

谈谈现代应用数学

李大潜*

(复旦大学 上海 200433)

关键词 现代应用数学

应用数学,是作为纯粹数学(基础数学)的对立物(或更准确地说)互补物而提出的。但要在应用数学与纯粹数学之间划一个严格的界限却绝无可能。因为二者之间的界限本身是模糊的,而且应用数学的内涵、意义、方法、概念及对其重要性的认识也是动态的。这就是说,应用数学本身是一个与时俱进的学科,我们对它的认识也应不断深化。

数学起源于计数、丈量土地等实际的生产活动,因此一开始就是应用的。中国的数学在世界上曾居领先地位,它的特点也是为解决具体问题而提供算法或解法的。17世纪牛顿根据力学上的需要发明微积分之后,很长的时间中,很多数学家同时也是力学家、物理学家,对他们来说,理论和应用是密不可分的。以后数学研究愈来愈深入,分科愈来愈细,很多数学家也愈来愈成为分工的奴隶,关进了象牙之塔,理论与应用之间才出现了分离。这是数学发展本身的要求,无可厚非,而且这是当时的趋势,是无法阻挡的。19世纪末到20世纪初,当时的所谓应用数学,就只是数学物理方法或数学物理方程。Courant & Hilbert的著作成为这方面的经典,很有趣,很吸引人,但对数学发展的全局来说,并未形成大的气候。二战期间,数学在高速飞行、核弹设计、火炮控制、物资调运、密码破译及军事运筹等方面发挥了重大作用,涌现了一批新的应用数学学科,使应用数学包括了很多学科及门类,形成了强大的阵容,开始树起了自己的旗帜。近几十年来,随着科学技术和数学本身的飞速发展以及计算机和计算技术的兴起和发展,应用数学也得到长足的发展,形成了声势浩大的学科门类,国际上有关的学会、刊物及国际会议为数众多,可以说现在已进入现代应用数学这一新的发展时期。

我国的情况也离不开这个大趋势,但又有自己

的特点。上世纪50年代前期,全国的数学系都只有(基础)数学专业,大家关在象牙塔里不关心应用,不懂得应用,甚至还看不起应用。1956年国家制订科学发展规划,开始注意到应用数学,曾指出要重点发展计算数学、微分方程、概率统计等学科。以后,随着形势的发展,越来越多的数学工作者走出课堂及书斋,投入社会实践活动,努力为数学的应用打开了局面,也取得了有益的经验 and 体会,坚定了将数学应用到社会主义建设事业中的决心、信心和勇气,同时也逐步解决了长期以来困惑数学界的一个根本性的问题:这样做是否会影响数学本身的发展?事实证明,数学的发展应该且可以从外部世界得到营养和推动,理论与实际的密切结合与相互促进,是发展数学本身的一条康庄大道。70年代末,全国高校恢复招生不久,不少高校就建立了应用数学专业。1981年,国家建立的首批博士点、硕士点中,除基础数学专业外,已有应用数学专业,同时还有计算数学、运筹控制、概率论与数理统计这些本质上属于大应用数学的专业。1990年中国工业与应用数学学会成立,成为和中国数学会并列的全国性一级学会,一些省、市级的学会先后也相继成立。从此,中国的应用数学进入了一个蓬勃发展壮大的时期,在经济建设中做出了许多实质性的贡献,也开始在国际应用数学界有了一席之地,中国工业与应用数学学会已是国际工业与应用数学委员会的大会员单位,并享有较好的声誉。更重要的是,在这个过程中,我们已积累了正反两方面的宝贵经验,并培养了一支相当成熟的应用数学队伍。

为了更好地发展我国的应用数学,就要了解当代应用数学的现状和特点。下面简要谈谈自己的一些思考、看法及体会。

(1)当代数学的一个重要特征和发展趋势,是

* 中国科学院院士,复旦大学教授

收稿日期:2003年4月17日

数学内部各分支学科的高度发展和相互之间在内容、概念及方法上的不断交叉和融合,充分地显示出数学是一个密不可分的整体;数学与其它学科以及整个外部世界的联系、交叉、渗透与融合也不断得到加强。所有数学学科都或多或少地联系在一起,形成了一个复杂的网络,任何二者之间都(可能通过复杂的途径)联系起来,形成一个整体;而且这种关系是动态的、变化的。现在看来很冷清的学科,将来某一天可能会发现重要的应用,变成很热门的领域(像代数这样很抽象的学科,现已成为密码研究最重要的一个工具)。从数学学科之间门户林立、派系众多、孤芳自赏、以邻为壑的状况及思想境界,到心悦诚服地认识到数学是一个整体,只有一个数学,这种认识上的趋同是一个大的飞跃、大的进步,也预示着数学进一步的大发展,特别值得珍惜。同时,对我们来说,经过几十年的风风雨雨,这种认识的趋同也有相当坚实的基础,很难一阵风就吹掉。

