

经济时间序列的非线性组合建模 与预测方法研究

董景荣 杨秀苔

(重庆大学工商管理学院, 重庆 400044)

摘要: 基于模糊系统在紧支集中能够任意逼近非线性连续函数的特性, 本文提出了一种基于 Takagi-Sugeno 模糊规则基的非线性组合预测新方法, 以克服线性组合预测方法在解决非平稳时间序列组合建模问题所遇到的困难和存在的不足, 并采用相应的遗传算法确定模糊系统的参数及模糊子集的划分。理论分析和大量的应用实例表明: 该方法具有很强的学习与泛化能力, 在处理诸如经济时间序列这种具有一定程度不确定性的非线性系统的组合建模与预测方面有很好的应用价值。

关键词: 经济时间序列; 非线性组合建模与预测; 模糊系统; 遗传算法

中图分类号: C939; F224 **文献标识码:** A

0 引言

在经济管理领域, 普遍存在着许多随时间而变化的复杂系统和非线性现象, 如物价的波动、产品销售量的增减、储蓄存款余额的变化等。对于此类系统结构及输入、输出的模拟、预测和调控, 采用单个预测模型或部分因素和指标仅能包含或体现所研究系统的局部, 如果对同一预测问题采用多个不同的预测模型, 并加以适当的有效组合或多个变量的科学综合, 则可以充分地利用各种信息, 达到提高预测精度与模拟评价效果的目的。

自从 J.M.Bates 和 C.W.J.Granger 首次提出组合预测方法^{〔1〕}以来, 组合预测的研究已经取得很大的进展, 文献〔2-6〕对此有比较详细的综述和评价。根据集结或组合各单项预测模型的方式不同, 组合预测一般可分为线性组合预测和非线性组合预测两大类。由于线性组合预测相对比较简单, 故而研究成果最多, 也最为人们所常用。但线性组合预测方法有较大的局限性, 文献〔7〕指出, 线性组合预测只是不同预测方法之间的值的一种凸组合, 它对于预测对象的实际值 $\varphi(x)$ 与其预测值 $\varphi_1(x)$ 和 $\varphi_2(x)$ 之间的关系呈现如图 1、图 2 和图 3 三种情况时, 线性组合预测方法却往往无能为力。为克服线性组合预测的这些局限性, 文献〔8〕推出了一种广义的组合预测原理——非线性组合预测方法, 即设对于事物 F 有 m 种预测方法, 那么可以用映射 $\chi \in X \subset R^n \xrightarrow{\varphi_i} \gamma \in Y \subset R$ 表示第 i 种预测方法, 非线性组合预测原理是说不同的预测方法的非线性组合函数

$$y = \phi(x) = \varphi(\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n) \quad (1)$$

在某种测度之下, $\phi(x)$ 的度量要比 $\varphi_i(x)(i=1, 2, \dots, m)$ 优越。但在实际的应用中, 如何构造出有效的非线性组合函数 $\phi(x)$ 是十分困难的。因此, 有必要引入新的理论和方法来确定相应的非线性

收稿日期: 1999-09-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (79770105); 重庆市科委重点软科学资助项目 (5569)

作者简介: 董景荣 (1966-), 男 (汉族), 重庆巫溪县人, 重庆大学工商管理学院博士后流动站, 副教授, 硕士研究生导师, 系副主任, 研究方向: 数量经济, 技术经济及管理。

性函数。

近年来，模糊系统理论用于非线性系统控制、预测、辨识等方面的研究已取得很大进展⁽⁹⁻¹²⁾。模糊模型作为一种结构型数字估计器本质上是一种非线性模型，同时具有极强的泛化能力和适应能力⁽¹¹⁾。Kosko 证明了一种加法模糊系统能以任意的精度逼近一个紧致域上的任意连续函数⁽¹³⁾，Wang 利用 Stone-Weiestrass 定理证明了具有积推理、中心反模糊化、高斯型隶属函数的模糊系统也能以任意精度逼近一闭子集上的实连续函数⁽¹⁴⁾。基于上述考虑，本文在文献〔15〕的研究工作基础上，利用由 Takagi-Sugeno 规则和单输出组成的模糊系统来进行非线性组合预测函数 $\phi(x)$ 的模拟，并给出了相应的遗传学习算法，理论分析和应用实例都表明了该方法的有效性。

