

载体姿态变化对水下磁场定位精度的影响及监测方法

黄 玉^{1,2}, 孙 枫², 郝燕玲²

(1. 哈尔滨工程大学理学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

2. 哈尔滨工程大学自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 基于地磁异常反演的水下载体定位方法是为解决水下地磁图不易构建而提出的。将水下地磁异常视为偶极子磁性目标, 其磁场大小及梯度由捷联于载体的十单轴磁力计测得, 再根据磁场大小及梯度确定载体相对于目标的位置。对目标磁场大小及梯度与载体姿态间的关系, 及姿态变化对定位精度的影响进行了理论分析与数值仿真, 表明姿态变化对磁场大小的测量几乎没有影响, 而对磁场梯度影响大, 但载体相对于目标的距离却不随姿态改变而变化。根据目标磁矩与载体姿态角的关系, 提出了利用磁矩解算载体姿态变化的新方法, 对其进行了理论分析与数值仿真, 结果表明, 该方法原则上具有较高的解算精度, 为监测载体姿态变化提供了一种新途径。

关键词: 水下载体定位; 地磁异常; 姿态; 磁偶极子; 精度

中图分类号: U 666.1

文献标志码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1001-506X.2010.09.41

Effect of vehicle attitude variation on underwater magnetic field localization precision and its detection method

HUANG Yu^{1,2}, SUN Feng², HAO Yan-ling²

(1. Coll. of Science, Harbin Engineering Univ., Harbin 150001, China;

2. Coll. of Automation, Harbin Engineering Univ., Harbin 150001, China)

Abstract: Underwater vehicle localization method based on geomagnetic anomaly inversion is proposed for solving the problem that the underwater geomagnetic map is not easy to make. In this method, underwater geomagnetic anomaly can be viewed as a magnetic dipole target. The vehicle position relative to the target is determined by the magnitude of its magnetic field and gradients, which are measured using ten single-axis magnetometers strapped on the vehicle. The relationships between magnetic field magnitude, gradients and vehicle attitude are studied theoretically and simulated numerically, and at the same time its effect on localization precision is also analyzed. These results show that the magnetic field magnitude is not almost influenced by vehicle attitude variation but the effect on its gradients are obvious. However, the distance between underwater vehicle and magnetic target does not almost vary with attitude angles. A novel method to calculate vehicle attitude variation by target magnetic moments is put forward and is studied theoretically and simulated numerically. The results show the calculating precision for the method is higher in principle, which can be used to detect attitude variation of underwater vehicles.

Keywords: underwater vehicle localization; geomagnetic anomaly; attitude; magnetic dipole; precision

0 引言

地磁导航是 20 世纪末出现的新型无源导航方法, 具有隐蔽性好、抗干扰能力强、无积累误差和精度适中等优点。地磁异常检测技术已成功应用于寻找铁磁性矿藏、扫测沉船等铁质航行障碍物、探测海底管道和电缆, 还可在侦察潜艇的潜航及水雷的布设等方面发挥重要作用^[1-2]。近年来,

借用大地测量技术的进步, 应用地球物理特征(如水深数据、重力、地磁)的水下无源导航理论和方法引起了国内外研究机构和学者的关注, 已成为当前水下导航领域的研究热点之一^[3-4]。

20 世纪 80 年代初, 瑞典的 Lund 学院对船只的地磁导航进行了海上实验验证, 通过人工比对地磁强度的测量数据与地磁图, 确定船只的位置; 同时根据距离已知的两个磁

收稿日期: 2009-09-30; 修回日期: 2010-01-23。

基金项目: 国家自然科学基金(60775001, 60834005)资助课题

作者简介: 黄玉(1976-), 男, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为地磁定位。E-mail: huangyu_cge@china.com.cn

传感器的输出时差,确定船只的地速^[5]。我国学者在惯性/地磁组合导航等方面也开展了相关研究。刘飞等人用一系列实时磁场异常特征测量值与基准图匹配,找到最匹配的位置序列作为载体的真实位置,从而校正惯导误差^[6]。杨功流等人对地磁匹配辅助惯性导航系统进行了设计与仿真,结果表明该系统能校正惯导随时间增长的误差^[7]。吴美平等人以地磁异常图为基准,利用地磁异常测量序列结合 ICP 改进算法和扩展卡尔曼滤波技术实现载体定位^[8]。穆华等人研究了船用惯性/地磁导航系统的信息融合策略,指出用地磁异常强度辅助惯导定位的参考依据,可有效抑制惯导误差累积^[9]。晏登洋等人研究了惯性/地磁组合导航技术,采用标准卡尔曼滤波能较有效地抑制惯导的误差发散,而且滤波具有较高的稳定性^[10]。

