚焦系统的非理想状态是不可避免的, 除了将系统的球差系数控制在一定范围内, 还可以通过上述方法来减小球差的影响, 这在实际应用中是十分必要的。

参 考 文 献

- 1 A. Ashkin, Acceleration and trapping of particles by radiation pressure[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1970, **24**(4): 156~159
- 2 Zhang Zhiming, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Focusing of cylindrically polarized Bessel-Gaussian beams through a high numerical-aperture lens[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 401~405
张志明, 蒲继雄, 王喜庆. 圆柱偏振贝塞尔-高斯光束经高数值孔径透镜的聚焦[J]. *中国激光*, 2008, **35**(3): 401~405
- 3 Hua Limin, Chen Ziyang, Chen Baosuan *et al.*. High numerical-aperture focusing characteristics of a partially polarized light beam[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(7): 1739~1743
华黎闽, 陈子阳, 陈宝算 等. 部分偏振光束的大数值孔径聚焦特性[J]. *中国激光*, 2010, **37**(7): 1739~1743
- 4 Chen Baosuan, Pu Jixiong. Focusing of elliptically polarized vortex beams through a high numerical-aperture objective[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(s1): 244~250
陈宝算, 蒲继雄. 椭圆偏振涡旋光束经高数值孔径透镜的聚焦[J]. *中国激光*, 2009, **36**(s1): 244~250
- 5 Lin Huichuan, Pu Jixiong, Sun Xi. Tight focusing of double ring shaped radially polarized vortex beam through dielectric interface[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2010, **22**(8): 1761~1765
林惠川, 蒲继雄, 孙 希. 双环径向偏振涡旋光束经介质界面的深聚焦[J]. *强激光与粒子束*, 2010, **22**(8): 1761~1765
- 6 Wang Zhenhua, Li Jinsong. The generation of a radially polarized beam and its application in the modern optics[J]. *Laser Journal*, 2009, **30**(1): 8~10
王振华, 李劲松. 径向偏振光的产生及在现代光学中的应用[J]. *激光杂志*, 2009, **30**(1): 8~10
- 7 Cui Xangxia, Chen Jun, Yang Zhaohua. Research progress on radially polarized beam[J]. *Laser Journal*, 2009, **30**(1): 7~10
崔祥霞, 陈 君, 杨兆华. 径向偏振光研究的最新进展[J]. *激光杂志*, 2009, **30**(1): 7~10
- 8 Lin Huichuan, Liu Hui, Pu Jixiong. Extra cavity coherent superposition for generation of radially polarized beam[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(s1): 251~256
林惠川, 刘 辉, 蒲继雄. 腔外相干叠加产生径向偏振光[J]. *中国激光*, 2009, **36**(s1): 251~256
- 9 Yin Lianghong, Li Yinmei, Lou Liren *et al.*. Experimental research of doughnut, a new kind of laser trap[J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(3): 211~215
尹良红, 李银妹, 楼立人 等. 空心新型光阱的实验研究[J]. *中国激光*, 2003, **30**(3): 211~215
- 10 Chen Junfeng, Zhang Yaoju. Calculation of the trapping forces on a spherical particle induced by focused plane wave[J]. *Journal of Wenzhou University · Natural Sciences*, 2008, **29**(5): 22~27
陈俊峰, 张耀举. 聚焦平面波中介质球光阱力的计算[J]. *温州大学学报-自然科学版*, 2008, **29**(5): 22~27
- 11 Wang Ligang, Zhao Chengliang, Wang Liqin *et al.*. Effect of spatial coherence on radiation forces acting on a Rayleigh dielectric sphere[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(11): 1393~1395
- 12 Yasuhiro Harada, Toshimitsu Asakura. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime[J]. *Opt. Commun.*, **124**(5-6): 529~541
- 13 Li Jinsong, Gao Xiumin. Effect of concentric zones phase plate on gradient force pattern of radially polarized beam[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2009, **21**(1): 39~42
李劲松, 高秀敏. 相位板偏振转角对径向偏振光的梯度力分布的影响[J]. *强激光与粒子束*, 2009, **21**(1): 39~42
- 14 M. Gu. *Advanced Optical Imaging Theory*[M]. Heidelberg: Springer, 2000. 154
- 15 K. S. Youngworth, T. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- 16 Rishi Kant^a. An analytical method of vector diffraction for focusing optical systems with seidel aberrations II: astigmatism and coma [J]. *Journal of Modern Optica*, 1995, **42**(2): 299~320

- 17 Chen Jiannong, Yu Yongjian. The effect of primary spherical aberration and aperture on focusing radially polarized high-order vector Bessel-Gauss beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(9): 2724~2729
陈建农, 于永江. 初级球差及孔径对径向偏振高阶矢量贝塞耳高斯光束聚焦的影响[J]. 光学学报, 2010, **30**(9): 2724~2729
- 18 Liu Yong, Chen Jiabi. Effect of primary spherical aberration on focusing field of cylindrical-vector Bessel-Gaussian beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(7): 1996~1999
刘 勇, 陈家璧. 初级球差对矢量柱状贝塞耳-高斯光束聚焦场的影响[J]. 光学学报, 2009, **29**(7): 1996~1999
- 19 Liang Chongqing, Tang Zhilie, Guo Lina. Effect of primary spherical aberration on tight focusing of elliptically polarized vortex beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3317~3322
梁重庆, 唐志列, 郭利娜. 初级球差对椭圆偏振涡旋光束深聚焦场的影响[J]. 光学学报, 2010, **30**(11): 3317~3322