

在有补给的河道型气藏中气井产量递减规律^{*}

王晓冬 张金川 侯晓春

(中国地质大学·北京)

王晓冬等. 在有补给的河道型气藏中气井产量递减规律. 天然气工业, 2007, 27(9): 75-77.

摘要 河道型气藏是我国气藏中的一种典型类型, 研究这类气藏中气井的产量递减规律具有现实意义。通过不稳定渗流理论首先给出了该类气井的定产条件下压力分布公式, 然后利用 Laplace 变换空间中定产解式和定压解式的关系给出了井底定压条件下的气井产量曲线, 再通过渐近分析得到了晚期产量递减的两种渐近公式; 还计算了不同河道宽度和不同补给系数下的无量纲产量递减曲线。分析表明, 若存在边界补给, 则河道型气藏中气井的产量在晚期将保持一定程度的稳定, 其稳定幅度与补给系数无关; 若无边界补给, 则气井无量纲产量和无量纲时间平方根近似成反比关系。研究结果能够直接应用于矿场气井产能评价和预测。

关键词 河道 气井产能 产量递减 数学模型 拉普拉斯变换

河道型气藏在我国分布比较广泛^[1-3], 研究这类气藏中气井的产量变化规律对于确立气田开发原则、论证开发规模(采气速度及单井产能)、划分开发层系、分析评价气藏驱动能量等具有指导意义。

在渗流理论中, 习惯上将这种气藏的渗流物理模型的边界看成是由两个平行的直线断层所构成的, 断层完全不透水^[4], 这样就能采用镜像反演方法求解其不稳定渗流数学问题。但考虑到矿场上某些直线边界可能具有渗透性, 而具有渗透性的直线边界问题不能用镜像反演方法来解决^[5], 所以采用瞬时点源函数方法^[6]构造井底地压条件下的地层压力分布公式, 再通过 Laplace 变换及其数值反演方法^[7]最终得到问题的解。

一、数学模型

有效厚度为 h 的河道型单层常规气藏的物理模型平面俯视图如图 1, 相距为 y_e 的两条平行直线型河道边界中的一个为完全封闭断层, 而另一个则具有渗透性。微可压缩均质地层的孔隙度 φ 、渗透率 K_g 以及地层平均温度 T 均为常数。取如图 1 所示的直角坐标系, 考虑有一口井筒半径为 r_w 的气井位于地层中 (x_w, y_w) 处, 以恒定产量 q_g 或以恒定井底流压 p_{wf} 产出黏度为 μ_g 的常规天然气, 地层发生等温 Darcy 渗流, 不考虑重力和毛细管力影响。

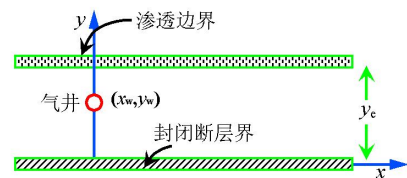


图 1 河道型气藏物理模型示意图

采用 SI 单位制, 定义拟压力函数为:

$$m(p) = 2 \int_{p_a}^p \frac{v}{\mu_g(v) Z(v)} dv \quad (1)$$

无量纲量为:

$$p^D(p) = \begin{cases} \frac{m(p_i) - m(p)}{m(p_i) - m(p_{wf})} & p_{wf} = \text{Const} \\ \frac{78.55 K_g h [m(p_i) - m(p)]}{T q_{sc}} & q_g = \text{Const} \end{cases}$$

$$t_D = \frac{3.6 K t}{\varphi \mu_g c_g r_w^2}$$

$$q^D = \frac{q_g T}{78.55 K_g h [m(p_i) - m(p)]}$$

$$x_D = \frac{x}{r_w} \quad x_{wD} = \frac{x_w}{r_w} \quad y_D = \frac{y}{r_w}$$

$$y_{wD} = \frac{y_w}{r_w} \quad y_{eD} = \frac{y_e}{r_w}$$

在矩形气藏中, 气体等温不定常渗流控制方程为:

$$\frac{\partial^2 p^D}{\partial x_D^2} + \frac{\partial^2 p^D}{\partial y_D^2} = \frac{\partial p^D}{\partial t_D} \quad (2)$$