尽管如此,但人们较少考虑到绘制有效的水下地磁图的困难。地磁图通常是根据海面或空中探测值绘制完成的,只能描述探测面的地磁规律,不能描述海底地质变化和铁磁性物体产生的磁异常,无法反映水下变化规律。为此我们另辟蹊径,提出了一种新的水下磁场定位方法:将地磁异常场反演为一定的磁偶极子目标,通过捷联于载体的十单轴磁力计测量目标磁场的大小及梯度,由此计算载体相对于目标的空间位置;然后采用同时定位与构图方法,在构建环境地图的同时计算自身位置,实现载体定位。此磁场定位方法中的一个关键问题就是如何由地磁异常场大小及梯度精确地计算出载体相对位置。在航行时,水下载体姿态不可避免地发生变化,因此磁力计姿态也会随之改变,这可能影响磁场大小及梯度的测量结果,导致水下载体定位精度下降。因此,有必要研究水下载体姿态变化与定位误差间的关系。

1 磁场大小及梯度测量方法

水下磁性目标主要来自地磁异常和铁磁物体,与地磁背景场相比要小几个数量级,约为几百 nT。当目标离载体足够远时,可将其视为一个磁偶极子模型。为精确测量目标在载体 P 处产生磁场的大小及梯度,采用十单轴磁力计配置^[11]。即以 P 点为中心,分别在 X_b 轴的 A 和 B 点、 Y_b 轴的 C 和 D 点放置磁力计, Q 为目标,如图 1 所示。间距为 L_x 的一对三轴磁力计分别测量 A 和 B 处的磁场三分量,分别以 $B_{AX}, B_{AY}, B_{AZ}, B_{BX}, B_{BY}$ 和 B_{BZ} 表示,间距为 L_y 的另一对双轴磁力计分别测量 C 和 D 处磁场的 Y 和 Z 分量,分别以 B_{CY}, B_{CZ}, B_{DY} 和 B_{DZ} 表示。以 P 为原点建立载体坐标系 $PX_b Y_b Z_b$, 则 A, B, C, D 的位矢分别为 $\mathbf{x}_A = -L_x/2\mathbf{i}$, $\mathbf{x}_B = L_x/2\mathbf{i}$, $\mathbf{x}_C = -L_y/2\mathbf{j}$, $\mathbf{x}_D = L_y/2\mathbf{j}$, 目标位矢为 $\mathbf{r} = X\mathbf{i} + Y\mathbf{j} + Z\mathbf{k}$, 其中 \mathbf{i}, \mathbf{j} 和 \mathbf{k} 分别为 X, Y 和 Z 轴的单位矢量。 $r = |\mathbf{r}|$, 目标在 A, B, C 和 D 处磁场分别为

$$\mathbf{B}_i = \frac{\mu}{4\pi r_i^3} [3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_{ri}) \mathbf{e}_{ri} - \mathbf{m}] \quad (1)$$

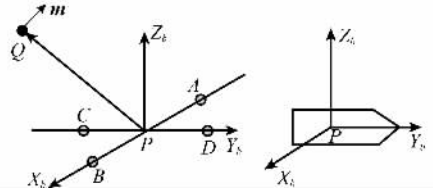


图 1 目标磁场大小及梯度测量配置图

式中,下标 i 分别代表 A, B, C 和 D ; μ 为磁导率; \mathbf{m} 为目标磁矩; $\mathbf{r}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{r}$ 分别为 A, B, C 和 D 相对于目标的位矢, $r_i = |\mathbf{r}_i|$, $\mathbf{e}_{ri} = \mathbf{r}_i / r_i$ 为单位矢量。在后面的公式中,为简便起见,将 $\mu / (4\pi)$ 舍去。