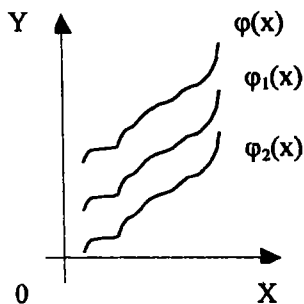


图 1

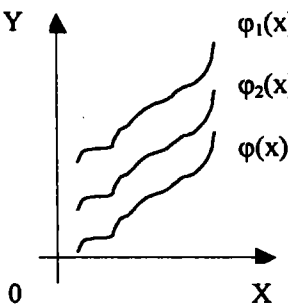


图 2

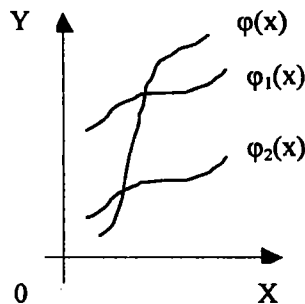


图 3

1 基于 Takagi-Sugeno 规则与常量输出的模糊系统

基于 Takagi-Sugeno 规则与常量输出的模糊系统可以表示如下：

$$\begin{aligned} &\text{IF } x_1 \text{ is } A_{i1}, \text{ and } \dots, x_m \text{ is } A_{im} \\ &\text{THEN } y \text{ is } w_i \quad (i=1, \dots, n) \end{aligned} \tag{2}$$

式中 $x^T=(x_1, \dots, x_m)$ 是输入向量， y 是输出变量， w_i 是第 i 个规则所对应的输出实数值， n 是规则总数， m 是输入变量总数。 A_{ij} 是基于第 i 个规则和第 j 个输入的隶属度函数，它取为如图 1 所示的对称三角形隶属度函数，其具体函数关系式可表示如下：

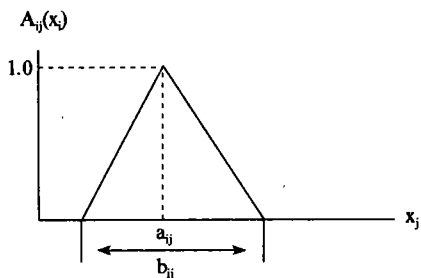


图 1 对称三角形隶属函数

$$A_{ij}(x_j) = \begin{cases} 1 - 2|x_j - a_{ij}|/b_{ij}, & |x_j - a_{ij}| \leq b_{ij}/2 \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \tag{3}$$

式中 a_{ij} 和 b_{ij} 分别为对称三角形隶属度函数的中心点与宽度。通过简单的乘积运算，则第 i 个规则的隶属度值 μ_i 就可以表示如下：

$$\mu_i(x) = \prod_{j=1}^m A_{ij}(x_j) \tag{4}$$

通过重心反模糊化算法可得规则基的输出如下：

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n \mu_i w_i}{\sum_{i=1}^n \mu_i} \tag{5}$$

我们定义误差平方和 E 如下:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^D (y_p - y_p^d)^2 \quad (6)$$

式 (6) 中, y_p 是计算输出, 它是由第 p 个训练数据 $X_p^T = (x_1, \dots, x_m)$ 通过方程 (2) - (5) 的程序运算产生的, y_p^d 是参考 (或期望) 输出值。

学习的目的是通过训练模糊系统的参数 a_{ij} , b_{ij} 和 W_i , 从而使得目标函数 E 最小。这是一个有监督的学习方案, 最优化隶属度函数是一个复杂的问题, 这主要存在以下一些原因: (1) 成本函数并非处处可导; (2) 成本函数并非处处连续, 如当隶属度函数并不相交时; (3) 大量的参数需要最优化。但是一种在思路和方法上与众不同的优化算法——遗传算法, 能有效地用于该系统参数的学习。

2 模糊系统参数估计的遗传算法

遗传算法 (Genetic Algorithm, 简称 GA) 是建立在自然选择和自然遗传学基础上的迭代自适应概率搜索算法。GA 一般由复制、交换和变异等三种基本操作组成。首先, 它将欲求解的问题进行编码, 每一个可能解均被表示成字符串的形式, 初始化随机产生一个种群 (Population) 的候选解, 种群规模固定为 N, 用合理的适应度函数 (Fitness Function) 对种群进行性能评估并在此基础上进行复制 (Reproduction)、交叉 (Crossover) 和变异 (Mutation) 遗传操作, 从而产生新一代更适应环境的“染色体群” (种群), 这样一代代不断进化, 最后收敛到一个最适应环境的个体上, 求得问题的最优解。

同其它寻优搜索方法相比较, GA 具有如下主要优点: 首先它是一种并行搜索, 对一个种群进行评估和操作, 种群进化时搜索若干个点, 大大降低了陷入局部极值的可能, 同时变异的存在从理论上保证了 GA 能搜索到空间每一点, 更增强了 GA 的能力; 其次, GA 采用编码的形式而不是对参数本身操作, 使个体可以以“位”为单位进行信息重组, 它只使用问题本身所具有的目标函数来工作, 而不需其它任何先决条件或辅助信息; 另外, GA 是一种概率性搜索, 而不是确定性的转移, 这接近于自然选择中的不确定性。