^{*} 本文受到国家自然科学基金项目(编号:40172052)的资助。

作者简介: 王晓冬, 1964 年生, 博士, 教授, 从事油气藏工程、油气渗流力学及油气藏数值模拟等方面教学和科研。地址: (100083) 北京市海淀区学院路 29 号中国地质大学能源学院。电话: (010) 82320863。E-mail: wxd_cug@cugb.edu.cn

初始条件为:

$$p^D(x_D, y_D, 0) = 0 \quad (3)$$

外边界条件为:

$$\frac{\partial p^D(x_D, y_{eD}, t_D)}{\partial y_D} + \theta p^D(x_D, y_{eD}, t_D) = 0 \quad (4)$$

其中: $\theta = \frac{K_{gv} d}{K_g d_r}$

$$\frac{\partial p^D(x_D, 0, t_D)}{\partial y_D} = 0 \quad (5)$$

内边界定产条件为:

$$\begin{cases} \left[r_D \frac{\partial p^D}{\partial r_D} \right]_{r_D \rightarrow 0} = -1 \\ r_D^2 = (x_D - x_{wD})^2 + (y_D - y_{wD})^2 \end{cases} \quad (6)$$

内边界定压条件为:

$$\begin{cases} p^D|_{r_D=1} = 1 \\ \left[r_D \frac{\partial p^D}{\partial r_D} \right]_{r_D \rightarrow 1} = -q^D(t_D) \end{cases} \quad (7)$$

式(4)为具有概括性的渗透边界条件。注意在求解过程中,内边界定产条件或内边界定压条件任选。

二、求解方法

根据上述问题的特点,首先求得不同边界条件下的瞬时点源函数,再通过 Newmann 乘积可以给出对应的气藏模型中单井的不定常渗流控制方程组之井底定产条件下的压力分布^[5,6]。无量纲压力分布公式为:

$$p^D(x_D, y_D, t_D) = 2\pi \frac{1}{y_{eD}} \int_0^{t_D} S_x(x, \tau) y_e S_y(y, \tau) d\tau \quad (8)$$

$$y_e S_y(y_D, \tau) = \sum_n \frac{2(\beta^2 + \theta)}{\beta^2 + \theta + \theta} \times \exp\left(-\frac{\beta^2 \tau}{y_{eD}^2}\right) \cos\left(\frac{\beta y_{wD}}{y_{wD}}\right) \cos\left(\frac{\beta y_D}{y_{eD}}\right) \quad (9)$$

$$r_w S_x(x_D, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t_D}} \exp\left[-\frac{(x_D - x_{wD})^2}{4t_D}\right] \quad (10)$$

β 是特征方程(通过牛顿迭代可以快速求解) $\beta \tan \beta = \theta$ 的非负根。

以上给出的是单井定产条件下的压力分布解式,若对以上各解式施以 Laplace 变换,可得到如下 Laplace 变换解:

$$\tilde{p}^D(x_D, y_D) = \frac{2\pi}{y_{eD}} \sum \frac{\beta + \theta}{\beta^2 + \theta + \theta} \times \frac{\exp(-|x_D - x_{wD}| \epsilon_n)}{\epsilon_n} \cos\left(\frac{\beta y_{wD}}{y_{eD}}\right) \cos\left(\frac{\beta y_D}{y_{eD}}\right) \quad (11)$$