目标磁场大小用 t 表示,其磁场梯度矩阵 \mathbf{G} 的 5 个独立分量选为 $G_{11}, G_{22}, G_{21}, G_{32}$ 和 G_{31} 。 $a = G_{11} = \partial B_x / \partial X, b = G_{22} = \partial B_y / \partial Y, d = G_{12} = G_{21} = \partial B_y / \partial X, e = G_{23} = G_{32} = \partial B_z / \partial Y$ 和 $f = G_{13} = G_{31} = \partial B_z / \partial X$, 且 $c = G_{33} = -(a + b)$ 。由图 1 得,目标在 P 处的磁场大小及梯度分量的计算式分别为

$$t^* = \sqrt{\frac{B_{AX}^2 + B_{AY}^2 + B_{AZ}^2 + B_{BX}^2 + B_{BY}^2 + B_{BZ}^2}{2}} \quad (2a)$$

$$\begin{cases} a^* = \frac{B_{BX} - B_{AX}}{L_x}, & b^* = \frac{B_{DX} - B_{CX}}{L_y} \\ c^* = -(a^* + b^*), & d^* = \frac{B_{BY} - B_{AY}}{L_x} \\ e^* = \frac{B_{DZ} - B_{CZ}}{L_y}, & f^* = \frac{B_{BZ} - B_{AZ}}{L_x} \end{cases} \quad (2b)$$

根据式(1)和式(2),就可计算目标磁场大小 t^* 及梯度分量 a^*, b^*, d^*, e^* 和 f^* 。

2 磁场定位原理

由磁偶极子激发调和场可知,目标磁场大小与其梯度分量间存在如下关系

$$3t = [(aX + dY + fZ)^2 + (dX + bY + eZ)^2 + (fX + eY + cZ)^2]^{1/2} \quad (3)$$

设 m_x, m_y 和 m_z 分别为目标磁矩的 X, Y 和 Z 分量,由磁偶极子磁场公式可得

$$ar^7 = 3X(3r^2 - 5X^2)m_x + 3Y(3r^2 - 5X^2)m_y + 3Z(r^2 - 5X^2)m_z \quad (4a)$$

$$br^7 = 3X(3r^2 - 5Y^2)m_x + 3Y(3r^2 - 5Y^2)m_y + 3Z(r^2 - 5Y^2)m_z \quad (4b)$$

$$dr^7 = 3Y(3r^2 - 5X^2)m_x + 3X(3r^2 - 5Y^2)m_y - 15XYZm_z \quad (4c)$$

$$er^7 = -15XYZm_x + 3Z(r^2 - 5Y^2)m_y + 3Y(r^2 - 5Z^2)m_z \quad (4d)$$

$$fr^7 = 3Z(3r^2 - 5X^2)m_x - 15XYZm_y + 3X(3r^2 - 5Z^2)m_z \quad (4e)$$

从式(4a)~式(4e)消除 m_x, m_y 和 m_z , 得到载体位置参数 X, Y, Z 和 r 分别为^[12]

$$\begin{cases} Z = \pm 3t / \{ [(ak + d)q + f]^2 + [(dk + b)q + e]^2 + \\ \quad [(fk + e)q + c]^2 \}^{\frac{1}{2}} \\ X = kqZ \\ Y = qZ \\ r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \end{cases} \quad (5)$$

式中, $q = [d(k^2 - 1) - (a - b)k] / [(ek - f)(k^2 + 1)]$, k 由式(6)决定。

$$\sum_{i=0}^6 S_i k^i = 0 \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} S_6 &= d^2(a + 2b) - e^2(a - b) + 2def \\ S_5 &= -2d[(a - b)(a + 2b) + d^2 + e^2 + f^2] \\ S_4 &= (a - b)^2(a + 2b) + d^2(4a - 7b) - \\ &\quad (2e^2 - f^2)(a - b) + 6def \\ S_3 &= -4d[(a - b)^2 - d^2 + e^2 + f^2] \end{aligned}$$

$$\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta - \sin \psi \sin \varphi \sin \theta & \cos \psi \sin \theta + \sin \psi \sin \varphi \cos \theta & -\sin \psi \cos \varphi \\ -\cos \varphi \sin \theta & \cos \varphi \cos \theta & \sin \varphi \\ \sin \psi \cos \theta + \cos \psi \sin \varphi \sin \theta & \sin \psi \sin \theta - \cos \psi \sin \varphi \cos \theta & \cos \psi \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (7)$$

