

大气层外拦截变结构导引律

汪家芸 尔联洁 吴文正 王小冬

(北京航空航天大学, 北京, 100083)

VARIABLE STRUCTURE GUIDANCE LAW FOR EXTRA-ATMOSPHERIC INTERCEPTION

Wang Jiayun, Er Lianjie, Wu Wenzheng, Wang Xiaodong

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

摘 要 讨论了大气层外空间飞行器拦截的变结构导引律问题。从变结构控制理论出发,按照最终零控导引拦截的要求,确定切换函数,利用趋近律控制方法改善控制过程品质的特点,导出一种具有强鲁棒性的空间拦截导引律。最后给出了在具体条件下的仿真结果,并与比例导引律、最优导引律作了比较。

关键词 大气层外拦截 变结构 导引律

中图分类号 V 212.12

Abstract The variable structure guidance law of extra-atmospheric interception is studied. In order to eliminate the effects of outer and systematic perturbation and disturbance, a guidance law based on the variable structure control theory with a strong robustness is proposed. The coefficient matrix of the switching function is determined by the concept of zero-control interception. The asymptotic law which guarantees the quality of transient process before reaching the switching surface is used in practice. The results of digital simulation and comparison with the proportional and optimal guidance laws are included.

Key words extra-atmospheric interception variable structure guidance law

大气层外直接碰撞拦截,实质要求拦截器与目标的相对距离在碰撞时刻为零。另外,对于拦截器的导引和控制系统,测量信号误差往往只能给定偏差范围,使得讯号修正比较困难,会造成终端脱靶较大而不能达到要求。因此,为解决上述问题,必须在存在摄动和干扰情况下,设计一强鲁棒性的导引律满足精确拦截要求。

近几年来,变结构控制理论不仅在理论上引起了人们的广泛兴趣,并且已将它应用于大型航天器控制、大气飞行控制及机器人等领域,对于大气层内及大气层外拦截问题,也开始作探索。本文针对以上拦截控制的诸多问题,运用变结构理论,导出具有强鲁棒性的空间拦截末段导引律来解决以上问题,并通过仿真实验,得到了比较满意的结果。

1 变结构控制的基本原理

控制系统的状态方程一般描述为

1993 年 6 月收到, 1994 年 11 月收到修改稿

$$\dot{x} = A(x, t) + B(x, t)u \quad (1)$$

式中: x, u 为状态向量; A, B 为矩阵; $x \in R^n, u \in R^m, t \in R, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}$ 。

定义(1) m 维开关函数所描述的向量形式为 $s(x), s \in R^m$, 在有限时间内满足到达条件为

$$\dot{s} \cdot s < 0 \quad (2)$$

根据上面的基本定义得出变结构设计的基本定理。

定理1 对于一个时变装置和开关函数, 系统可描述为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ s(x) &= Cx \end{aligned} \quad (3)$$

C 为矩阵, 通过二次相应的变换可以得到滑动模式的微分方程。进行第一次变换, 即 $y = T_1 x$, 得出

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_1 &= \bar{A}_{11}y_1 + \bar{A}_{12}y_2 \\ \dot{y}_2 &= \bar{A}_{21}y_1 + \bar{A}_{22}y_2 + \bar{B}u \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $y_1 \in R^{n-m}, y_2 \in R^m, \det B \neq 0$

进行第二次变换

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ s \end{bmatrix} = T_2 \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$$

得到

$$\left. \begin{aligned} \dot{y}_1 &= \bar{A}_{11}y_1 + \bar{A}_{12}s \\ \dot{s} &= \bar{A}_{21}y_1 + \bar{A}_{22}s + \bar{B}u \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这时系统在滑动模态上, $s = 0$ 时

$$\dot{y}_1 = \bar{A}_{11}y_1 \quad (6)$$

定理2 根据上面的概念, 考虑系统

$$\dot{x} = A(x) + B(x)u$$

开关函数 $s(x)$, 采用等效控制方法, 设系统在滑动模态上, $s(x) = 0$,

$$\begin{aligned} \dot{s}(x) &= \frac{\partial s}{\partial x} A(x) + \frac{\partial s}{\partial x} B(x)u = 0 \\ u_e &= - \left[\frac{\partial s}{\partial x} B(x) \right]^{-1} \frac{\partial s}{\partial x} A(x) \end{aligned} \quad (7)$$

