文章编号: 1003- 207(2001)02- 0027- 04

基于非正态分布的投资风险测度方法

吴开微

(集美大学财经学院, 福建 厦门 361021)

摘 要: 本文通过计算风险点对投资项目的风险进行定量分析, 引进当量正态化的方法解决了独立变量非正态分布下的风险的测度问题, 在此基础上提出一种新的投资项目风险测度方法

关键词: 投资项目; 风险度; 非正态分布; 迭代法
中图分类号: C931　　文献标识码: A

1 引言

现代投资风险决策中已经有信息熵法、贝叶斯法、期望效用指数法、夏普指数法等多种风险测度方法, 但是, 概率分析法仍然是最常使用的方法。概率分析法将风险描述为可以测量的偏离预期目标期望值的概率, 其风险含义明确, 计算途径清晰, 应用广泛。本文通过确定风险点, 采用当量正态化的方法, 建立的精度高、适用性强、计算简便的概率统计风险度测定模型。

1.1 基本假设

1) 影响投资风险的随机变量 $X_1, X_2 \cdots X_i \cdots X_n$ 相互独立。并且服从正态分布

2) 已知 $X_1, X_2 \cdots X_n$ 的均值 μ_{xi} 及其方差 σ_{xi}

1.2 风险度的定义

投资项目极限状态函数为

$$Z = g_t(X_1, X_2 \cdots\cdots X_n) \qquad t \in (0, N)$$

为方便分析计算, 一般以收益率, 净现值等经济指标作为投资目标。在明确的投资目标下得到投资极限状态方程

$$Z = g_t(X_1, X_2 \cdots\cdots X_n) = 0 \tag{1}$$

用标准差与数学期望之比测度风险, 这个指标称为风险度

$$A = \frac{\sigma_Z}{\mu_Z} \qquad P(Z \leqslant 0) = P_f = \Phi(-\frac{1}{A}) = 1 - \Phi(\frac{1}{A})$$

2 风险测度方法

2.1 建立计算风险值方程组

将极限状态函数

$$Z = g_t(X_1, X_2 \cdots X_n)$$

收稿日期: 1999- 12- 23
作者简介: 吴开微(1963-), 男(汉族), 江西玉山人, 集美大学金融系, 讲师, 研究方向: 技术经济与数量经济.

作标准正态变换:

$$\bar{X}_i = \frac{X_i - \mu_{Xi}}{\sigma_{Xi}} \tag{2}$$

μ_{Xi}、σ_{Xi}分别为X_i 的平均值和标准差

在标准正态坐标系 $O - \bar{X}_1\bar{X}_2 \cdots\cdots \bar{X}_n$ 中极限状态方程为

$$Z = g_t(\bar{X}_1\sigma_{X1} + \mu_{X1}, \bar{X}_2\sigma_{X2} + \mu_{X2} \cdots\cdots \bar{X}_n\sigma_{Xn} + \mu_{Xn}) = 0$$

设原点 O 到极限状态曲面$Z = 0$ 的最短距离为 OP^*, 且 P^* 点的坐标为$(\bar{X}_1^* \cdots, \bar{X}_n^*)$。定义该点为: 风险点

将目标函数 $g(*)$ 在点 P^* 展开成泰勒级数并取一次项, 令其为 0

$$Z = g_t(\bar{X}_1^*\sigma_{X1} + \mu_{X1}, \bar{X}_2^*\sigma_{X2} + \mu_{X2} \cdots\cdots \bar{X}_n^*\sigma_{Xn} + \mu_{Xn}) + \sum\left[\frac{\partial g}{\partial \bar{X}_i}\Big|_{P^*}(\bar{X}_i - \bar{X}_i^*)\right] = 0$$

它可以看作是极限状态曲面在 P^* 点处的切平面。

极限状态曲面在点 P^* 的法线 OP^* 对坐标向量的方向余弦为:

$$\cos\theta_{Xi} = \frac{-\dfrac{\partial g}{\partial X}\Big|_{P^*} \cdot \sigma_{Xi}}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{P^*} \cdot \sigma_{Xi}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \tag{3}$$

式中, $\dfrac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{P^*}$ 表示函数 $g(*)$对 X_i 的偏导数在点P^* 赋值。

由方向余弦定义, 可得:

$$\bar{X}_i^* = \overline{OP^*}\cos\theta_{Xi} = A\cos\theta_{Xi} \tag{4}$$

$$(i = 1, 2, \cdots\cdots n)$$

由式(2)得

$$\frac{X_i^* - \mu_{Xi}}{\sigma_{Xi}} = A\cos\theta_{Xi}$$

P^* 在原坐标系 $O - \bar{X}_1\bar{X}_2 \cdots\cdots \bar{X}_n$ 的坐标:

$$X_i^* = \mu_{Xi} + A\sigma_{Xi}\cos\theta_{Xi}, (i = 1, 2, \cdots\cdots n)$$

同时, P^* 在极限状态曲面上, 故满足

$$g(X_1^*, X_2^*, \cdots\cdots X_n^*) = 0$$

故利用下列公式联立, 可解得 A 及x_i^*:

$$\begin{cases} \cos\theta_{Xi} = \dfrac{-\dfrac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{P^*} \cdot \sigma_{Xi}}{\left[\sum_{i=1}^{n}\left(\dfrac{\partial g}{\partial X_i}\Big|_{P^*} \cdot \sigma_{Xi}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}} \\ X_i^* = \mu_{Xi} + A\sigma_{Xi}\cos\theta_{Xi}, (i = 1, 2, \cdots\cdots n) \\ g(X_1^*, X_2^*, \cdots\cdots X_n^*) = 0 \end{cases} \tag{5}$$