在十单轴磁力计配置中,目标磁场大小及梯度的测量值与理论值相差无几^[11],为便于研究载体姿态改变对目标磁场大小及梯度的影响,可通过分析目标磁场大小及梯度张量在两坐标系下的理论值间关系得到。目标磁场大小及梯度张量在 $PX_b Y_b Z_b$ 系和 $PX'_b Y'_b Z'_b$ 系下的理论值分别为

$$t = \frac{1}{r^3} [3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_r) \mathbf{e}_r - \mathbf{m}] \quad (8a)$$

$$\mathbf{G} = \frac{1}{r^4} [(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_r)(\mathbf{I} - 5\mathbf{e}_r \mathbf{e}_r) + 2\mathbf{m} \mathbf{e}_r] \quad (8b)$$

$$t' = \frac{1}{r'^3} [3(\mathbf{m}' \cdot \mathbf{e}'_r) \mathbf{e}'_r - \mathbf{m}'] \quad (8c)$$

$$\mathbf{G}' = \frac{1}{r'^4} [(\mathbf{m}' \cdot \mathbf{e}'_r)(\mathbf{I}' - 5\mathbf{e}'_r \mathbf{e}'_r) + 2\mathbf{m}' \mathbf{e}'_r] \quad (8d)$$

式中, \mathbf{I} 和 \mathbf{I}' 分别为 $PX_b Y_b Z_b$ 和 $PX'_b Y'_b Z'_b$ 系下的二阶单位张量; $\mathbf{r}' = \mathbf{\Gamma} \mathbf{r}$ 和 $\mathbf{m}' = \mathbf{\Gamma} \mathbf{m}$ 分别为目标与载体间位矢和磁矩在 $X'_b Y'_b Z'_b$ 系下的表示, $r'_i = |\mathbf{r}'_i|$, $\mathbf{e}'_i = \mathbf{r}'_i / r'_i$ 。

又 $\mathbf{\Gamma}$ 为正交矩阵, 则 $r' = r$, $\mathbf{m}' = \mathbf{m}$, $\mathbf{m}' \cdot \mathbf{r}' = \mathbf{m} \cdot \mathbf{r}$, $\mathbf{m}' \mathbf{r}' = \mathbf{\Gamma} \mathbf{m}' \mathbf{r}' \mathbf{\Gamma}^T$ 。据此不难证明

$$t' = t \quad (9a)$$

$$\mathbf{G}' = \mathbf{\Gamma} \mathbf{G} \mathbf{\Gamma}^T \quad (9b)$$

由式(9a)可知,在载体姿态变化前后,十磁力计测得的目标磁场大小不变,但由于式(2a)计算误差的存在^[11],磁场大小可能有很微小的变化;由式(9b)和式(7)可知,目标磁场梯度与姿态变化角 θ 、 φ 、 ψ 的正、余弦函数有关,即随 θ 、 φ 、 ψ 的改变而呈周期性变化。

$$S_2 = (a - b)^2(2a + b) - d^2(7a - 4b) - (e^2 - 2f^2)(a - b) + 6def$$

$$S_1 = 2d[(a - b)(2a + b) - d^2 - e^2 - f^2]$$

$$S_0 = d^2(2a + b) + f^2(a - b) + 2def$$

这些系数可由 a 、 b 、 d 、 e 和 f 计算得到,因此载体相对于目标的位置完全由磁场大小 t 及梯度 a 、 b 、 d 、 e 和 f 决定,载体定位精度与磁场大小及梯度的测量精度紧密相关。

3 姿态改变对定位精度的影响

设 $PX_b Y_b Z_b$ 系和 $PX'_b Y'_b Z'_b$ 系分别为载体姿态变化前后对应的载体坐标系,由于载体坐标系表示水下载体的空间关系,故姿态变化可用两载体坐标系间角度 θ 、 φ 和 ψ 描述。两坐标系间关系为:先绕 Z_b 轴旋转 θ 得 $PX_{b1} Y_{b1} Z_{b1}$ 系,再绕 X_{b1} 轴旋转 φ 得 $PX_{b1} Y_{b2} Z_{b2}$ 系,最后绕 Y_{b2} 轴旋转 ψ 得 $PX'_b Y'_b Z'_b$ 系,则从 $PX_b Y_b Z_b$ 系到 $PX'_b Y'_b Z'_b$ 系的变换矩阵为

4 监测载体姿态变化的新方法

联立式(4c)~式(4e)解得,目标磁矩分量 m_x 、 m_y 和 m_z 分别为

$$m_x = \frac{r^3}{9YZ} [5(eX^3 + fY^3 + dZ^3) - r^2(dZ + fY + 4eX)] \quad (10a)$$

$$m_y = \frac{r^3}{9XZ} [5(eX^3 + fY^3 + dZ^3) - r^2(dZ + 4fY + eX)] \quad (10b)$$

$$m_z = \frac{r^3}{9XY} [5(eX^3 + fY^3 + dZ^3) - r^2(4dZ + fY + eX)] \quad (10c)$$

