

采用平均加权的 ad hoc 网络分布式时隙同步算法

王 波¹, 叶晓慧¹, 赵玉亭²

(1. 海军工程大学电子工程学院, 湖北 武汉 430033;

2. 西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710068)

摘要: 为了降低现有 ad hoc 网络分布式时隙同步算法复杂度, 基于研究多个体系统行为特征的 Vicsek 模型, 提出一种采用平均加权的分布式时隙同步算法。各节点通过计算自身及其邻节点时隙起始时刻的算术平均调整时隙位置, 最终达到所有节点时隙位置的统一, 实现全网同步。对算法在不同网络连接下的收敛性进行逐一分析, 并对网络节点随机分布时的算法收敛性进行仿真, 结果表明, 算法适用于各种连通性网络且收敛速度较快。

关键词: ad hoc 网络; 时隙同步; 平均加权; Vicsek 模型

中图分类号: TP 393

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.09.46

Distributed slot synchronization algorithm using average weighting for ad hoc networks

WANG Bo¹, YE Xiao-hui¹, ZHAO Yu-ting²

(1. Coll. of Electronic Engineering, Naval Univ. of Engineering, Wuhan 430033, China;

2. School of Automation, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710068, China)

Abstract: In order to decrease the complexity of popular distributed slot synchronization algorithms for ad hoc networks, a new method using average weighting is proposed based on Vicsek model, which is a basic model of multi-agent systems. The slot starting time of each node is updated by using a simple local rule based on the average of its own slot starting time plus its neighbors'. Finally, all nodes have the same slot starting time and the synchronization of ad hoc networks is achieved. The convergence of this method under different topology patterns is analyzed, and the result indicate that the method has good applicability and fast convergence rate.

Keywords: ad hoc network; slot synchronization; average weighting; Vicsek model

0 引言

作为 ad hoc 网络技术研究的关键问题之一, 时钟同步是完成多址接入、功率控制、同步跳频、数据聚合等功能的核心技术。目前, 实现 ad hoc 网络时钟同步方法主要有两种: 主从同步方法^[1-3]和分布式同步方法^[4-6]。主从同步的主要思想是网络中所有节点的时间与时间参考节点保持同步。此类方法有两个主要缺点: 一是依赖主控节点; 二是远端节点的同步精度受累积误差的影响较大。为了克服主从同步的上述不足, 提出了分布式同步方法。分布式同步的主要思想是网络中所有节点依据彼此的时间信息进行时钟调节, 而不依赖于任何特殊节点。分布式同步无须选取任何时间参考节点, 克服了累积误差的影响, 更适合于多跳移动 ad hoc 网络。

文献[4]提出了一种分布式网络时钟同步算法(clock sampling mutual network synchronization, CSMNS), 该算

法基于自动控制原理, 利用任何一个成功接收的时间信息分组, 在无须进行任何参数估计和直接控制时钟的情况下, 实现对节点时间和频率的自动调节。算法性能较好但实现复杂。文献[5]针对采用 IEEE 802.11 接口且基于时分多址(time division multiple address, TDMA)的 ad hoc 网络时隙同步问题, 借鉴 RBS(reference broadcast synchronization)互同步算法, 实现了“无中心”的多跳精确同步, 算法无须任何附加信息即可实现收发节点的时隙同步, 且精度可达到 10 μ s 以内。但算法具有很强的针对性且对网络拓扑变化的适应性较差。文献[6]提出采用自相关方法实现互同步, 自相关序列的产生增加了算法的复杂性。

本文针对上述分布式同步算法复杂度高、适用性差等问题, 提出采用平均加权的 ad hoc 网络时隙同步算法。

1 Vicsek 模型

Vicsek 模型最早用于研究同一平面内, 由 n 个移动自

治节点构成的系统中,所有节点运动方向的一致性^[7]。系统在初始条件下,每个节点以相同速度向不同方向运动,随后,节点不断根据自身及其所有邻节点运动方向的算术平均更新其运动方向,最终实现所有节点运动方向一致。其中,某节点的邻节点是指以该节点为圆心,以预先规定的距离 r 为半径的圆内及圆上的所有其他节点。

若以 $\theta_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 的运动方向,以 $N_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 所有邻节点的集合,则节点 i 在 $t+1$ 时刻的运动方向为

$$\theta_i(t+1) = \frac{1}{1+n_i(t)} \left[\theta_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} \theta_j(t) \right], i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