2.2 非正态分布基本变量的处理方法

事实上, 投资风险极限状态方程中的基本变量, 并非总是正态随机变量, 可能是其他类型的分布变量。为了使投资风险模型具有一般性, 需要将其他类型的变量进行当量正态化处理, 处理方法

如下:

1) 在验算点处当量正态变量与原非正态变量的概率分布函数(尾部面积)相等。

$$F_{X_i'}(X_i^*) = F_{X_i}(X_i^*) \tag{6}$$

2) 在验算点处当量正态变量与原非正态变量的概率密度函数值(纵坐标)相等。

$$f_{X_i'}(X_i^*) = f_{X_i}(X_i^*) \tag{7}$$

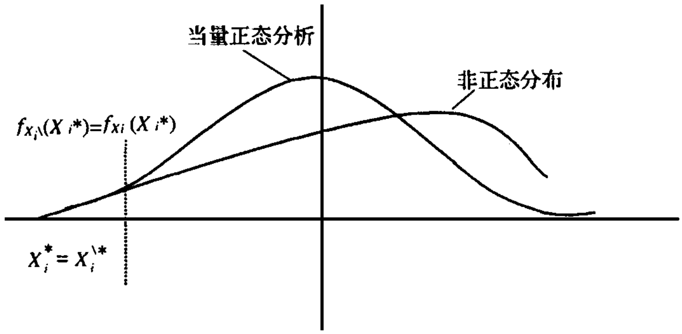

图 1

根据当量正态化条件(6)有

$$F_{X_i}(X_i^*) = \int_{-\infty}^{X_i^*} f_{X_i}(x)\,dx = \int_{-\infty}^{X_i^*} f_{X_i'}(x)\,dx = \Phi\left(\frac{X_i^* - \mu_{X_i'}}{\sigma_{X_i'}}\right)$$

$$\therefore \frac{X_i^* - \mu_{X_i'}}{\sigma_{X_i'}} = \Phi^{-1}(F_{X_i}(X_i^*))$$

$$\mu_{X_i'} = X_i^* - \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i^*)]\sigma_{X_i'} \tag{8}$$

根据当量正态化条件(7)有

$$\varphi_{X_i}(X_i^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{X_i'}} e^{\left(-\frac{(X_i^* - \mu_{X_i'})^2}{2\sigma_{X_i'}^2}\right)} = \varphi\left(\frac{X_i^* - \mu_{X_i'}}{\sigma_{X_i'}}\right) \cdot \frac{1}{\sigma_{X_i'}}$$

$$\sigma_{X_i'} = \frac{\varphi[\Phi^{-1} F_{X_i}(X_i^*)]}{f_{X_i}(X_i^*)} \tag{9}$$

3　风险值的计算步骤

1) 分析影响投资风险的不确定因素, 确定投资项目的目标, 建立极限状态函数 $g(X_1, X_2 \cdots X_n)$

2) 假定初始值, 取风险点 P^* 处的坐标值 $X_i^* = \mu_{X_i}$

3) 对非正态基本变量进行正态化处理。由(8)、(9)式求出 $\mu_{X_i'}$、$\sigma_{X_i'}$代替 μ_{X_i}、σ_{X_i}

4) 按式(3) 求出 X_i 方向余弦 $\cos\theta_{X_i}$ 的负值

5) 以 $\cos\theta_{X_i}$、μ_{X_i}、σ_{X_i} 代入 $X_i^* = \mu_{X_i} + A\sigma_{X_i}\cos\theta_{X_i}$, 与 $g(X_1^*, X_2^*, \cdots\cdots X_n^*) = 0$ 中, 求出 A 值

6) 按 A 值及式 $X_i^* = \mu_{X_i} + A\sigma_{X_i}\cos\theta_{X_i}$, 求出 X_i^*

7) 以求出的 X_i^* 值作为初始假定值再次重复步骤 2~ 6, 得到新的 A 值, 如此反复, 直到将上

次求得的值 A_{k-1} 与本次求得的 A_k 值满足, $|A_{k-1} - A_k| \leqslant \delta$, δ 为允许误差, k 为迭代次数。

8) 计算 P_f, $P_f = 1 - \Phi(\frac{1}{A})$

4 结束语

本文在文[1]的基础上对原风险度的计算方法加以改进, 进一步提高了测度模型的精度和适用性。以往的风险测度中, 大多假定因素变量服从正态分布, 这往往与实际分布存在较大的距离, 当量正态法将风险分布由正态分布延伸到一般概率分布, 扩大了该测度模型的应用范围。对于多个随机变量的函数, 如果已知各随机变量的概率分布, 则理论上可通过多维积分求得概率分布。但是实施起来十分困难, 采用计算风险点的方法计算风险度, 对极限状态函数中包含多个正态或非正态基本变量的一般情况, 只要知道了各基本变量的概率分布类型及统计参数, 即可采用迭代方法计算投资风险值。

参考文献:

[1] 吴开微. 投资风险的分析和测度[J]. 北京: 数量经济技术经济研究, 1999, 增刊.
[2] 王方明. 论风险型投资决策规则[J]. 北京: 投资研究, 1998(8): 13- 17.
[3] 王福保. 概率论及数理统计[M]. 上海: 同济大学出版社, 1984.

The Measuring Method of The Risk Investment Based On Nonnormal Distribution

WU Kai- wei

(Financial and Economic College, Jimei University, Xiamen 361021, China)

Abstract: In This paper, through calculating the risky poit, the author analyses the risk of investment project, introduces equivalent normal method, solves the problem of measure for nonnormal distribution independent variable, and proposes a new method for the risk measure of investment project.

Key words: investment project; risky point; nonnormal distribution; iterative method