将由式(5)得到的载体位置参数 (X, Y, Z) 以及磁场梯度分量 (d, e, f) 代入式(10),就可得 m_x 、 m_y 和 m_z 。同时,根据 $\mathbf{m}' = \mathbf{\Gamma} \mathbf{m}$ 得,目标磁矩分量与 θ 、 φ 和 ψ 间的关系式,其中 \mathbf{m}' 为载体姿态改变 θ 、 φ 和 ψ 后的磁矩。由于目标磁矩中含有载体姿态变化信息,且与载体位置无关。因此,提出一种利用目标磁矩解算水下运动载体姿态变化的新方法。方法具体描述如下:(1) 采用一个倾角传感器测量载体俯仰变化角 φ ;(2) 由式(10)计算出载体姿态变化前后目标磁矩的三分量值;(3) 由式 $\mathbf{m}' = \mathbf{\Gamma} \mathbf{m}$ 联立关于 θ 和 ψ 的方程组算出 θ 和 ψ 。

5 仿真与分析

5.1 载体定位精度与姿态改变间的关系

仿真参数:载体位于点 $P(100 \text{ m}, 50 \text{ m}, 30 \text{ m})$,位于原

点的目标磁矩为 $m_x = 100 \text{ A} \cdot \text{m}^2, m_y = 20 \text{ A} \cdot \text{m}^2, m_z = 10 \text{ A} \cdot \text{m}^2, L_x = L_y = 2 \text{ m}$ 。用 $\eta_a = (a^{*'} - a^*) / a^*$ 、 $\eta_b = (b^{*'} - b^*) / b^*$ 、 $\eta_d = (d^{*'} - d^*) / d^*$ 、 $\eta_e = (e^{*'} - e^*) / e^*$ 、 $\eta_f = (f^{*'} - f^*) / f^*$ 和 $\eta_i = (t^{*'} - t^*) / t^*$ 分别表示载体姿态变化对测量磁场梯度及大小的影响,其中 $(t^*, t^{*'})$ 和 $(a^*, a^{*'}), (b^*, b^{*'}), (d^*, d^{*'}), (e^*, e^{*'}), (f^*, f^{*'})$ 分

别为载体姿态改变前后测得的磁场大小及梯度。为了便于与式(9)对比, $\eta_a, \eta_b, \eta_d, \eta_e, \eta_f$ 及 η_i 的定义式中没有取绝对值。

图 2(a) 为 η_i 分别随 θ, φ 和 ψ 的变化曲线,而 $\eta_i (i=a, b, d, e, f)$ 随 θ, φ 和 ψ 的变化曲线分别如图 2(b)、图 2(c) 和图 2(d) 所示,其中 $-180^\circ \leq \theta, \varphi, \psi \leq 180^\circ$ 。

