

隔振系统限位器的非线性动力学设计

胡海岩

(南京航空航天大学, 南京, 210016)

DESIGNING ELASTIC CONSTRAINTS IN A VIBRATION ISOLATION SYSTEM FROM THE VIEWPOINT OF NONLINEAR DYNAMICS

Hu Haiyan

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016)

摘 要 根据经典线性理论设计隔振系统弹性限位器的约束空间往往太小, 在小阻尼情况下会诱发非线性共振, 使隔振系统变为放大系统。从非线性动力学角度讨论了弹性限位器的设计问题, 给出了若干设计原则及参数选择范围。

关键词 隔振 限位器 非线性 动力学设计

中图分类号 V214.3

Abstract A study is presented as to how to design elastic constraints in a vibration isolation system, which is a crucial problem found in engineering practice. It is pointed out that the constraint space designed according to the classical linear theory is usually so small that the isolation system most likely undergoes nonlinear resonance in the case of small damping. As a result, the isolation system becomes a vibration amplifier. Then, the design of elastic constraints is analyzed from the viewpoint of nonlinear dynamics. Some design principles and the range of parameter selection as well are discussed.

Key words vibration isolation elastic constraint nonlinear dynamic design

隔振系统对于保证飞行器机载设备在振动环境下正常工作有重要意义。为了使柔软的隔振器在冲击或强振动环境中不致于发生过多的变形或失稳, 常对其附加刚度大若干倍的弹性限位器。当隔振器变形超过约束空间时, 弹性限位器制约变形的增加。由于这时系统内总的弹性恢复力呈分段线性, 系统会表现出复杂的非线性动力学行为。在某型空地导弹的红外线稳瞄系统研制攻关中发现, 设计不妥的弹性限位器在振动实验中不仅未能限制隔振器的位移, 反而诱发了亚谐共振, 致使红外线稳瞄系统受损。因此, 弹性限位器的设计是一个比较复杂的非线性动力学问题, 依赖经典线性理论所得出的设计往往非常危险, 从而有必要展开对弹性限位器设计的非线性动力学研究。

1 目前设计中的问题

研究图 1 中具有对称弹性限位器的单自由度隔振系统。在以 u_0 为加速度幅值; ω 为频率的水平正弦基础激励下, 其相对于基础的运动微分方程为

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + \bar{g}(x(t)) = \mu_0 \sin \bar{X}t \quad (1)$$

其隔振器和限位器提供的弹性恢复力为

$$g(x) = k \begin{cases} x, & |x| \leq D \\ Lx + (1-L)\operatorname{sgn}x, & |x| > D \end{cases} \quad (2)$$

式中: k 和 c 是隔振器的刚度和阻尼; D 和 L 分别是约束空间尺寸和限位器刚度与隔振器刚度之比。

引入无量纲化时间、位移及参数

$$S = \left. \begin{aligned} \bar{k} &= \frac{k}{m}, y = \frac{x}{D}, F = \frac{c}{2mk}, \\ K &= X \frac{m}{k}, f = \frac{\mu_0}{kD} \end{aligned} \right\} \quad (3) \quad \text{图1 具有弹性限位器的隔振系统模型}$$

将式(1)和式(2)改写作

$$y''(S) + 2Fy\theta(S) + g(y(S)) = f \sin Kt \quad (4)$$

$$g(y) = \begin{cases} y, & |y| \leq 1 \\ Ly + (1-L)\operatorname{sgn}y, & |y| > 1 \end{cases} \quad (5)$$

一旦针对设备质量 m 设计好隔振器刚度 k 和阻尼 c , 限位器的参数设计可归结为确定约束空间尺寸 D 和刚度比 L , 或等价地确定无量纲参数 f 和 L 。

目前, 人们根据方程(4)稳态线性振动的幅值 Y 满足条件

$$Y = \frac{f}{(1-K)^2 + (2FK)^2} \leq 1 \quad (6)$$

来确定临界的无量纲激励幅值 A

$$A = \frac{1}{(1-K)^2 + (2FK)^2} \quad (7)$$

进而得知临界的约束空间。限位器的刚度设计则多凭经验: 太小没作用, 太大冲击加速度过大。因为带限位器的隔振系统是本质非线性的动力学系统, 这样的设计存在下述突出的问题。

