

文章编号: 1003-207(2001)04-0041-06

# 存在网络外部性下的两阶段圆周模型

曹韫建<sup>1</sup>, 高汝熹<sup>2</sup>

(1. 上海理工大学商学院, 上海 200031; 2. 复旦大学管理学院, 上海 200433)

**摘要:** 本文分析了存在网络外部性下的两阶段圆周模型。网络外部性的存在使厂商有动机降低产品价格以获得更大的市场份额, 模型的子博弈精炼纳什均衡表明消费者剩余和社会净福利水平得到改进, 同时行业内产品的差异程度偏少。特别地, 在强网络外部性下, 垄断结构能使社会净福利最大化。

**关键词:** 圆周模型; 网络外部性; 水平差异; 垄断竞争; 垄断

中图分类号: C931 文献标识码: A

当消费者对厂商产品的评价随着消费者购买这一产品的数量的增加而增加, 即随着厂商市场份额的增加而增加时, 行业就呈现出网络外部性。<sup>[1-2, 10-13]</sup> 在水平差异化产品市场中一般采用 Hotelling 线性城市模型或 Salop 圆周城市模型来分析厂商的定价行为以及相互之间产品的差异化程度或多样化程度。在均衡状态下, 厂商之间的距离越近则意味着产品的差异性越少, 反之距离越远则差异性越大, 而差异程度越大则多样化程度越小。对于一个可以自由进入的行业, 均衡状态下厂商的数量就可以代表产品的差异程度和多样化程度。<sup>[1-8]</sup>

本文应用圆周城市模型分析存在网络外部性下的两阶段选址定价模型, 并在消费者的效用函数中构造一个网络外部性函数以反映消费者由于存在网络外部性而增加的购买意愿。假定  $D$  为厂商的市场份额, 网络外部性函数  $f(D)$ , 满足  $f(0) = 0, f(D)$  可微且  $f'(D) \geq 0$ 。为便于分析, 本文采用线性网络外部性函数  $f(D) = \alpha D$ , 其中参数  $\alpha \geq 0$  代表了网络外部性的强弱。<sup>[1, 10-12]</sup>

## 1 模型

存在一个周长为 1 的“圆形城市”, 消费者以密度 1 沿城市圆周均匀分布,  $n$  个利润最大化厂商也沿城市圆周分布。厂商生产除位置和运输成本外的同质产品, 不失一般性, 假定生产的边际成本为零, 此假设并不影响厂商的利润最大化决策, 只是影响厂商利润的绝对值大小。消费者只有单位需求, 不购买商品的效用为 0, 购买商品获得的总效用为  $v$  且假定  $v$  足够大以导致于市场能够被完全覆盖。与厂商  $i$  距离为  $x$  并购买厂商  $i$  产品的消费者获得的净剩余为:

$$U_x \equiv v + f(D_i) - p_i - tx \quad (1)$$

其中  $t$  为单位运输成本,  $p_i$  为厂商  $i$  产品的价格,  $f(D_i)$  体现了由于存在网络外部性对消费者剩余的影响。

厂商  $i$  的利润函数为:

$$\pi_i = p_i D_i - F \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

其中  $F$  为厂商进入行业所花费的固定成本,  $D_i$  为厂商  $i$  面临的需求。本文的模型是一个两阶段完全信息动态博弈。博弈的时间顺序如下: 第一阶段厂商决定是否进入行业, 如果进入则同时进行选址; 第二阶段厂商同时进行价格竞争。为使问题简化, 模型的最后结论将主要讨论对称均衡的情况。

## 2 子博弈精炼纳什均衡

如图 1 所示, 厂商  $i$  和其两个相邻厂商  $i-1, i+1$  的位置分别为  $x_i$  和  $x_{i-1}, x_{i+1}$ 。由 (1) 得厂商  $i$  左、右两侧的边际(无差异)消费者  $\hat{x}_i^L, \hat{x}_i^R$  获得的净剩余分别满足<sup>①</sup>:

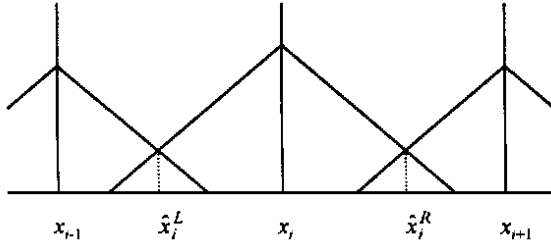


图 1 市场重叠

$$\begin{aligned} v + f(\hat{x}_i^L + \hat{x}_i^R) - p_{i-1} - t\hat{x}_i^R &= v + f[d(i, i+1) - \hat{x}_i^R + \hat{x}_{i+1}^R] - p_{i+1} - t[d(i, i+1) - \hat{x}_i^R] > 0 \\ v + f(\hat{x}_i^L + \hat{x}_i^R) - p_{i-1} - t\hat{x}_i^L &= v + f[d(i-1, i) - \hat{x}_i^L + \hat{x}_{i-1}^L] - p_{i-1} - t[d(i-1, i) - \hat{x}_i^L] > 0 \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $d(i, i+1)$  为厂商  $i$  和  $i+1$  之间的距离,  $d(i-1, i)$  为厂商  $i-1$  和  $i$  之间的距离, 代表了两个相邻厂商产品之间的差异程度。三个厂商所面临的剩余需求分别为  $D_i \equiv \hat{x}_i^R + \hat{x}_i^L, D_{i+1} \equiv d(i, i+1) - \hat{x}_i^R + \hat{x}_{i+1}^R, D_{i-1} \equiv d(i-1, i) - \hat{x}_i^L + \hat{x}_{i-1}^L$ , 代入(3)得:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i^R &= \frac{p_{i+1} - p_i + f(D_i) - f(D_{i+1}) + td(i, i+1)}{2t} \\ \hat{x}_i^L &= \frac{p_{i-1} - p_i + f(D_i) - f(D_{i-1}) + td(i-1, i)}{2t} \end{aligned}$$

将线性网络外部性函数  $f(D_i) = \alpha D_i, f(D_{i+1}) = \alpha D_{i+1}, f(D_{i-1}) = \alpha D_{i-1}$  代入上式得厂商  $i$  面临的需求函数为:

$$D_i = \frac{p_{i+1} + p_{i-1} - 2p_i - \alpha(D_{i+1} + D_{i-1}) + t[d(i, i+1) + d(i-1, i)]}{2(t - \alpha)} \quad (4)$$

给定单位运输成本  $t$  和网络外部性参数  $\alpha$  情况下, 厂商的市场份额与相邻厂商的定价和厂商间产品的差异程度正相关, 与自身产品定价和相邻厂商的市场份额负相关。在对称均衡下有  $p_{i+1} = p_{i-1} = p, d(i, i+1) = d(i-1, i) = \frac{1}{n}$ , 代入(4)得厂商  $i$  的需求为:

$$D_i = \frac{p - p_i}{t - 2\alpha} + \frac{1}{n} \quad (5)$$

<sup>①</sup> 位于  $\hat{x}_i^R$  处的消费者从厂商  $i$  和  $i+1$  处购买商品所获得的净剩余相等, 位于  $\hat{x}_i^L$  处的消费者从厂商  $i$  和  $i-1$  处购买商品所获得的净剩余相等。

注意, 在对称均衡以及线性网络外部性下, 由(1)可得边际消费者  $\hat{x}$  的净剩余为  $U_{\hat{x}} = v - p_i - (t - 2\alpha)\hat{x}$ 。因此网络外部性的出现改变了边际消费者的实际单位运输成本, 网络外部性部分抵消了消费者购买非心目中理想产品而产生的负效用(disutility), 网络外部性越强则实际单位运输成本越小。