为了用标准 GA 算法^[16] 学习调整 T-S 模型的参数 (a_{ij} , b_{ij} 和 W_i) 值, 几个关键的问题必须考虑:

(1) 如何进行编码, 使之具有有效性、合理性和通用性? 一般的编码方法应使得定义长度短, 确定位数少的模式和问题本身相关性大而和其它模式相关性小; 编号也应是使得问题得以自然表达的最小字母表。本文采用二进制, 即首先将各参数用二进制串表示。假定参数的分量均在预定的范围 $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ 内变化, 那么参数串的代表值和实际参数值之间的关系为:

$$\theta_{ij} = \theta_{\min ij} + \frac{\text{binrep}}{2^l - 1} (\theta_{\max ij} - \theta_{\min ij}) \quad (7)$$

式中 binrep 表示由 l 位字符串所表示的二进制整数, 其范围为 $[0, 2^l - 1]$ 。

(2) 如何确定种群规模 N, 交叉和变异发生的概率 P_c , P_m ? GA 对群体规模的设定和维持十分敏感, 从维持规模中个体的多样性以防止陷入局部解的角度考虑, 规模似乎越大越好。但是, 这除了会明显增加计算量外还可能会影响个体竞争。交叉和变异概率视具体问题而定, 交叉概率一般大于 50%, 使得字符串中的信息能够充分交换。Goldberg 在其专著中给出了一组较为合理的

参数为：种群规模：20-30；交叉概率 P_c ：0.75-0.95；变异概率 P_m ：0.005-0.01。在本文中我们采用一种自适应 P_c 和 P_m 方法，用适合度函数来衡量算法的收敛状况，其表达式为：

$$P_c = K_1 / (f_{\max} - \bar{f}) \tag{8}$$

$$P_m = K_2 / (f_{\max} - \bar{f}) \tag{9}$$

其中 f_{\max} 和 \bar{f} 分别为群体中的最大适合度和平均适合度； $f_{\max} - \bar{f}$ 体现了群体的收敛程度； $K_1, K_2 \leq 1.0$ 为常数。

(3) 如何选择适应度函数以评价种群的性能？适应度函数评估是 GA 用来指导搜索方向的唯一准则，此外再无别的信息来指导进化。首先应保证适应度值非负，其次目标函数的优化方向对应适应度增加的方向。对于本文的最小化问题，我们选择适应度函数为： $F = 1/E$

用 GA 算法训练 T-S 模糊模型参数的具体步骤为：

步骤 1: 随机产生 n 个二进制字符串，每个字符串表示整个 T-S 模糊模型的一组参数。

步骤 2: 根据式 () 将各二进制字符串译码成 T-S 模型的各参数值，然后根据公式计算每一组参数的适合度值 $F_i (i=1, 2, \dots, n)$ 。

步骤 3: 按下列步骤产生新的群体，直到新群体中串总数达到 n 。

(1) 以概率 $F_i / \sum F_i, F_j / \sum F_j$ 从群体中选出两个串 S_i, S_j ；

(2) 以概率 P_c 对 S_i, S_j 进行交换，得到新串 S'_i, S'_j ；

(3) 以概念 P_m 使 S'_i, S'_j 中的各位产生突变；

(4) 返回 (a)，直到产生 $(n-1)$ 个新一代的个体；

(5) 所产生的 $(n-1)$ 个新一代的个体连同上一代中性能最好的那个个体，共同组成新的群体。

步骤 4: 返回步骤 (2)，直到群体中的个体性能满足要求为止。

步骤 5: 群体中适合度最好的字符串所表示的参数就是所要的模糊 T-S 模型的参数 (a'_{ij}, b'_{ij} 和 W'_i)。

基于模糊系统的非线性组合预测原理是：把各参加组合的模型预测结果作为模糊系统的输入向量，将代表相应时刻的实际值作为模糊系统的输出；然后用足够多的预测案例训练这个系统，使不同的输入向量得到相应的输出量值，从而在各参加组合的模型预测结果与实际值之间建立一种非线性映射关系。经过不断地学习及测试，达到较高的精度之后，该系统就可以作为组合预测的有效工具，即可将该系统用于组合预测，得到最终预测结果。