首先, 满足式(6)的激励幅值 f 并不能保证隔振系统在过渡响应阶段不撞击限位器而出现非线性响应。非线性动力学研究表明, 这类受简谐激励的刚度硬化分段线性系统在线性理论的隔振频带中有多个吸引子共存的全局动力学特征^[1,2]。例如, 隔振系统会类似 Duffing 振子那样存在两个渐近稳定的周期吸引子。一个对应于幅值很小的稳态线性振动; 另一个对应着幅值很大的非线性基频共振响应, 不同的初始状态导致不同的稳态响应。因此, 若隔振系统在过渡响应阶段撞击限位器, 则后继响应有可能落入第二个吸引子的吸引域, 其结果非常危险。

其次, 限位器刚度与非线性系统的动力学特性有极其复杂的关系, 仅靠经验的设计经常会误入歧途。例如当隔振系统的位移过大而加速度传递率尚可时, 人们常凭直观继续增加限位器刚度来限制位移; 然而这往往导致了新的非线性共振, 结果适得其反。

2 临界激励与约束空间设计

定义临界激励 B 是使隔振器最大变形刚好与限位器擦边的无量纲激励幅值

$$B = \{f \hat{u} \max_{S \geq 0} \hat{u}(S) \hat{u} = 1, \hat{u}(0) \hat{u} \leq 1\} \quad (8)$$

为有所区别, 将式(7)、式(8)两式所确定的 A 和 B 分别称为经典临界激励和真实临界激励。

为确定真实临界激励, 只要研究使隔振系统式(4)的线性位移最大值达到 1 所需的正弦激励幅值。对于初始状态 $y(0) = y_0, y'(0) = y'_0$, 系统线性位移的极值条件为

$$\begin{bmatrix} y(S) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h'(S) + 2Fh(S) & h(S) \\ -h(S) & h\theta(S) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 - Y \sin U \\ y'_0 - KY \cos U \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y \sin(KS + U) \\ KY \cos(KS + U) \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $h(S)$ 和 U 分别是单位脉冲响应函数及稳态响应与激励的相位差, 它们均依赖于系统参数 K 和 F 。由式(9)可见, 真实临界激励 B 不仅与系统参数 K 和 F 有关, 还与系统初始状态有关, 这是它与经典临界激励 A 的本质区别。

由于在任意初始状态下求解上述极值问题相当困难, 以下讨论最常见的初始静止情况。可以证明, 仅当 $F = 0, K \neq 0$ 时上式才有封闭解

$$y(S) = Y[\pm 1 - K \operatorname{sgn}(1 - K^2)] \sin \frac{2n\pi}{|K^0 - 1|}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

相应的真实临界激励为

$$B = Y \sqrt{(1 - K^2)^2 + (2FK)^2} = A \left| [\pm 1 - K \operatorname{sgn}(1 - K^2)] \sin \frac{2n\pi}{|K^0 - 1|} \right|^{-1} \quad (11)$$

当 $F > 0$ 时, 采用数值方法求解式(9), 获得不同阻尼比 F 下真实临界激励 B 关于激励频率 K 变化的规律如图 2。其基本特征为: 真实临界激励随着阻尼的增加而增大。受图 2 和式(11)启发, 在隔振频带上弱阻尼系统的真实临界激励可近似为

$$B \approx \frac{A}{K - 1}, \quad K > 1 \quad (12)$$

图 3 是阻尼比 $F = 0.1$ 时两种临界激励的比较。易见, 在隔振频带上真实临界激励远小于经典临界激励。因此, 目前的设计过于乐观。

图 2 不同阻尼比时的真实临界激励

图 3 两种临界激励的比较

(1) 对于弱阻尼隔振系统, 约束空间应比目前的设计大 $(K-1)$ 倍, 以便使隔振系统在正常工况下按线性理论所预计的效果工作。

(2) 在保证线性隔振效果前提下增加隔振器的阻尼, 这样可减小所需的约束空间。

3 经典临界激励下限位器的刚度选择

约束空间设计好后, 若基础激励因故超过真实临界激励则隔振系统瞬态响应呈非线性, 而超过传统临界激励后隔振系统稳态响应必呈非线性。因此, 限位器刚度的选择依赖于需限位的非正常工况。作为第一步研究, 讨论初始静止的隔振系统在经典临界激励下限位器的刚度选择。虽然这只是一特殊的工况, 但其结论已充分说明非线性动力学设计的必要性。