## 2.1 定价阶段

厂商  $i$  在第二阶段的最优定价策略  $p_i^n$  满足:  $p_i^n \in \arg \max_{p_i} \{ \pi_i = p_i D_i - F \}$ 。由利润最大化一阶条件得对称均衡下的最优定价为:

$$p^n = \frac{t - 2\alpha}{n} \quad (6)$$

最优定价对网络外部性参数的一阶导数为  $\frac{\partial p^n}{\partial \alpha} = -\frac{2}{n} < 0$ 。由(1)可知网络外部性的存在提高了消费者剩余, 但由于网络外部性函数同厂商的市场份额正相关, 厂商有动机降低价格以争夺更大的市场份额, 因此网络外部性的存在加剧了厂商之间的相互竞争。当  $\alpha = \frac{t}{2}$  时厂商的最优定价为零, 价格等于边际成本, 厂商之间为 Bertrand 竞争。当网络外部性足够高  $\alpha > \frac{t}{2}$  时, 价格低于边际成本。首先讨论网络外部性  $\alpha \leq \frac{t}{2}$  的情况, 在第四节中将讨论  $\alpha > \frac{t}{2}$  的情况。

由(2)、(5)得厂商的均衡市场份额和利润分别为

$$D^n = \frac{1}{n}, \quad \pi^n = \frac{t - 2\alpha}{n^2} - F \quad (7)$$

由  $\frac{d\pi^n}{dn} = -\frac{t - 2\alpha}{n^3} < 0$ ,  $\frac{d\pi^n}{d\alpha} = -\frac{2}{n^2} < 0$  可知厂商数量上升, 或网络外部性增强, 将导致单个厂商的利润下降。

## 2.2 自由进入阶段

在第一阶段里, 自由进入意味着行业内所有厂商的利润恰好为零, 因此自由进入下的均衡厂商数量  $n^n$  满足  $\frac{t - 2\alpha}{(n^n)^2} - F = 0$ , 得行业内厂商均衡数量为:

$$n^n = \sqrt{\frac{t - 2\alpha}{F}} \quad (8)$$

## 3 比较静态

将(8)代入(6)、(7)得到两阶段模型中厂商的均衡价格和市场份额分别为  $p^n = \sqrt{(t - 2\alpha)F}$  和  $D^n = \sqrt{\frac{F}{t - 2\alpha}}$ 。因此实际单位运输成本  $(t - 2\alpha)$  将影响行业的均稀结果, 当  $(t - 2\alpha)$  上升时, 厂商的价格上升且市场份额减少, 同时行业内厂商人数增加和产品多样化程度增加。进入成本  $F$  的上升导致厂商的价格和市场份额增加, 行业内厂商人数下降和产品多样化程度降低。均衡状态下的消费者剩余  $CS$ 、生产者剩余  $PS$  和社会净福利  $W$  分别为:

$$CS \equiv n^n \left\{ 2 \int_0^{\frac{1}{2n^n}} [v + \frac{\alpha}{n^n} - p^n - tx] dx \right\} = v + \frac{12\alpha - 5t}{4} \sqrt{\frac{F}{t - 2\alpha}}$$

$$PS \equiv n^n \pi^n = 0$$

$$W = CS + PS = v + \frac{12\alpha - 5t}{4} \sqrt{\frac{F}{t - 2\alpha}}$$

因此网络外部性增加了消费者剩余和社会净福利水平。同时社会最优的厂商数量  $n^*$  最大化社会净福利水平  $W = 2n \int_0^{\frac{1}{2n}} [v + \frac{\alpha}{n} - tx] dx - nF$ , 由一阶条件得  $n^* = \sqrt{\frac{t - 4\alpha}{4F}}$ , 小于自由进入下的  $n^n$ 。因此在自由进入条件下存在过度进入, 即产品差异程度过大或多样化程度过多。特别地, 当  $\alpha \geq \frac{t}{4}$  时厂商数量越少则社会净福利越大, 因此最优数量为  $n^* = 1$ , 即行业结构为独家垄断情形。

上述模型的子博弈精炼纳什均衡结果在  $\alpha = 0$  时即为传统的无网络外部性的圆周型均衡结果。两者的比较结果如表一所示:

表 1 模型均衡结果比较

	价格	厂商数量	消费者剩余	社会净福利	社会最优厂商数量
存在网络外部性	$\sqrt{(t - 2\alpha)F}$	$\sqrt{\frac{t - 2\alpha}{F}}$	$v + \frac{12\alpha - 5t}{4} \sqrt{\frac{F}{t - 2\alpha}}$	$v + \frac{12\alpha - 5t}{4} \sqrt{\frac{F}{t - 2\alpha}}$	$\sqrt{\frac{t - 4\alpha}{4F}}$
无网络外部性	$\sqrt{t}$	$\sqrt{\frac{t}{F}}$	$v - \frac{5\sqrt{tF}}{4}$	$v - \frac{5\sqrt{tF}}{4}$	$\sqrt{\frac{t}{4F}}$

同无网络外部性模型均衡结果相比, 存在网络外部性模型的价格、厂商数量较少, 消费者剩余和社会净福利水平较高。特别地, 当  $\alpha = \frac{3t}{8}$  时, 存在网络外部性下的厂商数量等同于无网络外部性下的社会最优厂商数量。

### 4 强网络外部性下的子博弈精炼纳什均衡

当网络外部性较强  $\alpha > \frac{t}{2}$  时, 厂商的定价策略(6)小于边际成本, 因此市场重叠情况不会存在。因此只有两种情况, 一种是市场局部垄断, 一种是市场恰好完全覆盖。

#### 4.1 市场局部垄断

市场局部垄断的情况如图 2 所示。厂商  $i$  左、右两侧的边际消费者  $\hat{x}_i^L$ 、 $\hat{x}_i^R$  获得的净剩余分别满足:

$$\begin{aligned} v + \alpha D_i - p_i - t\hat{x}_i^R &= v + \alpha D_i - p_i - t\hat{x}_i^L = 0 \\ v + \alpha D_{i+1} - p_{i+1} - t[d(i, i+1) - \hat{x}_i^R] &< 0 \\ v + \alpha D_{i-1} - p_{i-1} - t[d(i-1, i) - \hat{x}_i^L] &< 0 \end{aligned}$$

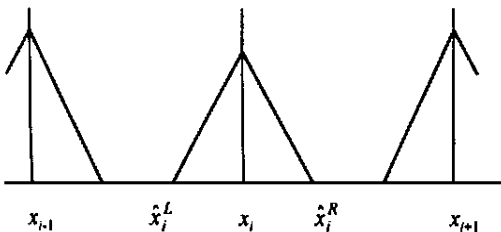


图 2 市场局部垄断

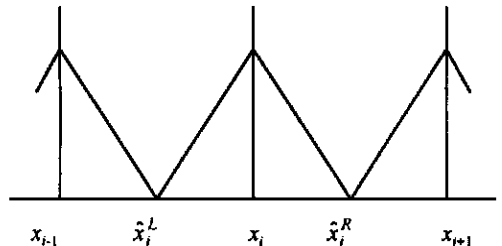


图 3 市场恰好完全覆盖

其中  $\hat{x}_i^R = \hat{x}_i^L$ ,  $D_i = 2\hat{x}_i^R = 2\hat{x}_i^L$ , 得厂商  $i$  面临的需求为  $D_i = \frac{2(p_i - v)}{2\alpha - t}$ 。当  $\alpha > \frac{t}{2}$  时, 垄断定价  $p_i > v$ 。同时  $\frac{dD_i}{dp_i} > 0$  以及  $\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} > 0$  意味着厂商有动机提高价格并获得更多的市场份额并获得更多的利润, 因此图 2 中的市场局部垄断的情况不会存在。

## 4.2 市场恰好完全覆盖

市场恰好完全覆盖的情况如图 3 所示。厂商  $i$  左、右两侧的边际消费者  $\hat{x}_i^L$ 、 $\hat{x}_i^R$  获得的净剩余分别满足:

$$\begin{aligned} v + \alpha D_i - p_i - t\hat{x}_i^R &= v + \alpha D_{i+1} - p_{i+1} - t[d(i, i+1) - \hat{x}_i^R] = 0 \\ v + \alpha D_i - p_i - t\hat{x}_i^L &= v + \alpha D_{i-1} - p_{i-1} - t[d(i, i-1) - \hat{x}_i^L] = 0 \end{aligned}$$