只要矩阵不可逆就可以满足到达条件。

定理3 趋近律方法, 将采用开关函数为动态方程

$$\dot{s} = -\epsilon \operatorname{sgn}s - kf(s) \quad (8)$$

$$\operatorname{sgn}(s) = [\operatorname{sgn}s_1 \dots \operatorname{sgn}s_n]^T$$

$$f(s) = [f_1(s_1) \dots f_n(s_n)]^T$$

标量函数要满足 $s_i f_i(s_i) > 0, s_i \neq 0, i = 1, \dots, m$ 。因此可以分为:

(1) 等速趋近律

$$\dot{s} = -\epsilon \operatorname{sgn}s \quad (9)$$

(2) 指数趋近律

$$\dot{s} = -\epsilon \operatorname{sgn}s - k(s) \quad (10)$$

(3) 幂数趋近律

$$\dot{s} = (s_i)^\alpha \text{sgn}s_i \quad 0 < \alpha < 1, i = 1, \dots, m \quad (11)$$

2 变结构拦截导引律

计及地球引力影响时, 在地心惯性系中拦截器与卫星的相对运动方程

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\omega^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega^2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\sin\theta & -\sin\theta \cos\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta \sin\theta \\ 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

初始条件, $t = 0$ 时

$$(x, y, z, v_x, v_y, v_z)^T = (x(0), y(0), z(0), v_x(0), v_y(0), v_z(0))^T$$

终点条件 $t = t_f$ 时

$$(x, y, z, v_x, v_y, v_z)^T = (0, 0, 0, v_x(t_f), v_y(t_f), v_z(t_f))^T$$

考虑到系统在惯性系统中 x 轴方向相对速度远大于其他两轴上的速度分量, 调整发动机基本不能在 y, z 方向进行大的速度及位置调整。可以近似认为 y, z 方向基本处于无控状态, 在 y, z 方向上只有引力作用产生的加速度及调整发动机推力产生的加速度在此方向上投影的附加小量。因此, 模型可分开成两部分

$$\begin{aligned} \dot{x} &= v_x \\ \dot{v}_x &= -\omega^2 x + [-\sin\theta u_1 - \cos\theta \sin\theta u_2] \\ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} y \\ z \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega^2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ z \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \cos\theta & -\sin\theta \sin\theta \\ 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

取 $x = (y, z, v_y, v_z)^T, x_{\text{I}} = (y, z)^T, x_{\text{II}} = (v_y, v_z)^T, u = (u_1, u_2)^T$

状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{\text{I}} \\ \dot{x}_{\text{II}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\text{I}} \\ x_{\text{II}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{\text{I}} \\ B_{\text{II}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

式中: $A_{11} = [0], A_{12} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -\omega^2 & 0 \\ 0 & 2\omega^2 \end{bmatrix}, A_{22} = [0],$$

$$B_{\text{I}} = [0], B_{\text{II}} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \sin\theta \\ 0 & \cos\theta \end{bmatrix}$$

显然式(13)是简约型可控系统

下面具体确定 C 阵的取法, 取滑动曲面

$$s = Cx = (C_{\text{I}} \ C_{\text{II}}) \begin{bmatrix} x_{\text{I}} \\ x_{\text{II}} \end{bmatrix}$$

$$s \in R^2, C_1 C_2 \in R^{2 \times 2}$$

运用极点配置理论思想, 可以得出 $C_2^{-1} C_1 = k$ 。

为了保证到达条件满足的同时得到正常运动段比较满意的品质, 并且对系统的摄动和干扰具有完全的自适应性, 引入渐近律的概念。这里采用指数趋近律, 由式(10)