采用数值分析研究在固定阻尼比条件下该系统稳态响应随激励频率比 K 和刚度比 L 变化的规律。数值分析中用 RKF 数值积分得到系统响应的时间序列, 通过闪频法检验响应的稳态程度, 最后确定响应的周数 $P-N$ 。

3.1 非线性周期响应及分叉

图 4 用不同灰度给出了 $F=0.1$ 时隔振系统稳态响应关于上述两参数的分叉情况, 灰度由白到黑代表 $P-1$ (周期 1)、 $P-2$ 、直至 $P-7$ 以上的稳态响应。在通常的隔振频带上, 随着限位器刚度增加, 隔振系统的稳态响应由线性变为明显的非线性, 经历了 $P-1 \rightarrow P-3 \rightarrow P-1 \rightarrow P-2 \rightarrow P-5$ 等复杂的分叉变化。这再次说明, 经典临界激励不能保证隔振系统最后被吸引到线性稳态响应; 事实上, 激励尚未达到经典临界激励时隔振系统就会超出设计者意料而周期性地撞击限位器。

3.2 隔振器最大变形

图 5 通过不同灰度表示了 $F=0.1$ 时隔振器稳态变形最大值关于上述两参数的变化。该图的下方有一个白色区域, 它对应着变形峰值未超过限位器约束空间的线性振动。在其他的区域上, 隔振器变形比没有限位器时的变形大数倍乃至数十倍, 原因正是图 3 已说明的各种非线性共振。

3.3 加速度传递率

稳态响应的加速度传递率定义为设备绝对加速度最大值与基础加速度幅值之比, 从而有

图 5 隔振器稳态变形的最大值

$$T_a = \frac{\max_{S \in T} |2Fy\phi(S) + g(y(S))|}{f} = \frac{\max_{S \in T} |2Fy\phi(S) + g(y(S))|}{(1 - K)^2 + (2HK)^2} \quad (13)$$

其中 T 是以 S 度量的稳态响应周期。图 6 用不同灰度描述了加速度传递率随上述两参数变化的情况。其中白色区域代表有隔振效果的参数区, 其他区域则表明隔振系统会将基础振动的加速度幅值放大几倍, 甚至几十倍。

3.4 讨论

图 6 隔振系统的加速度传递率

图 5 和图 6 表明: 在通常的隔振频带中, 限位器对于减小隔振系统的最大位移及加速度传递率并无益处; 随着限位器刚度的增加, 这两项指标均不如没有限位器时。事实上, 限位器的主要作用在于限制低频振动, 对于运载工具发动机启动和停车阶段引起的低频大振幅基础激励有明显效果。

对多种激励水平下隔振系统的稳态响应也进行了数值仿真, 结果表明, 限位器刚度的设计可遵循以下原则进行:

- (1) 根据对低频振动限位的要求初选刚度比;
- (2) 参考图 5 和图 6, 根据频率比 K 来确定刚度比, 保证工作点不落入图中黑色区域代表的非线性基频共振区。

4 结论

- (1) 在保证线性隔振效果前提下增加隔振器的阻尼有利于限位器的设计。
- (2) 对激励频率与固有频率比为 K 的弱阻尼隔振系统, 临界约束空间尺寸应是目前设计的 $(K-1)$ 倍。这样才能使隔振系统在正常工况下取得线性隔振理论预计的效果。
- (3) 限位器的刚度选择需考虑避免非线性基频共振, 只有频率比 K 比较大时才可得稍大。
- (4) 上述结论限于隔振系统初始静止情况, 对其它初始状态的研究将另文发表。

参 考 文 献

- 1 Natsiavas S. Periodic response and stability of oscillators with symmetric trilinear restoring force. *Journal of Sound and Vibration*, 1989, 134(2): 315- 331
- 2 胡海岩. Periodic grazing orbits and incident bifurcations of periodically forced piecewise linear oscillators. *Proceedings of the International Conference on Vibration Engineering*, Beijing: International Academic Publisher, 1994, 317 - 322.