从这一观点出发,高度抽象的纯粹数学不仅是数学的核心,而且不断体现出在应用方面巨大的甚至是关键的作用;而以偏向应用、面向实际为主的应用数学,也不断向数学提出各种各样新的问题和挑战,成为推动数学理论向纵深发展的原动力。纯粹数学与应用数学之间没有绝对清晰的界限,不能也不必分得太清楚。因此,双方不应有门户之见,不应互相拆台,互相攻击,而应当互相尊重、补充、依赖、帮助和支持。应用数学固然应该是有用的数学,但纯粹数学不等于无用的数学,不要轻易地给人扣上理论脱离实际的帽子。作为数学核心内容的纯粹数学,实际上无所不在,也是应用数学的重要基础,其重要性不可低估。另一方面,应用数学(包括其各个层次)同样是数学整体中重要的不可或缺的内容,搞纯粹数学的人也不要看不起应用数学,把应用数学看成是肮脏的、差劲的数学,把应用数学家看成纯粹数学搞不成,只能搞搞应用的二流货色,看成差劲的数学家。只有作为统一数学的这两个有机组成部分紧密协作与结合,相互支持和促进,才能有大的发展。通过认识上的趋同,大家团结一致把中国的数学事业搞好,这次国际数学家大会在北京的成功召开,就是一个最好的实践和证明。这为我们进一步发展中国的应用数学,包括工业应用数

学,提供了最好的人文环境。什么是人和?这就是人和!正由于这一点,我们可以毫不犹豫地说是,现在是我国历史上发展应用数学的一个最好的时期。我们要充分看到这一有利形势,努力将我国的应用数学推向一个新的水平。

数学是一个整体,纯粹数学和应用数学之间界限模糊,是从内容上来说的。但从纯粹数学家与应用数学家的工作风格、特色和关心的侧重点及品味(taste)来说,确有相当大的差异。具体表现为:

①追求和理念不同。应用数学家更看重数学为其它学科及国民经济与社会做贡献,更重视与其它学科及工程技术界的交叉渗透,在此前提下推动数学本身的发展。②兴奋点不同。纯粹数学家对猜想感兴趣,本质上是对数学内部的矛盾运动感兴趣;而应用数学家在发现实际中的重要问题可以用数学方法来解决时,就会无比兴奋,对建立数学模型也充满兴趣。③应用数学家的工作方法,不是为熟悉的理论找应用,而是面对要解决的理论及实际问题找理论、方法及手段。解决具体问题时,往往抓住主要矛盾,单刀直入,不追求绝对的严格。④应用数学家更多地重视先进计算工具及技术的作用,重视有效的算法。⑤应用数学家的成果,不仅满足于发表论文,更关注实际效果,注重实际检验,并在此基础上不断修改有关数学模型及方法,直至达到理想的结果。⑥应用数学家一有实际成果,就力求投入实用,转化为生产力,形成数学技术,全面推广。

只有具有应用数学的风格及特点,才能真正发挥应用数学的威力,否则应用数学家就没有存在的价值,也搞不出像样的应用数学,走不出自己的路。但这一点形成不易,要有意识地培养。中国的应用数学工作者过去大都是从纯粹数学方面转过来的,虽然经过一些改变,但并不彻底,对学生的培养在这方面也不够自觉,应用的味道很不突出。这是一个薄弱环节,必须引起重视。

(2)数学的应用已经扩展到几乎每个科学领域和应用部门,而且在其中起着关键的不可替代的重要作用。恩格斯在《自然辩证法》中曾说:“数学的应用:在刚体力学中是绝对的,在气体力学中是近似的,在液体力学中就已经比较困难了;在物理学中是实验性的和相对的;在化学中是最简单的一次方