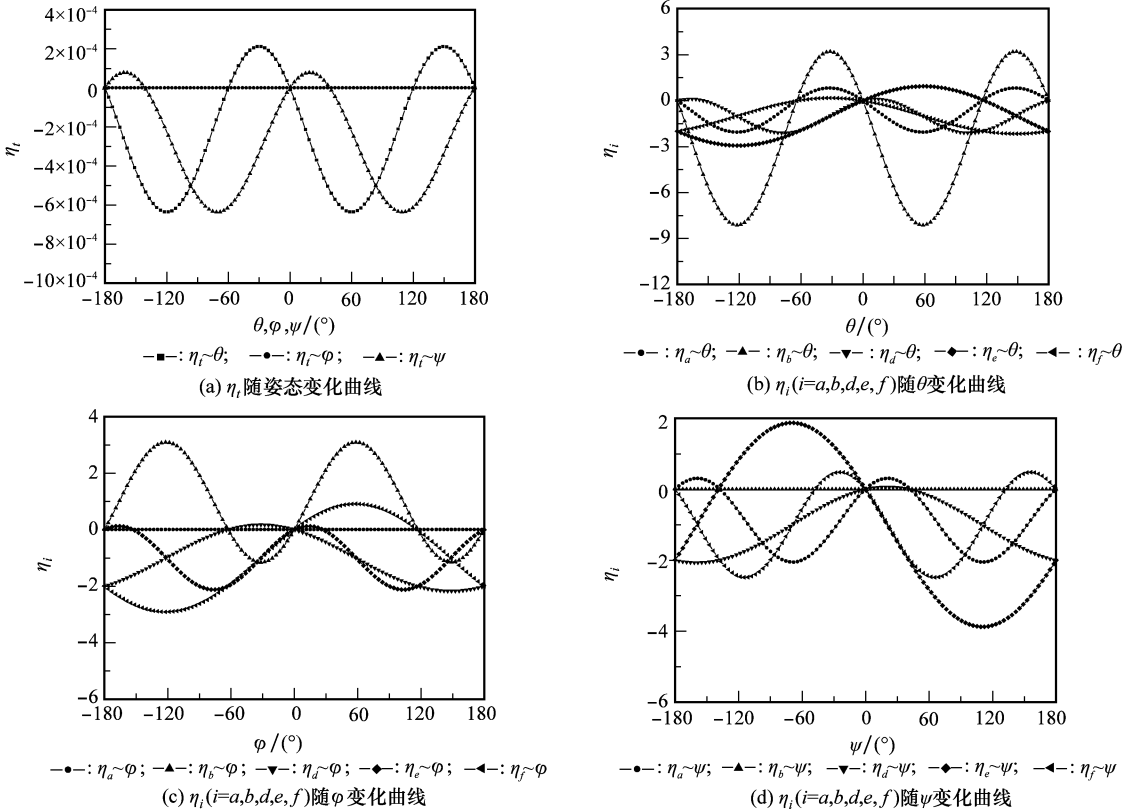


图 2 磁场大小及梯度与姿态改变间的关系

由图 2 可知,当载体姿态变化时,目标磁场梯度变化剧烈,且呈周期性变化;而目标磁场大小的微小改变是由式(2a)的计算误差引起的。数值仿真结果与式(9)的理论分析相吻合。

$\eta_r = |(r^{*'} - r^*) / r^*|$ 用于表示水下载体定位的相对误差,其中 $r^* = 115.8 \text{ m}$ 为载体姿态改变前的定位距离, $r^{*'}$ 为姿态改变后的定位距离。 η_r 随 θ, φ 和 ψ 的变化曲线如图 3 所示,由图 3 可知,定位距离随载体姿态改变而变化甚微,其微小定位误差是由定位算法的计算误差引起的。因此,载体变化对定位精度的影响可忽略,表明了在进行水下磁场定位时无须考虑磁力计组整体的姿态改变,这是此载体定位方法的一大优点。

之所以具有这样的优点,其根本原因是,此定位算法是通过对目标磁场大小及梯度的测量确定目标相对于测量点位置的。只要测量点未变,计算出的两者距离就应不变,而不管载体姿态怎样改变。数值仿真结果也印证了这一点。

但若载体姿态改变不是以测量点 P 为中心坐标系进行的,即载体的摇摆中心不是十磁力计安装中心的对称点,则在载体姿态改变前后,测量点与目标的间距改变了,定位结果当然也会变化。此时为提高定位精度,就要算出测量点的位置改变值,利用此改变值对定位结果进行修正。

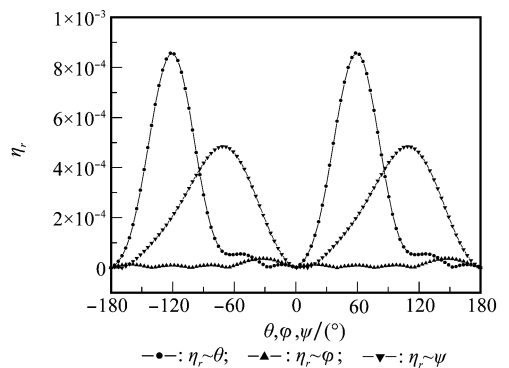


图 3 定位误差与载体姿态改变间的关系

5.2 载体姿态变化角的获取

选取 $\varphi=10^\circ$, θ 和 ψ 皆选取在变化范围内均匀分布的 21 个数据点, 其变化范围分别为 $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$, $0^\circ \leq \psi \leq 50^\circ$ 。解算 θ 和 ψ 的数值仿真曲线如图 4 所示, 图 4 中 θ^0 和 θ^* 分别表示姿态变化角 θ 的实际值与解算值, ψ^0 和 ψ^* 分别表示姿态变化角 ψ 的实际值和解算值。