式中, $n_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 的所有邻节点的个数。

由于 Vicsek 模型采用分布式算法,具有无中心、算法简单等优点,因此被广泛应用于研究各类不同网络的一致性^[8-9]问题。

2 分布式时隙同步算法

本文借鉴 Vicsek 模型,将节点的运动方向表示为时隙起始时刻,各个节点根据自身及其所有邻节点时隙起始时刻的算术平均调整时隙位置,从而实现时隙同步。

2.1 模型建立

以网络中有 n 个节点为例。假设 t 表示时隙同步时刻, $T_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 的时隙起始位置, $N_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 所有邻节点的集合, $t+1$ 表示下一个时隙同步时刻,则节点 i 在 $t+1$ 时刻的时隙起始位置为

$$T_i(t+1) = \frac{1}{1+n_i(t)} \left[T_i(t) + \sum_{j \in N_i(t)} T_j(t) \right], i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中, $n_i(t)$ 表示 t 时刻节点 i 的所有邻节点的个数。

上述 t 时刻网络节点间的邻接关系可以用有向图 $N(t)$ 表示^[10],其中顶点 $V = \{1, 2, \dots, n\}$,弧 $U \subseteq V \times V$ 。如果网络中节点 j 能够正确接收节点 i 的信息,则 $N(t)$ 中存在一条弧 (i, j) ,同时称节点 i 为节点 j 的邻节点,而节点 j 为节点 i 的侦听节点。另外,由式(2)可知,所有节点存在一条指向自身的弧。假设 $\mathbf{T}(t)$ 表示 t 时刻所有节点的时隙起始位置, $\mathbf{T}(t) = (T_1(t), T_2(t), \dots, T_n(t))^T$,则 $t+1$ 时刻所有节点的时隙起始位置为

$$\mathbf{T}(t+1) = (\mathbf{D}^{-1}\mathbf{A}^T)\mathbf{T}(t) \quad (3)$$

式中, \mathbf{A} 表示有向图 $N(t)$ 的邻接矩阵; \mathbf{D} 为对角阵,其元素为对应顶点的入度。

2.2 算法收敛性分析

本节对上述平均加权算法的收敛性进行分析。令 $\mathbf{F}(t) = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{A}^T$,称为 t 时刻有向图 $N(t)$ 的状态矩阵,由其特性可知, $\mathbf{F}(t)$ 为随机矩阵。根据网络中节点间的邻接关系,将节点构成的网络图分为 1-强连通图、1-根图、有公共根的有向图和根图。下面分别分析四种情况下算法的收敛性。

2.2.1 1-强连通图时的收敛性分析

所谓 1-强连通图是指不仅有向图 $N(t)$ 中任意两顶点互相可达,而且距离为 1。即网络中每个节点都在其他节点的覆盖范围之内。此时, $\mathbf{F}(t)$ 所有元素为 $1/n$,必然有

$$\mathbf{T}(t+1) = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n T_i(t) \right) \cdot \mathbf{I} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{I} = (1, 1, \dots, 1)_{1 \times n}^T$ 。因此,理论上只需迭代一次,即可实现全网时隙同步。

2.2.2 1-根图时的收敛性分析

所谓 1-根图是指不仅有向图 $N(t)$ 是强连通的,而且有一个顶点到所有其他顶点的距离为 1。由于 $\mathbf{T}(t+1) = \mathbf{F}(t)\mathbf{T}(t)$,因此证明算法的收敛性等价于证明 $\mathbf{F}(m)\mathbf{F}(m-1)\dots\mathbf{F}(1)$ 收敛于常数矩阵 \mathbf{IT} ,其中 \mathbf{T} 为所有元素和为 1 的常数行向量^[11]。

假设 \mathbf{x} 表示某个向量,以 $\lfloor \mathbf{x} \rfloor$ 和 $\lceil \mathbf{x} \rceil$ 分别表示向量中的最小值和最大值,则有

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \mathbf{F}_{ij}(1)\mathbf{T}_j(1) &\geq \sum_{j=1}^n \mathbf{F}_{ij}(1)\lfloor \mathbf{T}(1) \rfloor = \lfloor \mathbf{T}(1) \rfloor \\ \sum_{j=1}^n \mathbf{F}_{ij}(1)\mathbf{T}_j(1) &\leq \sum_{j=1}^n \mathbf{F}_{ij}(1)\lceil \mathbf{T}(1) \rceil = \lceil \mathbf{T}(1) \rceil \end{aligned} \quad (5)$$