3 组合预测效果的评价

为检验组合预测效果的好坏，必须制定一套切实可行的评价指标对组合预测效果进行全方位的综合衡量和评价。按照预测效果评价原则和惯例，本文采用以下评价指标作为参考。

(1) 平方和误差

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{10}$$

式中： y_i 为预测事物实际值， \hat{y}_i 为预测值。

(2) 平均绝对误差

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \tag{11}$$

(3) 均方误差

$$MSE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \tag{12}$$

(4) 平均绝对百分比误差

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \tag{13}$$

(5) 均方百分比误差

$$MSPE = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{t=1}^n \left(\frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right)^2} \tag{14}$$

4 组合预测实例计算分析

为了说明我们所提出的非线性组合建模预测方法的有效性，本文分别选择了乡村居民标准储蓄余额余额和社会商品零售总额等经济时间序列为例进行基于模糊系统的非线性组合预测。已知1971年至1982年乡村居民标准储蓄存款余额实际值和由二次指数平滑法与最小平方方法的预测值如表1中例1所示（资料来源于文献〔17〕）；安徽省1978年至1988年社会商品零售总额实际值和由指数曲线模型与抛物线模型的预测值如表1中例2所示（资料来源于文献〔18〕）。

运用本文提供的基于模糊系统的非线性组合预测方法对此群组问题（m=2）进行组合预测，其预测效果评价如表2所示，表2同时给出了各单一预测方法的效果评价。为了便于与常用的最优加权组合预测方法相比较，就例1而言，表2还同时给出了以

$$\min J = \left(\sum_{t=1}^n |\varepsilon_t|^p \right)^{1/p} = \left[\sum_{t=1}^n \left| y_t - \sum_{j=1}^m W_j \varphi_{ij} \right|^p \right]^{1/p} \tag{15}$$

和

$$\min J = \left(\sum_{t=1}^n |\eta_t|^p \right)^{1/p} = \left[\sum_{t=1}^n \left| (y_t - \sum_{j=1}^m W_j \varphi_{ij}) / y_t \times 100\% \right|^p \right]^{1/p} \tag{16}$$

为误差性能指标的最优加权算术平均组合预测权系数估计结果及其相应的预测效果评价。就例2而言，表2给出了使误差平方和达到最小的最优加权算术平均和使对数误差平方和达到最小的最优加权几何平均等两种组合预测方法的权系数估计结果及相应的效果评价。

表1 预测实例原始数据简表

T		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
例1	y_t	11.49	13.06	15.34	20.58	23.28	26.46	27.33	34.22	40.19	53.37	77.79	100.63
	φ_{11}	18.47	14.54	12.84	13.38	16.15	21.16	28.40	37.87	49.58	63.53	79.00	98.12
	φ_{12}	10.03	11.23	15.24	18.67	27.78	26.36	29.67	27.40	42.73	47.36	71.00	109.32
例2	y_t	57.0	65.4	75.4	82.5	92.8	102.7	119.5	143.8	169.7	201.0	251.2	
	φ_{21}	54.52	62.89	72.54	83.67	96.51	111.32	128.41	148.11	170.84	197.06	227.31	
	φ_{22}	64.68	66.74	68.72	76.61	88.42	104.15	123.79	147.35	174.82	206.21	241.51	

表2 预测效果评价表

预测方法		预测效果评价指标		SSE	MAS	MSE	MAPE	MSPE
例1	个体预测	个体预测方法 (I)		401.5570	4.8817	1.6699	0.1959	0.0731
		个体预测方法 (II)		245.5786	3.5908	1.3059	0.0998	0.0334
	组合预测	基于模糊系统的组合预测法		90.2357	2.1234	0.7345	0.0702	0.0214
		绝对误差最优组合	P=1 W1=0.3869, W2=0.6131	95.4512	2.2965	0.8142	0.0760	0.0272
			P=2 W1=0.4121, W2=0.5879	94.8889	2.3421	0.8118	0.0791	0.0283
			P=∞ W1=0.3407, W2=0.6593	99.4104	2.3858	0.8309	0.0756	0.0255
		相对误差最优组合	P=1 W1=0.3717, W2=0.6283	96.3392	2.2984	0.8179	0.0753	0.0265
			P=2 W1=0.2509, W2=0.7491	117.9334	2.6392	0.9049	0.0764	0.0241
	P=∞ W1=0.1891, W2=0.8109		138.9973	2.8136	0.9825	0.0778	0.0248	
例2	个体预测	个体预测方法 (I)		795.59	5.78	2.56	0.0440	0.0156
		个体预测方法 (II)		338.25	4.96	1.67	0.0474	0.0179
	组合预测	基于模糊系统的组合预测法		324.83	4.12	1.60	0.0402	0.0105
		最优加权算术平均 W1=0.1259, W2=0.8741		328.56	4.80	1.65	0.0443	0.0159
		最优加权几何平均 W1=0.5652, W2=0.4384		449.04	4.28	1.92	0.0334	0.0122