程式;在生物学中等于零。”现已远远不是那样的情况了。数学(包括其中最抽象的分支)在其它领域中空前广泛的渗透和应用已是有目共睹,产生了一些新兴的边缘学科(如生物数学、金融数学、保险精算……),数学的重要性也已得到空前广泛的认同。现在,应用数学的范围大大扩大,已从以往传统的、相对成熟的领域(如力学、物理、天文以及传统工业领域)扩展到原先非传统的、相对说来不够成熟的化学、生物、其它各门自然科学及高新技术领域,甚至进入经济、金融、保险及很多社会学的领域,深入到各行各业,可以说是无所不在,且发挥着越来越重要的作用。一门科学只有当它充分利用了数学之后,才能成为一门精确的科学,马克思当年的这一预言正在不断地得到证实。这一事实,为应用数学工作者提供了广阔的活动舞台和用武之地,创造了良好的发展机遇和创造空间,同样是个大好形势。同时,也迫使我们自觉地向各行各业的人学习,努力学会许多我们过去不熟悉的东西,下决心进入充满挑战与机遇的一些非传统领域,主动跟上应用数学不断发展的趋势。由此带来的一个特点是:

(3)数学建模的重要性进一步凸现,已成为应用数学的一个重要组成部分。说到数学模型的建立或数学建模,似乎是个新东西、新名词,其实古已有之。一个最典型也最成功的例子是行星运动规律的发现。开卜勒根据大量天文观测数据总结了行星运动的三个规律,但当时还只是经验的规律,只有确认这些规律,找到其内在的根据,才能有效地加以应用。牛顿提出与距离平方成反比的万有引力公式,利用运动三大定律证明了开卜勒的结论,严格推导出行星运动的三大定律,成功地解释并预测了行星运动规律,也证明了他建立的数学模型的正确性。这是数学建模取得光辉成功的一个例子。

数学在力学、物理学中有成功的应用,相应的力学、物理规律是清楚的:质点及刚体力学有牛顿三大定律、电磁现象有 Maxwell 方程、流体运动有流体力学方程组、弹性体的变形规律有弹性力学方程组、微观粒子的运动有 Schrödinger 方程……,要解决问题就只需求解这些方程。用现在的话来说,相应的数学模型是清楚的。数学家参与了这些模型的建立,但这些方程均属于力学及物理学的范围,

上了它们的教科书,所有权并不属于数学。

现在,数学建模的任务更加复杂,有些复杂的物理学现象,往往要研究好几个因素的复杂相互作用,每个因素各自的数学描述尽管清楚,还要考虑到通过相互作用将它们有机地结合起来。例如,电磁场与流体的相互作用,流体和固体在外力作用下的联合变形及运动,化学反应与流体的相互作用,海洋和大气联合环境对气象的影响等,都需要考虑到相互作用,建立相应的耦合起来的数学模型。这还是比较简单的。对于生命现象、复杂的环境问题、新型材料的研究、随机因素起主要作用的金融保险事业等,其本身的规律远不像力学中那样明确和肯定,观测的数据甚至也不充分,但要解决问题,又不能等一切条件齐全后再动手,还要建立哪怕是初步的数学模型以便求解。这一切都要求应用数学家与实际工作者密切结合来进行,而不能坐等实际部门提供现成的数学问题。作为结果,数学建模进一步凸现了重要性,已成为现代应用数学的一个重要组成部分,为现代应用数学打开了新局面,为其发展提供了进一步的机遇。因此,现在要为实际部门解决问题,不能要求他们提出明确的数学课题,而要和他们一起探讨,来形成所要考虑的数学问题。一个应用数学工作者,要自觉地进行这方面的训练,要下决心熟悉某一实际领域的知识及情况,要和相应的实际工作者建立友谊,取得共同语言,而不能闭门造车。现在很多大学开了数学建模的课程,在全国大学生中开展数学建模竞赛的活动,都是向这个方向努力的尝试,值得大力提倡。

(4)近数十年来,计算工具飞速进步,各种高性能的算法日益得到重视和发展。现在,人们已由利用计算机自编程序算题,到应用现成的大规模的应用软件,到具有很好的图形显示功能(三维,动态),到当今的虚拟现实、临境技术,进展的迅速,使人目瞪口呆。计算机的迅速发展和普及,不仅为数学提供了强大的技术手段,而且极大地改变着数学的研究方法和思维模式。应用数学与计算技术的结合已形成一种关键性的、可实现的技术,称为“数学技术”。在这种技术中起关键作用的部分是数学,拿走它就只剩下一堆废铜烂铁,而这种技术由于计算技术的进步可以是即时的、在线的,是真正可以实现