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -ks - \epsilon \operatorname{sgn}s \\ \epsilon &= \begin{bmatrix} \epsilon_1 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 \end{bmatrix}, \quad \epsilon_i > 0 \\ k &= \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \\ s &= (s_1, s_2)^T \end{aligned}$$

k 阵中的 k_1, k_2 和要求拦截器渐近到滑动面上的时间 t_R 及调整发动机的性能有关。因此 k_1, k_2 的选取直接与正常运动段品质有关。趋近到滑动面上的运动可看成是 $\dot{s} = -ks$ 运动附加了 $\dot{s} = \pm \epsilon$ 的扰动所组成。在正常运动段主要考虑 $\dot{s} = -ks$ 。对于

$$\dot{s} = -ks$$

得到

$$\dot{s}_i/s_i = -k_i, \quad i = 1, 2$$

对于两式积分并要求轨线在 y, z 两个方向同时到达零控滑动面。因此具有相同的到达时间 t_R , 可以得到

$$\ln \frac{s_i}{s_{i0}} = -k_i t_R, \quad i = 1, 2$$

$$s_{i0} = s_i \Big|_{t=0}$$

因此

$$k_i = \frac{1}{t_R} \ln \frac{s_{i0}}{s_i}$$

要求在 $t = t_R$ 时切换函数值很小, 记为 δ 。对上式可表为

$$k_i = \frac{1}{t_R} \ln \frac{s_{i0}}{\delta}$$

ϵ 的选择关系切换面附近的品质。在靠近切换面 $s = 0$ 附近, 采用趋近律 $\dot{s} = -\epsilon \operatorname{sgn}s - ks$, 可以消除抖振影响。这时 s 很小, 可以看出 ϵ 这时就是趋近速率。显然 ϵ 的大小与切换面附近的品质直接有关。在实际选择中, ϵ 太大或太小品质都不会太好。下面给出变结构导引律的具体形式。对系统的切换函数

$$s = Cx$$

$$\dot{s} = C\dot{x} + \frac{dC}{dt}x$$

对于取的切换阵

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{x}{v_x} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{x}{v_x} \end{bmatrix}$$

将 $\dot{x} = -\omega^2 x + (-\sin\theta u_1 - \cos\theta \sin\theta u_2)$ 代入上式重新组合以后, 得到

$$\frac{dC}{dt}x = \begin{bmatrix} -1 - \omega^2 \frac{x^2}{v_x^2} & 0 \\ 0 & -1 - \omega^2 \frac{x^2}{v_x^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_y \\ v_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{xv_x}{v_x^2} \sin\theta & \frac{xv_x}{v_x^2} \cos\theta \sin\theta \\ \frac{xv_z}{v_x^2} \sin\theta & \frac{xv_z}{v_x^2} \cos\theta \sin\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$= -D_{I}U - D_{II}x_{II}$$

代入

$$\dot{s} = Cx + \frac{dC}{dt}x = (C_I, C_{II})(Ax + BU) + (-D_I U - D_{II}x_{II})$$

$$\dot{s} = (C_I, C_{II}) \left(\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I \\ x_{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_I \\ B_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \right) + (-D_I U - D_{II}x_{II})$$

式中: $A_{11} = [0]$; $A_{22} = [0]$; $B_I = [0]$

将上式化简后有

$$\dot{s} = C_{II}A_{21}x_I + (C_I A_{12} - D_{II})x_{II} + (C_{II}B_{II} - D_I)U$$

引入趋近律

$$\dot{s} = -\epsilon \operatorname{sgn}s - f(s)$$

得到

$$-\epsilon \operatorname{sgn}s - f(s) = C_{II}A_{21}x_I + (C_I A_{12} - D_{II})x_{II} + (C_{II}B_{II} - D_I)U$$

在 $\det(C_{II}B_{II} - D_I) \neq 0$ 条件下, 变结构拦截导引律为

$$U = -(C_{II}B_{II} - D_I)^{-1} [C_{II}A_{21}x_I + (C_I A_{12} - D_{II})x_{II} + \epsilon \operatorname{sgn}s + f(s)] \quad (14)$$

对于考虑干扰及有测量误差的情况下, 方程:

$$(1) \quad \dot{x} = v_x + \Delta v_x$$

$$\dot{v}_x = -\omega^2 x + [-\sin\theta u_1 - \cos\theta \sin\theta u_2] + \Delta a_x \quad (15)$$

$$(2) \quad \dot{x} = Ax + BU + F(p) \quad (16)$$

式中: $\Delta v_x, \Delta a_x$ 代表 x 轴方向的偏差总和; $F(p)$ 代表在 y, z 轴上的偏差总和. 按照与前面同样的方法得到, 在 $\det(C_{II}B_{II} - D_I) \neq 0$ 情况下

$$U(x) = -(C_{II}B_{II} - D_I)^{-1} [C_{II}A_{21}x_I + (C_I A_{12} - D_{II})x_{II} + \epsilon \operatorname{sgn}s + f(s) + (F_1(x) + F_2(x) \operatorname{sgn}s)] \quad (17)$$

