中国科学技术大学

2012年硕士学位研究生入学考试试题

自动控制理论

所有试题答案写在答题纸上，答案写在试卷上无效

■需使用计算器　　　　□不使用计算器

一、判断题（30 分）：判断如下叙述的正误，对你认为不正确或不完整的，请给出正确的说法（必须保留有下划线的部分）

1. 反馈系统的闭环零点必定是该系统的开环零点或开环极点。
2. 典型欠阻尼二阶系统无阻尼自然振荡频率越高，过渡过程时间越短，超调量越大。
3. 频率响应的基本结论是：对线性定常系统，当输入为正弦信号时，输出为同频率的正弦信号，但幅值与相位可能不同。
4. 临界阻尼的典型二阶系统是稳定系统。
5. 线性定常单输入单输出系统的传递函数定义为：输出信号与输入信号之比的拉普拉斯变换。
6. 离散化后系统能控的必要条件是：该系统离散化前的连续系统是能控的；
7. 线性定常系统渐近稳定、李雅普诺夫意义下的稳定、BIBO 稳定之间的相互关系是：渐近稳定的必要条件是李雅普诺夫意义下稳定且 BIBO 稳定，但后两者之间没有必要条件或充分条件的结论；
8. 线性系统渐近状态观测器存在的充要条件是：系统能观。

二、简答题（11 分）已知某线性定常系统的传递函数有两个极点，没有有限零点，试列举系统极点在 S 平面上各种可能的分布情况，给出相应的传递函数和单位冲激响应表达式。

三、建模题（35 分）：描述某电网络动态特性的微分方程组为：

$$v_r(t) = R_1 i_1(t) + v(t);$$

$$i_1(t) - i_2(t) = C_2 \frac{d}{dt} v(t);$$

$$i_2(t) = C_1 \frac{d}{dt}[v_c(t) - v_r(t)];$$

$$v(t) = R_2 i_2(t) + v_c(t)$$

其中，R_1、R_2、C_1、C_2 为数值恒定的网络参数，要求

1. 以 $v_r(t)$ 为输入，$v_c(t)$ 为输出，依次选取 $i_1(t)$、$v(t)$、$i_2(t)$ 为中间变量，建立系统的方块图；
2. 分别采用方块图化简、梅逊增益公式两种方法，求系统的传递函数；
3. 选取合适的状态变量，建立系统的状态空间方程，并在此基础上求系统的传递函数。

四、计算题（24 分） 单位负反馈控制系统开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(0.2s+1)}$$

1. 绘制系统的闭环根轨迹图；
2. 确定使闭环系统稳定，且全部极点的实部的绝对值都大于 1 的条件；
3. 当 $K = 10$，输入为 $r(t) = 1 + t + t^2$ 时，求系统的稳态误差。

五、设计题（10 分） 单位负反馈系统被控对象开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{200}{s(0.1s+1)}$$

试设计串联校正网络，使校正后系统的相位裕量不小于 45°，截止频率不低于 50 rad/s

六、计算题（24 分）：设能观标准型系统的传递函数为

$$G(s)=\frac{2s+1}{s^2+4s}$$

1. 当系统的初态为 $x(0)=\begin{bmatrix}4\\1\end{bmatrix}$ 时，求该系统在单位阶跃信号作用下的状态响应式；
2. 设计状态反馈，使系统零初态时的单位阶跃输出响应为

$$y(t)=1-e^{-2t}, t\geq 0$$

七、证明题（16 分）：试分别证明如下结论

1. 对线性定常的单输入-单输出系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{b}u$$

若系统能控，则

$$\boldsymbol{M}_C^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{M}_C=\begin{bmatrix}0 & 0 & \cdots & 0 & -a_n\\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_{n-1}\\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_{n-2}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_1\end{bmatrix}$$

其中 $\boldsymbol{M}_C$ 是该系统的能控性矩阵，而 $a_i,(i=1,2,\cdots n)$ 是系统矩阵特征多项式的系数。

2. 对线性定常的能观系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u},\quad \boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}$$

若经状态变换后系统的状态空间方程呈

$$\dot{\overline{\boldsymbol{x}}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12}\\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\overline{\boldsymbol{x}}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{u},\quad \boldsymbol{y}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{I} & \boldsymbol{O}\\ \boldsymbol{O} & \boldsymbol{O}\end{bmatrix}\overline{\boldsymbol{x}}$$

型式[即上式中矩阵块 $\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{12},\boldsymbol{B}_1$ 的行数相同，矩阵块 $\boldsymbol{A}_{11},\boldsymbol{A}_{21},\boldsymbol{I}$ 的列数相同，$\boldsymbol{I}$ 为单位阵，$\boldsymbol{O}$ 为零矩阵]，则矩阵对 $(\boldsymbol{A}_{22},\boldsymbol{A}_{12})$ 一定能观。