从例1、例2的评价结果可以看出,各种组合预测方法都较原来单个的预测方法取得了更好的效果,而基于模糊系统的非线性组合预测技术明显优于传统的最优加权组合技术。综合以上分析可以看出,基于模糊系统的非线性组合建模与预测方法具有广泛的适用性,能针对各种不同的预测问题寻优确定模型的最佳组合形式,从而能够有效地提高精度,取得较好的预测效果。理论分析和应用实例都充分说明了基于模糊系统的非线性组合预测方法的有效性。此外,笔者还运用本文所提供的方法进行了大量的仿真组合预测,均取得了令人满意的效果。

5 结束语

组合预测是预测学理论研究的重要内容,有关其理论和方法的研究,目前虽然有了很大的进展,但仍很不完善。本文提出的基于模糊系统非线性组合预测方法是一种新的预测方法,它具有处理分类边界模糊的数据以及易于引入启发性知识的能力和很强的学习与泛化能力,在处理诸如非平稳时间序列这种具有一定程度不确定性系统的组合建模与预测方面具有广泛的应用价值。

参考文献:

- (1) Bates J M, Granger C W J. Combination of Forecasts. *Operations Research Quarterly*, 1969, 20 (4): 451-468.
- (2) Armstrong J S. Research on Forecasting: A Quarter-Century Review. *Interfaces*, 1986, 16 (1): 89-109.
- (3) Bunn D W. Combining Forecasts. *European Journal of Operational Research*, 1988, 33 (3): 223-229.
- (4) Bunn D W. Forecasting with More Than One Model. *Journal of Forecasting*, 1989, 8 (3): 161-166.
- (5) Granger C W J. Combining Forecasts-Twenty Years Later. *Journal of Forecasting*, 1989, 8 (3): 167-173.
- (6) Clemen R T. Combining Forecasts: A Review and Annotated Bibliography. *International Journal of*

Forecasting, 1989, 5 (4) : 559-583.

- (7) 张国平. B-G 组合预测理论剖析. 预测, 1988, 5.
- (8) 文新辉, 牛明洁. 一种新的基于神经网络的非线性组合预测方法. 系统工程理论与实践, 1994, 12: 66-72.
- (9) 董景荣, 杨秀苔, 段虞荣. 模糊神经网络在龙滩库周区经济预测中的应用. 预测, 1998, 17(4): 36-39.
- (10) Takagi T, Sungeno M. Structure Identification of Fuzzy Model. Fuzzy Sets and Systems, 1988, 28: 15-33.
- (11) Takagi T, Sungeno M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control. IEEE Trans on Syst Man & Cybern, 1985, 15 (1) : 116-132.
- (12) Lee C C. Fuzzy Logic in Control System: Fuzzy Logic Controller-Part I & II . IEEE Trans on Syst Man & Cybern, 1990, 20: 404-435.
- (13) Kosko B. Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence. NJ: Prentice-Hall, 1992.
- (14) Wang Li-Xin. Fuzzy Systems are Universal Approximators. IEEE Fuzzy '92, 1992: 1163-1170.
- (15) 董景荣, 杨秀苔. 基于 T-S 模糊模型的非线性组合预测方法研究. 统计研究, 1999, 8: 55-59.
- (16) Goldberg D. Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine learning, 1989.
- (17) 孙庆凯. 平均预测法的应用条件. 预测, 1985, 2: 18-21.
- (18) 杨桂元, 唐小我, 马永开. 最优加权几何平均组合预测方法研究. 统计研究, 1996, 2: 55-58.

Research on Nonlinear Combination Modeling and Forecasting Method of Economic Time Series

DONG Jing-rong, YANG Xiu-tai

(School of Management, Chongqing University, Chongqing 400044)

Abstract: Based on the property that the fuzzy system can approximate any nonlinear continuous function in the compact supporting set, a new nonlinear combination forecasting method based on Takagi-Sugeno fuzzy rule bases is present to overcome the difficulties and drawbacks in combined modeling non-stationary time series by using linear combination forecasting. Furthermore, the corresponding genetic algorithm is used to identify the parameter of the fuzzy system and partitions of fuzzy subsets. Theoretical analysis and forecasting examples all show that the new technique has reinforcement learning properties and universalized capabilities. With respect to combined modeling and forecasting of economic time series in nonlinear systems, which have some uncertainties, the method is available.

Key Words: economic time series; nonlinear combination modeling and forecasting; fuzzy system; genetic algorithm