即 $\lfloor \mathbf{T}(2) \rfloor \geq \lfloor \mathbf{T}(1) \rfloor, \lceil \mathbf{T}(2) \rceil \leq \lceil \mathbf{T}(1) \rceil$,当且仅当 $\lfloor \mathbf{T}(m) \rfloor = \lceil \mathbf{T}(m) \rceil$ 时等号成立,即实现时隙同步,因此算法收敛且极限 $\lim_{m \rightarrow \infty} \lfloor \mathbf{T}(m) \rfloor$ 存在。假设 \mathbf{M} 表示矩阵,以 $\lfloor \mathbf{M} \rfloor$ 和 $\lceil \mathbf{M} \rceil$ 分别表示由每列的最小值和最大值构成的行向量,则 $\lfloor \dots \mathbf{F}(m) \mathbf{F}(m-1) \dots \mathbf{F}(1) \rfloor$ 收敛于某个行向量,假设为 \mathbf{T} 。

若 \mathbf{F} 为 $n \times n$ 随机矩阵,可将其重新表示为

$$\mathbf{F} = \mathbf{I} \lfloor \mathbf{F} \rfloor + \{ \mathbf{F} \}, \quad \|\{ \mathbf{F} \}\|_{\infty} = 1 - \lfloor \mathbf{F} \rfloor \mathbf{I} \quad (6)$$

于是有

$$\begin{aligned} \|\mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) - \mathbf{IT}\|_{\infty} &= \\ \|\mathbf{I} \lfloor \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) \rfloor + \{ \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) \} - \mathbf{IT}\|_{\infty} &\leq \\ \|\mathbf{I} \lfloor \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) \rfloor - \mathbf{IT}\|_{\infty} + \|\{ \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) \}\|_{\infty} & \end{aligned} \quad (7)$$

由 $\{ \mathbf{F}(2) \mathbf{F}(1) \} \leq \{ \mathbf{F}(2) \} \{ \mathbf{F}(1) \}$,有

$$\begin{aligned} \|\{ \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) \}\|_{\infty} &\leq \|\{ \mathbf{F}(m) \}\|_{\infty} \dots \|\{ \mathbf{F}(1) \}\|_{\infty} \leq \\ \|\{ \mathbf{F}(m) \}\|_{\infty} \dots \|\{ \mathbf{F}(1) \}\|_{\infty} &\leq \lambda^m \end{aligned} \quad (8)$$

式中, $\lambda = \max_{i=1,2,\dots,m} \|\{ \mathbf{F}(i) \}\|_{\infty}$,因为 $\mathbf{F}(i)$ 对应有向图都为 1-根图,所以 $\lambda \in (0, 1)$ 。并且

$$\|\mathbf{I} \lfloor \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) \rfloor - \mathbf{IT}\|_{\infty} = \|\lfloor \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1) \rfloor - \mathbf{T}\|_1 \quad (9)$$

假设 $\mathbf{S}_m = \mathbf{F}(m) \dots \mathbf{F}(1)$,则

$$\begin{aligned} \|\lfloor \mathbf{S}_m \rfloor - \mathbf{T}\|_1 &= \|\lfloor \mathbf{S}_m \rfloor - \lfloor \mathbf{S}_{m+1} \rfloor + \lfloor \mathbf{S}_{m+1} \rfloor - \mathbf{T}\|_1 \leq \\ \|\lfloor \mathbf{S}_m \rfloor - \lfloor \mathbf{S}_{m+1} \rfloor\|_1 + \|\lfloor \mathbf{S}_{m+1} \rfloor - \mathbf{T}\|_1 &\leq \\ \|\lfloor \mathbf{S}_m \rfloor - \lfloor \mathbf{S}_{m+1} \rfloor\|_1, m \geq 1, i \rightarrow \infty & \end{aligned} \quad (10)$$