式中: $\tilde{p}^D(s) = \int_0^\infty p^D(t_D) e^{-st_D} dt_D$

$$\epsilon_n = \sqrt{S + \beta^2 / y_{eD}^2}$$

根据 Duhamel 褶积定理可知,在 Laplace 变换空间中井底定产的无量纲井壁压力(p_{wD})和井底定压的无量纲井底流量(q_{wD})存在下列关系:

$$\tilde{q}^D(s) p_{wD}(s) = 1/s^2 \quad (12)$$

s 是关于时间的 Laplace 变换量,故

$$\tilde{q}^D(s) = \int_0^\infty q^D(t_D) e^{-st_D} dt_D \quad (13)$$

这样就通过井底定产条件下的压力变化解式得到井底定压条件下的产量变化解式。还需指出,通过式(12)还可以得到井底定压条件下的气井累计产气量公式。

三、渐近分析与计算结果

根据 θ 的不同取值,分两种情况讨论气井的晚期产量变化规律。

第一种情况。在无量纲时间 t_D 较大的情况下,如果 $\theta = 0$,即在封闭断层条件下,通过对解式(8)中的无穷函数级数求和可以得到晚期井壁压力近似式:

$$p_{wD}(t_D) = \left\{ \frac{2}{y_{eD}} \sqrt{\pi t_D} - \ln \left[4 \sin \frac{\pi}{2 y_{eD}} \sin \frac{(2 y_{wD} + 1)\pi}{2 y_{eD}} \right] \right\} t_D \geq 10 y_{eD}^2 \quad (14)$$

再通过式(11)得到井底定压的无量纲井底流量晚期渐近公式。两个平行直线断层的河道型气藏井底定压晚期产量公式:

$$q_{wD}(t_D) = \frac{1}{\beta} \exp\left(\frac{\alpha^2}{\beta^2} t_D\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\alpha}{\beta} \sqrt{t_D}\right) = \frac{y_{eD}}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\pi t_D}} \left(1 - \frac{\beta^2}{2\alpha^2 t_D} + O(t_D^{-4}) \right) \quad (15)$$

式中: $\operatorname{erfc}(x)$ 表示余误差函数; $\alpha = \frac{\pi}{y_{eD}}$; $\beta =$

$$-\ln \left[4 \sin \frac{\pi}{2 y_{eD}} \sin \frac{(2 y_{wD} + 1)\pi}{2 y_{eD}} \right]$$

由公式(14)可以看出,在晚期两个平行直线断层开始影响井底流入动态,无量纲气井产量与无量纲时间的平方根近似成反比关系,在双对数图上表现为斜率是 $-\frac{1}{2}$ 的直线段。

第二种情况。在无量纲时间 t_D 较大的情况下,如果 $\xi \rightarrow \infty$,即存在恒压边界,则仍然通过对解式(8)中的无穷函数级数求和可以得到晚期井壁压力

近似式：

$$p_{wD}(t_D) = \ln \left[\operatorname{ctan} \frac{\pi(2y_{wD} + 1)}{2y_{eD}} \operatorname{ctan} \frac{\pi}{4y_{eD}} \right] \quad t_D \geq 40y_{eD}^2 \quad (16)$$

显然,式(15)是与时间无关的,通过量纲转换可直接得到稳态产量公式：

$$q_{sc} = \frac{78.55 K_g h [m(p_i) - m(p)]}{T \ln \left[\operatorname{ctan} \frac{\pi(2y_w + r_w)}{2y_e} \operatorname{ctan} \frac{\pi r_w}{4y_e} \right]} \quad (17)$$

若根据气藏压力变化范围化简拟压力函数,可以进一步得到简化公式。

将式(11)代入式(12),利用 Stehfest 数值反演方法计算之,将主要结果绘成图(见图 2、3)。图 2 是在渗透边界补给系数(θ)给定的条件下不同河道宽度对气井无量纲产量的影响曲线图,由图可以看出:如果 $\theta=0$,则在平行直线断层作用下气井产量呈线性规律递减,其规律满足式(15);如果 $\theta \neq 0$,则呈稳态,而河道气藏的宽度决定了断层作用时间。图 3 是在河道宽度给定的条件下不同渗透边界补给系数(θ)对气井无量纲产量的影响曲线图,其中 θ 表明了系统外的补给能力, θ 越大表明补给能力越强,如果 $\theta \rightarrow \infty$ 表示完全补给,即存在恒压边界,这时晚期稳态产量可用式(17)来计算,而 θ 取有限值则气井产量将保持一定程度的稳定。