对称均衡下满足上式的最优定价策略为  $p^p = v + \frac{2\alpha - t}{2n}$ 。单个厂商的均衡市场份额和利润分别为  $D^p = \frac{1}{n}$  和  $\pi^p = \frac{v}{n} + \frac{2\alpha - t}{2n^2} - F$ 。特别地, 当  $n = 1$  时, 行业存在独家垄断且市场完全覆盖, 即  $D^m = 1$ 。垄断厂商的最优定价为  $p^m = v + \alpha - \frac{t}{2}$ 。

自由进入下行业内厂商均衡数量  $n^p$  满足  $\frac{v}{n^p} + \frac{2\alpha - t}{2(n^p)^2} - F = 0$ , 网络外部性越强或进入成本越低, 则厂商均衡数量越多或产品差异程度越大。均衡状态下的消费者剩余、生产者剩余和社会净福利分别为:  $\frac{t}{4n^p}$ 、0 和  $\frac{t}{4n^p}$ 。因此在强网络外部性下, 厂商数量越少则社会净福利越大, 最优行业结构为独家垄断( $n = 1$ )情况。

## 5 结束语

在现实生活中, 人们经常发现在某些具有网络外部性的行业中, 产品的差异化程度偏低、行业内厂商数量较少。比较典型的行业如计算机文字处理软件, 以前由 Word、WPS、WordPerfect、Wordstar 等众多厂商的市场格局演变为目前由 Word 占据绝大部分市场的局面, 尽管这些软件大都能完全兼容。除了技术、营销等原因外, 网络外部性是其中的关键因素。本文应用圆周模型分析了一个存在网络外部性下的两阶段选址定价模型。模型的子博弈精炼纳什均衡结果表明网络外部性同行业的价格以及厂商数量负相关, 同消费者剩余和社会净福利水平正相关。当网络外部性较强时, 社会净福利水平最大化要求行业为垄断结构。

## 参考文献:

- [1] Oz Shy. Industrial Organization[M]. MIT Press, 1995.
- [2] 泰勒尔. 产业组织理论[M]. 中国人民大学出版社, 1997.
- [3] 丹尼斯·卡尔顿, 杰弗里·佩罗夫. 现代产业组织[M]. 上海人民出版社, 1998.
- [4] Hendel, I., Neiva, J. Product differentiation and endogenous disutility[J]. International Journal of Industrial Organization, 1998, (16): 63-79.
- [5] Scarpa, C. Minimum quality standards with more than two firms[J]. International Journal of Industrial Organization, 1998, (16): 665-676.
- [6] Tabuchi, T. Pricing policy in spatial competition[J]. Regional Science and Urban Economics, 1999, (29): 617-631.
- [7] Economides, N., Rose-Ackerman, S. Differentiated Public Goods: Privatization and Optimality, Does Economic

Space Matter[C]? St. Martin's Press, New York: 1993.

- [ 8 ] Lambertini L. Orsini, R. Existence of Equilibrium in a Differentiated Duopoly with Network Externality[R]. Working Paper, Universita degli Studi di Bologna, 1998, 12.
- [ 9 ] Economides, N. Network Externalities, Complementarities, and Invitations to Enter[R]. Working Paper, New York University, 1995, 1.
- [ 10 ] Economides, N. The Economics of Networks[J]. International Journal of Industrial Organization. 1996, ( 14 ) : 673 - 700.
- [ 11 ] Laffont, J. , Rey, P. & Tirole, J. Network Competition: Overview and nondiscriminatory pricing[ J ] . Rand Journal of Economics, 1998, ( 29 ) : 1- 37.

## A Two- Stage Circular Model with Network Externality

CAO Yun-jian<sup>1</sup>, GAO Ru-xi<sup>2</sup>

( 1. College of Commerce, USST, Shanghai 200031, China;  
2. Management School, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** This paper analyzes a two- stage circular model with network externality. The existence of network externality makes firms decrease prices to gain more market shares. The subgame perfect Nash equilibrium shows that consumer surplus and social net welfare improve, and product differentiation moderates. Specially, with strong network externality, monopoly is the social net welfare maximization market structure.

**Key words:** circular model; network externality; horizontal differentiation; monopolistic competition; monopoly