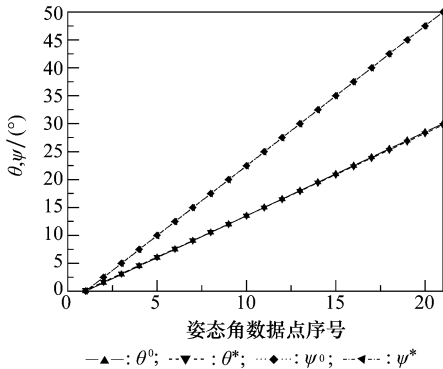


图 4 载体姿态变化的解算

由图 4 可知, θ^0 和 θ^* 、 ψ^0 和 ψ^* 的曲线分别重叠在一起, 这表明 θ 和 ψ 解算值与实际值间的差别很小。由此可知, 这种方法在原理上可获得较高的姿态解算精度, 为监测水下载体姿态提供了一种可行的途径, 实现在载体定位的同时, 获得载体姿态变化信息。

6 结论

由于地磁场成分复杂, 用于水下航行器的有效地磁图不易构建。为此, 提出了一种将地磁异常反演成偶极子磁性目标, 利用安装在载体上的多个磁力计测量目标磁场大小及梯度, 确定其与载体间的相对位置, 实现水下载体定位的方法。研究了水下载体姿态变化对目标磁场大小及梯度测量的影响, 理论分析与数值仿真了其测量误差与载体姿态改变间的关系。分析与仿真结果均表明磁场梯度随载体姿态变化而周期性变化, 在忽略式(2)计算误差的情况下, 磁场大小不随姿态改变而改变; 载体定位距离也不随其姿态而改变, 载体姿态不会对定位结果产生显著影响。

由于目标磁矩的计算值与载体姿态变化角有关, 提出并描述了利用载体姿态改变前后的目标磁矩, 辅以一维倾角传感器, 解算载体姿态变化的新方法。对这种解算方法进行了理论分析与数值仿真, 结果表明这种解算方法在理论上可获得较高的精度, 且算法简单可靠, 可用于监测水下载体的姿态。

参考文献:

- [1] Hirota M, Furuse T, Ebana K, et al. Magnetic detection of a surface ship by an airborne LTS SQUID MAD [J]. *IEEE Trans. on Applied Superconductivity*, 2001, 11(1): 884 - 887.
- [2] Arie Scheinker, Biaz Lerner, Nizan Salomonski, et al. Localization and magnetic moment estimation of a ferromagnetic target by simulated annealing [J]. *Measurement Science and Technology*, 2007, 18: 64 - 67.
- [3] 彭富清. 磁模型与地磁导航[J]. *海洋测绘*, 2006, 26(2): 73 - 75.
- [4] Rice H, Kelmenson S, Mendelsonhn L. Geophysical navigation technologies and applications [C] // *Proc. of IEEE Position Location and Navigation Symposium*, 2004: 618 - 624.
- [5] Tyren C. Magnetic anomalies as a reference for ground-speed and map-matching navigation [J]. *The Journal of Navigation*, 1982, 35(2): 242 - 254.
- [6] 刘飞, 周贤高, 杨晔, 等. 相关地磁匹配定位技术[J]. *中国惯性技术学报*, 2007, 15(1): 59 - 62.
- [7] 杨功流, 李士心, 姜朝宇. 地磁辅助惯性导航系统的数据融合算法[J]. *中国惯性技术学报*, 2007, 15(1): 47 - 50.
- [8] 吴美平, 刘颖, 胡小平. ICP 算法在地磁辅助导航中的应用[J]. *航天控制*, 2007, 25(6): 17 - 21.
- [9] 穆华, 任治新, 胡小平, 等. 船用惯性/地磁导航系统信息融合策略与性能[J]. *中国惯性技术学报*, 2007, 15(3): 322 - 326.
- [10] 晏登洋, 任建新, 宋永军. 惯性/地磁组合导航技术研究[J]. *机械与电子*, 2007, (1): 19 - 22.
- [11] 黄玉, 郝燕玲. 水下磁异常定位中两种矢量磁力仪配置方式的比较[J]. *中国惯性技术学报*, 2009, 17(6): 677 - 682.
- [12] Tanekage Y. Method for detecting a magnetic source by measuring the magnetic field thereabout [P]. *Unite states patent*: 4309659, 1982 - 01 - 05.