又由 $\lfloor \mathbf{F}(2) \mathbf{F}(1) \rfloor - \lfloor \mathbf{F}(1) \rfloor \leq \lceil \mathbf{F}(2) \rceil \{ \mathbf{F}(1) \}$,有

$$\begin{aligned} \|\lfloor \mathbf{S}_{m+1} \rfloor - \lfloor \mathbf{S}_m \rfloor\|_1 &\leq \|\lceil \mathbf{F}(m+1) \rceil \{ \mathbf{S}_m \}\|_1 = \\ \|\{ \mathbf{S}_m \}^T \lceil \mathbf{F}(m+1) \rceil^T\|_1 &\leq \\ \|\{ \mathbf{S}_m \}^T\|_1 \|\lceil \mathbf{F}(m+1) \rceil^T\|_1 &\leq \\ n \|\{ \mathbf{S}_m \}\|_{\infty} \|\lceil \mathbf{F}(m+1) \rceil\|_{\infty} &\leq n\lambda^m \end{aligned} \quad (11)$$

所以

$$\begin{aligned} \| \lfloor S_{m+i} \rfloor - \lfloor S_m \rfloor \|_1 &= \left\| \sum_{k=0}^{i-1} (\lfloor S_{m+i-k} \rfloor - \lfloor S_{m+i-k-1} \rfloor) \right\|_1 \leq \\ \| \lfloor S_{m+i} \rfloor - \lfloor S_{m+i-1} \rfloor \|_1 + \dots + \| \lfloor S_{m+1} \rfloor - \lfloor S_m \rfloor \|_1 &\leq \\ n\lambda^m \sum_{i=0}^m \lambda^i &\leq \frac{n\lambda^m}{1-\lambda}, \quad i \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (12)$$

由式(7)~式(12),有

$$\| \mathbf{F}(m) \cdots \mathbf{F}(1) - \mathbf{IT} \|_\infty \leq \left(\mathbf{I} + \frac{n}{1-\lambda} \right) \lambda^m \quad (13)$$

因此, $\mathbf{F}(m)\mathbf{F}(m-1)\cdots\mathbf{F}(1)$ 依指数收敛于常数矩阵 \mathbf{IT} , 且收敛率不小于 λ 。

2.2.3 公共根有向图时的收敛性分析

公共根有向图即所有有向图有相同的根。为了证明网络节点邻接关系为公共根有向图时算法的收敛性, 本文利用有向图的合并理论^[11], 通过证明有限数量的公共根有向图的合并等价于 1-根图, 进而说明算法的收敛性。

有向图合并是指: 顶点相同的有向图 K, L 对应的状态矩阵分别为 \mathbf{K}_F 和 \mathbf{L}_F , 若 K 中有弧 (i, j) , L 中有弧 (j, k) , 则合并后的有向图 $L \circ K$ 中有弧 (i, k) , 且 $L \circ K$ 的邻接矩阵是将 $\mathbf{L}_F \cdot \mathbf{K}_F$ 中所有非零元素换为 1 后的转置矩阵, 即 $\mathbf{L}_F \cdot \mathbf{K}_F$ 对应的有向图是 $L \circ K$ 。

假设 $\mathbf{F}(t) (t=1, 2, \dots, k)$ 表示相应时刻的状态矩阵, 对应网络图 $N(t)$ 都是以节点 i 为根的有向图。证明算法的收敛性即证明存在 $k > 1$, 使得 $N(k) \circ \dots \circ N(1)$ 成为以节点 i 为根的 1-根图。若假设 $x \subset V, x$ 在 $N(t)$ 中所有侦听节点的集合表示为 $\alpha(N(t), x)$, 则上述证明转化为证明

$$\alpha(N(k) \circ \dots \circ N(1), i) = V \quad (14)$$

由有向图合并的定义可知, 对任意的 $q > p (p, q \in [1, k])$ 有

$$\alpha(N(p), i) \subseteq \alpha(N(q) \circ N(p), i) \quad (15)$$

因为 $\alpha(N(q), \alpha(N(p), i)) = \alpha(N(q) \circ N(p), i)$, 有

$$\alpha(N(p), i) \subseteq \alpha(N(q), \alpha(N(p), i)) \quad (16)$$

由于节点 i 为 $N(q)$ 中的根节点, 因此

$$\alpha(N(p), i) \subset \alpha(N(q) \circ N(p), i) \quad (17)$$

于是有

$$\alpha(N(1), i) \subset \alpha(N(2) \circ N(1), i) \subset \dots \subset \alpha(N(k) \circ \dots \circ N(1), i) \quad (18)$$