的。例如,一个三维物体,如果知道它在各个方向的平面投影,能不能推出它的精确形状。这是一个数学上的问题,已由拉东变换所解决。现在的CT技术,本质上就是通过按各个不同方向的X光投影来重现人体内部肿瘤的位置及形状,完全是同一个问题。所以CT仪器的核心是体现拉东变换的计算机软件及硬件,舍此则一文不值。因此,数学技术本质上是数学的内容物化为计算机软件及硬件,成为技术的一个重要组成部分。这样,数学也可以成为一个技术、而且是关键技术,成了产品、而且是高科技产品,真正、直接转化为先进的生产力,为国家和人民创造财富,体现了“三个代表”的要求,也进一步体现了数学的价值。由于现代技术愈来愈向高级精密发展,定量方面要非常精细严密,现在的高技术本质上是一种数学技术,这一观点已为越来越多的人所认同,而且已出现不少有效的数学技术。可以预言,这将成为今后一个重要的发展方向。

数学技术的兴起,是一个值得注意的新的发展趋势,值得我们重视及反思。过去我们搞实际问题,有的写个报告或发表一篇论文了事,好一些的编一个程序交实际单位使用,但最后都没有下文。我们当年搞有限元素法,全国编了那么多程序,当时还有些效果,现在都到哪儿去了呢?国外的大型有限元商品软件一来,迅速占领了市场,我们所编的这些程序还不是个个都没了用武之地!两年多前,我去过一次江南造船厂。当年苏老在那里搞船体数学放样,用了他独创的仿射不变量的计算几何新方法,搞得很成功,也轰轰烈烈,还得到国家科技进步奖。但这次一问,他们当年那些科技含金量很高的程序也早被国外对整个船只的大型通用软件代替了!做出了很出色的科技应用成果,不形成通用的技术,不提升为数学技术、转化为有效的生产力迅速占领市场,这种教训还少吗?!现在国外已有一些研究所,针对数学技术的要求,将数学建模、数学分析、科学计算、计算机软、硬件连成一体,最后形成商品在市场销售,他们的经验值得借鉴。

(5)数学概念、理论及方法的发展一直对应用数学起着很大的推动、促进作用,并不时将应用数学推向一个新的、更高的水平。我国好多次应用数学热潮都是和一种新的数学方法的普及、推广及应

用联系在一起的。但历史上影响很广的应用数学方法由于迅速普及和商品化,都有一定的半衰期。很多重要的应用数学方法一开始往往很热闹,一哄而起,但又很快一哄而散,走向消沉,这似乎是个规律性现象,在我国尤其如此。“大跃进”时搞线性规划,全国普及,但热了一阵就冷下去了。以后先后出现过FFT、优选法、有限元、试验设计、船体数学放样、小波、计算机辅助设计,神经网络……,都有过热潮,但又都慢慢冷下去。当年学会有限元,真有“走遍天下都不怕”的味道,到处都受欢迎。但通过普及,不少人掌握了它的基本思路和方法,特别是后来有限元软件已形成商品,而且是无所不包的大型商品软件,现在还想靠有限元吃饭就很困难了。

这种情况说明,实际需要不断呼唤并酝酿着新的现代应用数学方法,应用数学必须与时俱进才能适应形势的发展与要求。而作为应用数学工作者,过去熟悉的东西会慢慢变得不再那么需要了,只靠过去熟悉的“三板斧”已远远不够用了。这就需要坚持不懈地学习新理论、新方法,了解新的课题、新的模型及新的情况。不仅要向书本学习,而且要重视向实际学习,从生动活泼的实践中汲取养料。应该充分地认识到,由于应用数学范围愈来愈大,由于新的领域及问题不断出现,更由于应用数学方法的半衰期一般很短,对于应用数学家来说,需要学习的自觉性及迫切性应该超过纯粹数学家。这方面我们的情况怎么样呢?很值得深思。总而言之,

——现在是历史上发展应用数学最有利的时期,我们要抓住这个机遇。

——应用数学已发展到现代应用数学的阶段,在广度与深度上都出现了前所未有的生机和活力。在应用数学的布局上,在研究领域、方向及课题选取上,在教学和研究生的培养上,都应体现这一转变,掌握发展的主动权,占领未来的制高点。

——要充分重视数学建模的作用。要注意推动数学技术在我国兴起。

——应用数学工作者为了完成自己的历史使命,必须努力学习,加倍学习,奋力打开新的局面。

应用数学的前途是光明的!

我国应用数学的前景灿烂!

让我们加倍努力!