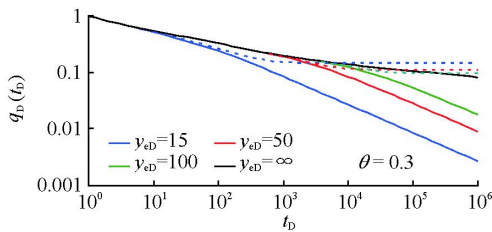


图 2 在 θ 给定的条件下不同河道宽度对气井无量纲产量的影响曲线图

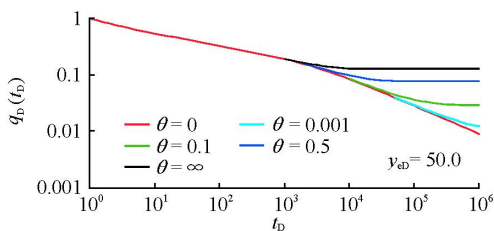


图 3 在河道宽度给定的条件下不同 θ 对气井无量纲产量的影响曲线图

四、结 论

(1)笔者用Green函数及Laplace变换方法得到

了存在边界渗透补给的河道型气藏中气井的产量变化公式,又通过渐近分析给出了两种特殊情况下的产量公式。研究表明,若存在边界补给,则河道型气藏中气井的产量在晚期将达到稳态,若不存在边界补给,气井的无量纲产量与无量纲时间的平方根近似成反比关系。

(2)用 Duhamel 褶积和 Laplace 数值反演方法计算了有、无补给两种情况下气井的产量变化动态以及边界补给能力对气井晚期稳态产量的影响。

(3)所得到的结果可用于气井产能评价和预测。若稍加改造,可通过扩展本结果,建立起有边界补给的矩形或开口矩形样的气藏产能评价方法。

符 号 说 明

$m(p)$ 为拟压力函数; $Z(p)$ 为天然气压缩因子; p_i 为原始气藏压力,MPa; α 为系统平均压缩系数,1/MPa; θ 为渗透边界补给系数, $\theta=0$ 为封闭断层条件, θ 取有限值为渗透边界条件, $\theta \rightarrow \infty$ 为恒压边界; K_{gy} 为外补给区域渗透率; d_y 为补给区域宽度; c_g 为气体平均压缩系数,m; h 为储层厚度,m; K_g 为储层气体渗透率, μm^2 ; r 为径向坐标,m; x, y 为直角坐标,m; q_g 为气井产量, $10^4 \text{ m}^3/\text{d}$; s 为拉氏变量; p 为压力,MPa; t 为时间,h; T 为储层温度,K; Z 为气体压缩因子; φ 为储层孔隙度,小数; μ_g 为气体黏度,mPa·s。

下标:i为初始状态;D为无量纲;w为井底。

参 考 文 献

- [1] 杨华,付金华,魏新善.鄂尔多斯盆地天然气成藏特征[J].天然气工业,2005,25(4).
- [2] 黄石岩,刘明新,王广运.河道砂体渗透率分布的分形特征及其应用[J].石油勘探与开发,1999,26(4).
- [3] 龙欢曾,李良.鄂北上古生界天然气成藏地质特征[J].天然气工业,2001,21(增刊).
- [4] TIAB D. Detection and location of two parallel sealing faults around a well[C]. Paper SPE6056, 1976.
- [5] 王晓冬,陈钦雷,李光和.两种新的不定常渗流点源函数[J].石油大学学报,2001,25(2).
- [6] GRINGARTEN A C, RAMEY H J JR. The use of source and green's functions in solving unsteady flow problems in reservoirs[C]. Paper SPE3818, 1973.
- [7] STEHFEST H. Numerical inversion of laplace transforms[J]. Communications of the ACM, 1970, 13(1):47-49.

(收稿日期 2007-03-15 编辑 韩晓渝)