式中: $[F_1(x) + F_2(x) \operatorname{sgn}s]$ 项为上、下确界影响函数, 如上、下确界确定, 即可算出其影响. 因为 v_y, v_z 较 v_x 小得多, 且 θ, θ 很小, $\det(C_{II}B_{II} - D_I) = t^2 \cos\theta \cos\theta$, 在 $t \rightarrow 0$ 情况下, $\det(C_{II}B_{II} - D_I) \neq 0$, 当 $t = 0$ 时, 即为碰撞点. 实际上在进入盲区后, 发动机就不再工作了. 所以可以知道在整个拦截过程中 $\det(C_{II}B_{II} - D_I) \neq 0$ 可以满足. (17) 式即为受到外界干扰的变结构拦截导引律的一般形式.

4 变结构拦截导引律仿真结果及分析

利用上面得到的变结构导引律, 并令: 目标轨道半径为 r_r ; 目标速度为 v_r ; 拦截器初始

高度为 r_1 ; 拦截器速度为 V_1 ; 初始拦截运动平面与卫星轨道面夹角为 φ ; 拦截器初始时刻与当地水平面所夹弹道倾角为 θ ; 卫星初始时刻位置矢量与惯性系 z 轴夹角为 β , 进行拦截弹道仿真计算。

仿真结果表明, 按照变结构拦截导引律修正的拦截弹道可以实现零脱靶。图 1 给出了拦截弹道; 图 2 给出了相应情况下按照变结构导引律得到的控制量随时间的变化曲线。

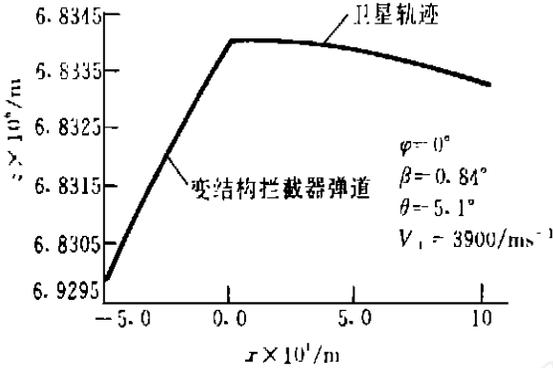


图 1 拦截弹道

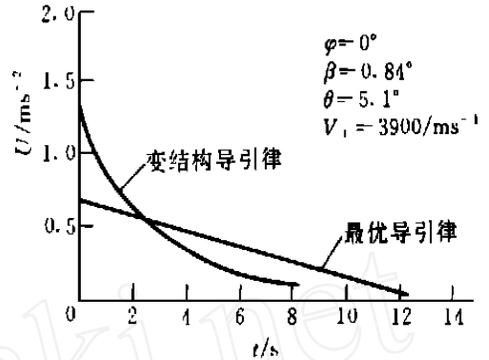


图 2 不同导引律的控制量与时间的关系

在初始条件 $\beta=0.84^\circ$; $\theta=5.1^\circ$; $V_1=3900\text{m/s}$, $\varphi=0$ 的情况下, 按照 $J = \int_0^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt$ 的标准, 在飞行过程中比例导引要求消耗的能量为 $5.475\text{m}^2/\text{s}^3$, 最优控制所要求消耗的能量为 $0.954\text{m}^2/\text{s}^3$, 变结构导引律所要求消耗的能量为 $1.189\text{m}^2/\text{s}^3$. 因此一般来说变结构控制消耗的能量较最优控制为多, 但远少于比例导引控制律。由控制量随时间变化曲线可以看出, 变结构导引律在初始段所要求的控制量较大, 但随着时间的变化, 下降的速率较最优控制大, 一般在到达零控面时间 t_r 附近, 控制量已很少, 一旦达到滑动面, 就变为零。因此从控制量的变化趋势来看, 变结构控制与最优控制较比例导引律有更大的偏差调整裕度。因此更有利于击中目标。

