

中国科学技术大学

2011 年硕士学位研究生入学考试试题

(信号与系统)

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

需使用计算器

不使用计算器

一、计算题 (1~4 题每题 5 分, 5~9 题每题 8 分, 共 60 分)

1. 连续时间信号 $x(t) = u(t) - u(t-3)$, 试画出 $\int_{-\infty}^{t/2} x(\tau) d\tau$ 的波形。
2. 已知某因果连续时间信号 $x(t)$, 它的拉普拉斯变换的像函数为 $X(s) = (2s+3)/(s^2+5s+6)$, 试求信号 $x(t)$ 的初值 $\lim_{t \rightarrow 0^+} x(t)$ 和终值 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$ 。
3. 简要回答信源编码和信道编码的作用, 及其与有效性和可靠性的关系。
4. 当单符号离散信源发出消息的概率分布趋向集中时, 试说明信息熵和信源发出消息的不确定性的变化。

5. 对于图 1.5 中虚线框内的系统, 判断系统的有记忆性, 线性, 时不变性, 因果性和稳定性, 如果它是 LTI 系统, 试写出它的单位冲激响应 $h(t)$ 。

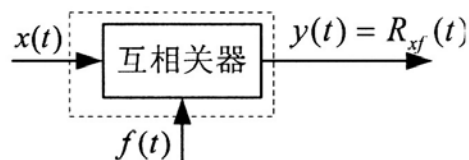


图 1.5

6. 对于序列 $x[n] = (\frac{1}{2})^n u[n]$, 计算 $y_1[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$ 和 $y_2[n] = \Delta x[n]$, 然后分别画出 $y_1[n]$ 和 $y_2[n]$ 的波形。
7. 试求 $X(s) = \frac{se^{-2s-2}}{(s+1)(s^2+2s+5)}$, $Re\{s\} > -1$ 的拉普拉斯反变换。
8. 试求 $X(z) = (2z^2+1)/(z^2+z+1)$, $|z| > 1$ 的逆 Z 变换。
9. 计算信号 $x(t) = \sin(t)[u(t) - u(t-\pi)]$ 与 $y(t) = u(t) - u(t-\pi)$ 的卷积 $z(t)$ 。

二、已知 $f_1(t) \xrightarrow{CFT} F_1(\omega)$, $f_2(t) \xrightarrow{CFT} F_2(\omega)$, $F_1(\omega)$ 和 $F_2(\omega)$ 的波形如图 2 (a)、图 2 (b) 所示, 现对信号 $f(t) = f_1(t) + f_2^2(t)$ 进行采样, 采样间隔为 T_s , 得到采样后的信号 $f_s(t)$, 试求: (15 分)

- 1) 为了保证能够从 $f_s(t)$ 恢复 $f(t)$, 最大的采样间隔 T_s 为多少? 在此采样间隔下, 请画出采样后信号 $f_s(t)$ 的频谱 $F_s(\omega)$; (9 分)
- 2) 若将采样后信号 $f_s(t)$ 通过一个频率响应 $H(\omega)$ 如图 2 (c) 所示的理想低通滤波器, 试求滤波后的输出信号 $y(t)$ 。(6 分)

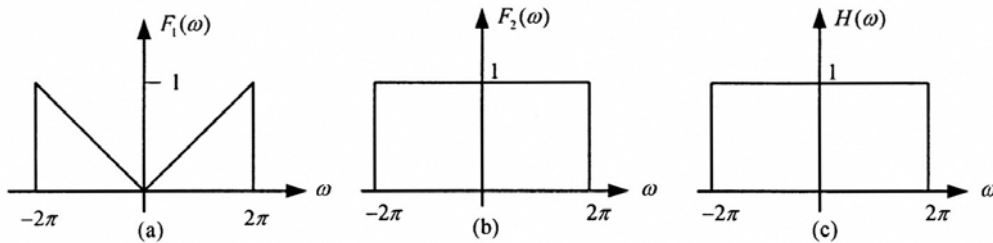


图 2

三、由差分方程 $y[n] + 0.75y[n-1] + 0.125y[n-2] = x[n] + 3x[n-1]$ 表示的因果系统, 已知其附加条件为 $y[0] = 1, y[-1] = -6$ 。(20 分)

- 1) 求系统函数 $H(z)$, 画出 $H(z)$ 在 z 平面上零极点分布和收敛域; (7 分)
- 2) 试画出用最少数目的三种离散时间基本单元 (离散时间数乘器、相加器和单位延时器) 实现该系统的规范型实现结构; (5 分)
- 3) 当输入 $x[n] = (0.5)^n u[n]$ 时, 求该系统的零状态响应 $y_{zs}[n]$ 以及零输入响应 $y_{zi}[n]$ 。(8 分)

四、某 LTI 系统的系统结构如图 4 所示, 其中 $H_i(\omega)$ 的频率响应特性为 $H_i(\omega) = [u(\omega + \omega_0) - u(\omega - \omega_0)] \cdot e^{-j\omega t_0}$ 。(20 分)

- 1) 求系统的单位冲激响应 $h(t)$; (6 分)

- 2) 求系统的频率响应 $H(\omega)$ ，画出幅频响应和相频响应特性曲线；(8分)
- 3) 求输入信号 $x(t) = 1 + [1 + \cos(\omega_0 t/2)]\cos(\omega_c t)$ 时的系统输出 $y(t)$ 。(6分)

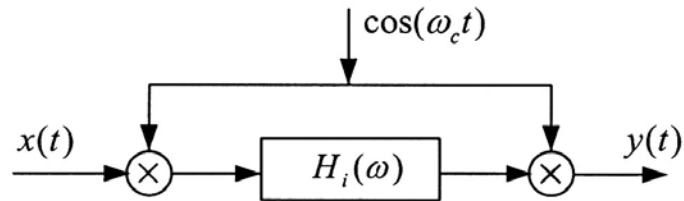


图 4

五、已知 $X(k) = DFT\{x(n)\}$, $0 \leq k \leq 2N - 1$, $x(n)$ 为实序列。现要求通过 $X(k)$ 求取 $x(n)$, 即对 $X(k)$ 进行 IDFT。请根据 $x(n)$ 序列的特点, 设计一种节省计算量的计算方法, 仅用一次 N 点的 IDFT 完成反变换。给出求取 $x(n)$ 的计算公式和步骤。(12分)

六、试用冲激响应不变原则设计一个数字滤波器。已知其参考模拟滤波器的冲激响应为 $h_a(t) = e^{-0.9t}u(t)$, 数字系统的采样周期为 T 。问题如下:(13分)

- 1) 导出数字滤波器系统函数 $H(z)$; (8分)
- 2) 试论证采样周期 T 的取值对数字滤波器稳定性的影响。(5分)

七、当信源 X : $[X, P]: \begin{cases} x: & a_1 & a_2 & a_3 \\ p(x): & 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{cases}$, 首先通过如下信道:

$$[P] = \begin{matrix} & \begin{matrix} b_1 & b_2 & b_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 2/3 & 1/6 & 1/6 \\ 1/6 & 2/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/6 & 2/3 \end{bmatrix} \end{matrix} \text{ 传输。若此信道输出的信息还需要另一}$$

个信道传输, 那么后一个信道的信道容量至少需要多少? (10分)