因为每个节点有一条指向自身的弧, 即 $\alpha(N(1), i)$ 中节点数量大于等于 2, 则必然存在 $k \geq n-1$, 使得 $\alpha(N(k) \circ \dots \circ N(1), i) = V$ 。因此, 当网络中节点间的连接关系始终为某个公共根的有向图时, 通过有向图的合并可以使其等效为 1-根图, 从而确保算法的收敛性。

2.2.4 根图时的收敛性分析

当网络中不同时刻节点间的连接关系为根各不相同的有向图时, 若仍能通过有向图的合并使其等效为 1-根图, 则可证明算法在此时的收敛性。

由式(15)可知, 要使上述有向图通过合并等效为 1-根图,

必须在图的合并序列中至少存在一个子序列 $N(k_{n-1}) \circ \dots \circ N(k_1)$, 使得

$$\alpha(N(k_{n-1}) \circ \dots \circ N(k_1), i) = V \quad (19)$$

式中, i 为等效后的有向图的根。而对于由 n 个节点组成的网络, 要满足以上条件, 必须使合并的图的个数 $k' \geq (n-1)^2$ 。因此, 当 $k' \geq (n-1)^2$ 时, 必然有 $\alpha(N(k') \circ \dots \circ N(1), i) = V$, 即有向图合并后等效为 1-根图, 从而证明了算法的收敛性。

3 仿真分析

采用如表 1 所示的仿真参数对算法的同步性能进行仿真, 仿真时节点间同步精度设为 $1 \mu\text{s}$ 。

表 1 仿真参数设置

参数	设置值
场景范围	3 000 m × 3 000 m
节点数量	36
节点分布	随机分布
时间偏差	(0~1) s, (10~100) ms, (1~10) ms 随机分布
传输延时	(0~40) μs 随机分布

通过仿真 500 个随机样本, 得到仿真的平均结果如表 2 和图 1 所示。

表 2 达到相应同步精度所需的平均迭代次数

同步精度	时间偏差		
	(0~1) s	(10~100) ms	(1~10) ms
1.0e-3	53	29	6
1.0e-4	81	56	31
1.0e-5	110	88	56
1.0e-6	137	103	82

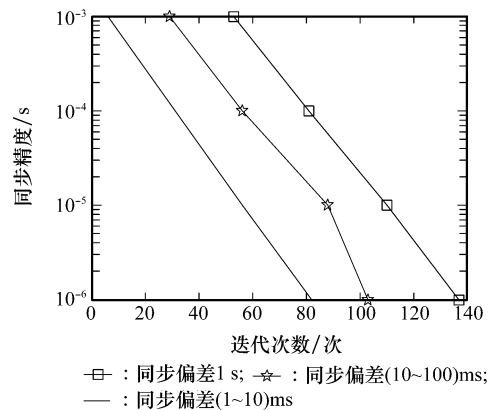


图 1 同步收敛性能

表 2 是初始时间偏差分别为 (0~1) s、(10~100) ms 和 (1~10) ms 时达到相应同步精度所需的平均迭代次数, 图 1 是对表 2 的图形描述。由图 1 可知, 采用分布式平均加权的时隙同步算法, 不论节点间初始同步偏差大小, 其同步精度与迭代次数之间为指数关系, 即验证了算法收敛性分析中算法依指数收敛的结论。同时, 由表 2 可知, 随着节点间初始同步偏差的减小, 达到相应同步精度所需的迭代

次数也明显下降,而实际应用中,ad hoc 网络中节点间时隙偏差一般在 μs 级,因此算法具有较好的实用性。

4 结束语

本文提出了一种采用平均加权的 ad hoc 网络分布式时隙同步算法,算法仅需网络节点利用自身及其邻节点时隙信息的算术平均进行时隙初始位置调整,即可实现全网时隙同步,因此复杂度低,同时算法依指数收敛,具有较快的收敛速度。对算法的收敛性分析及仿真结果表明,算法适用于各种连通性网络,且随着网络连通性的增强,收敛速度加快。

参考文献:

- [1] Chen G N, Wang C Y, Hwang R H. MTSP: multi-hop time synchronization protocol for IEEE 802.11 wireless ad hoc network[J]. *Lecture Note in Computer Science*, 2006, 4138(1): 664 - 675.
- [2] Zhou D, Huang L F, Lai T H. On the scalability of IEEE 802.11 ad-hoc-mode timing synchronization function[J]. *Wireless Network*, 2008, 14(4): 479 - 499.
- [3] Sheu J P, Chao C M, Hu W K, et al. A clock synchronization algorithm for multihop wireless ad hoc networks[J]. *Wireless Personal Communications*, 2007, 43(2): 185 - 200.
- [4] Carlos H R, Thomas K. A mutual network synchronization method for wireless ad hoc and sensor networks[J]. *IEEE*

(上接第 1976 页)

6 结论

基于动态逆解算与混合规划的控制分配策略为 RLV 的控制分配提供了一种新的思路,通过动态逆解算,能有效地对三轴角运动的控制力矩进行解耦,而混合规划策略优化了不同类型的操纵机构组合使用,具有很好的应用价值。

参考文献:

- [1] 呼卫军,周军.可重复使用运载器异构多执行机构混合算法研究[J]. *弹箭与制导学报*, 2007, 27(5): 43 - 46.
- [2] 周锐,杨晓东,王军.具有异构多操纵机构的飞行器复合控制技术[J]. *宇航学报*, 2008, 29(4): 1297 - 1301.
- [3] Calhoun P C, Queen E M. Entry vehicle control system design for the mars science laboratory[J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, 43(2): 324 - 329.
- [4] Burken J J, Ping Lu. Two reconfigurable flight control design methods: robust servomechanism and control allocation[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2001, 24(3): 482 - 493.
- [5] Paradiso J A. Adaptable method of managing jets and aerosurfaces for aerospace vehicle control[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1991, 14(1): 44 - 50.
- [6] Richard H S, Douglas J Z, Patrick D B. Control allocation for the next generation of entry vehicles[R]. U. S: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002.

Trans. on Mobile Computing, 2008, 7(5): 633 - 646.

- [5] Zheng W, Ung H, Jaeho C. A novel synchronization algorithm for IEEE 802.11 TDMA ad hoc network[C]// *IEEE International Conference on Mobile Ad Hoc and Sensor Systems*, 2007: 125 - 130.
- [6] Zhu B, Miyano T, Hidekazu M, et al. Study on correlation based timing synchronization algorithm for ad hoc networks[C]// *The 5th International Conference on Communications and Signal Processing*, 2005: 593 - 597.
- [7] Vicsek T, Czirok A, Jacob E B, et al. Novel type of phase transitions in a system of self-driven particles[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226 - 1229.
- [8] Zhang J, Zhao Y, Tian B M, et al. Accelerating consensus of self-driven swarm via adaptive speed[J]. *Physical A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2009, 388(7): 1237 - 1242.
- [9] Li X S, Fang H J. Optimal weights for consensus of networked multi-agent systems [J]. *Information Technology Journal*, 2009, 8(1): 77 - 82.
- [10] Jadabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988 - 1001.
- [11] Cao M, Morse A S. Reaching a consensus in a dynamically changing environment-convergence rates, measurement delays and asynchronous events[J]. *SIMA Journal on Control and Optimization*, 2008, 47(2): 601 - 623.

- [7] David B D, Brian J G, Anhtuan D N. Control allocation of reaction control jets and aerodynamic surfaces for entry vehicles[R]. U. S: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [8] David B D, Michael W O. Improving control allocation accuracy for nonlinear aircraft dynamics[R]. U. S: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2002.
- [9] Michael A B, David B D. Non-linear control allocation using piecewise linear functions [R]. U. S: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
- [10] Wu Xiaofei, Adami Tony, Campbell Jacob, et al. A nonlinear flight controller design for a UFO by trajectory linearization method part II - controller design[C]// *Proc. of the Thirty-Fourth Southeastern Symposium on System Theory*, 2002.
- [11] Zhu J J, Andrew H. A type two trajectory linearization controller for a reusable launch vehicle - a singular perturbation approach[R]. U. S: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004.
- [12] Zhong Youwu, Yang Lingyu, Shen Gongzhang. Control allocation based reconfigurable flight control for aircraft with multiple control effectors[R]. U. S: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [13] Buffington J M, Enns D F. Lyapunov stability analysis of daisy chain control allocation[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamic*, 1996, 19(6): 226 - 230.
- [14] Teel A R, Buffington J M. Anti-windup for an F-16's daisy chain control allocate[R]. U. S: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997.