对存在干扰与系统误差情况下, 最优控制与比例导引控制由于无法对存在的某些干扰及误差(例如测量误差)进行修正、控制, 则可能造成实际拦截过程中较大的终端脱靶。对变结构导引律来讲, 由于其具有对干扰的自适应性, 能够解决上述问题。通过仿真, 证实了这一结论。

通过仿真计算可以看到, 到达时间 t_r 的大小对控制过程的品质影响很大。图 3 及图 4 给出了几种不同 t_r 下控制量 U 及切换函数值 s 的变化过程。表 1 给出几种不同 t_r 下的能量、脱靶量及命中时间变化情况。可以看到 t_r 越小, 控制量变化越剧烈, 初始控制量越大, 消耗能量也越多。这主要是要求拦截器在较短的时间内到达零控面所致。但如果 t_r 取得太大, 将会使末段拦截器不能到达零控滑动面, 脱靶量加大, 不能体现出对干扰的自适应性。通过各种计算比较, 在本计算给定的初始条件下取 $t_r=8\text{s}$ 较适宜。 ϵ 太大会造成接近滑动面速度过大, 引起抖振, 而 ϵ 太小在拦截过程中会造成拦截器始终不能到达滑动面。在本计算给定的仿真初始条件范围内, 取 $\epsilon=0.4\sim 0.6$ 就能很好地符合要求。

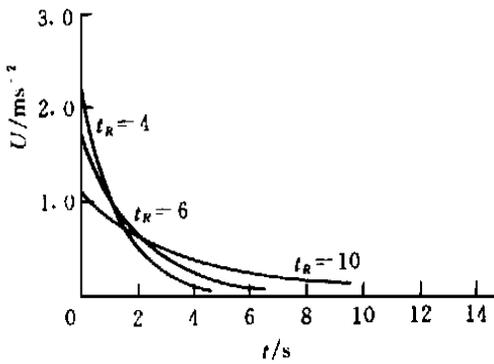


图 3 控制量随时间的变化

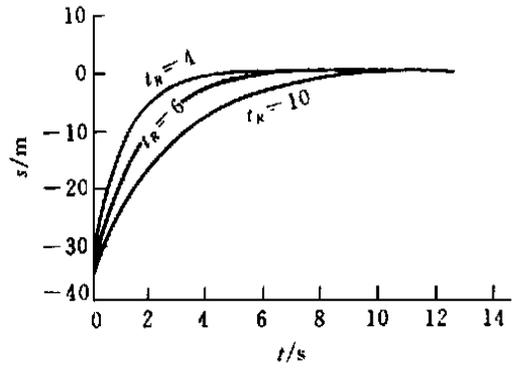


图 4 切换函数随时间的变化

表 1 不同 t_R 下的能量

t_R/s	能量 $\int_0^{t_f} \frac{1}{2} u^2 dt$	脱靶量/m	命中时间/s
6	1.452 1	0.0	12.967
8	1.189 5	0.0	12.967
10	1.033 3	0.05	12.967

本文在考虑摄动和干扰存在的情况下,利用变结构控制理论推导出对摄动和干扰具有自适应性的变结构导引律。文中通过引入趋近律的概念,一方面使拦截过程的动态品质得到控制;另一方面提高了系统的鲁棒性。数字仿真验证了推导的正确性,因此变结构导引律适用于大气层外空间拦截。

参 考 文 献

- 1 秦化淑,王朝珠 大气层外拦截与交会的导引问题 北京:国防工业出版社,1977
- 2 科尼利斯 J W, 斯科耶尔 H F R, 韦克 K F. 火箭推进与航天动力学 北京:宇航出版社 1986, 403- 605
- 3 曹金涛,许端杰 飞行器飞行与控制 北京:国防工业出版社,1988, 169- 235
- 4 高为炳 变结构控制理论基础 北京:中国科学技术出版社,1990, 51- 58
- 5 Tkin V I Variable structure systems with sliding models IEEE trans A C, 1977, 22(2): 212- 222